









Vol 253

n° — 194

A B R È G È
D'ASTRONOMIE.





ABRÉGÉ
D'ASTRONOMIE,
PAR M. DE LA LANDE,

*Lecteur Royal en Mathématiques; de l'Académie
Royale des Sciences de Paris; de celles de
Londres, de Pétersbourg, de Berlin, de
Stockolm, de Bologne, &c. Censeur Royal.*



A PARIS,
CHEZ LES LIBRAIRES ASSOCIÉS.

M. DCC. LXXV.
AVEC PRIVILEGE DU ROI,



PRÉFACE.

L'ASTRONOMIE que j'ai publiée en 1764. en deux volumes, & en 1771 en trois volumes *in-4°*, étoit destinée non-seulement pour ceux qui commencent, mais pour les Astronomes même de profession; on y trouve toutes les méthodes, les découvertes, les observations, les calculs dont ils font usage, & les tables Astronomiques les plus parfaites.

Mais en donnant ce grand ouvrage au Public, je n'ignorois pas que le plus grand nombre des amateurs le trouveroient trop étendu, & qu'on ne pourroit s'en servir dans les études des Universités; il falloit donc en publier un extrait.

Les Leçons de M. l'Abbé de la Caille sont du format & de l'étendue de cet Abrégé, mais elles sont trop succinctes pour la partie élémentaire, trop abstraites pour les théories astronomiques; on n'y trouve rien sur l'histoire de l'astronomie, sur les instruments, sur les observations; ce sont les inconvénients que j'ai voulu éviter. Lorsque ce grand Astronome composa ses Leçons, il avoit pour objet de les expliquer lui-même à ses auditeurs, il ne lui falloit que le texte imprimé; s'il eût voulu remplir l'objet que je me propose aujourd'hui, il ne m'eût laissé rien à faire.

La méthode & l'ordre de cet Ouvrage sont aussi très-différents de ceux de M. de la Caille : les premiers phénomènes qui doivent frapper les yeux, lorsqu'on examine le Ciel pour la première fois, m'ont paru devoir commencer un Traité d'Astronomie. J'ai considéré ensuite les conséquences qu'en tiraient les premiers Astronomes, toujours très-naturelles, souvent très-ingénieuses, quelquefois fausses, car les premiers Observateurs ne furent que des Bergers. Ainsi je n'ai pas commencé mon Livre en supposant l'Observateur au centre du soleil, comme a fait M. de la Caille, parce qu'il a fallu deux mille ans pour parvenir à démontrer que le soleil étoit le centre des mouvements célestes. Je n'ai pas commencé par la définition des cercles de la Sphere, parce que le Lecteur n'auroit point apperçu la nécessité de ces cercles & leur origine; la génération des choses doit précéder leur définition. Enfin, je n'ai pas commencé par l'Histoire de l'Astronomie, il auroit fallu supposer l'Astronomie connue; mais j'ai tâché de conduire l'histoire avec la chose même, en cherchant l'ordre des Inventeurs, & réunissant l'histoire de l'Astronomie aux principes de cette science. J'ai indiqué l'ordre des découvertes lorsque je n'ai pas pu le suivre. L'esprit va toujours de proche en proche; une invention paroît ordinairement merveilleuse, parce qu'on n'apperçoit pas la route par laquelle on y est parvenu; mais elle paroît toujours aisée quand on en approche ce qui l'a précédé, & qu'on sait la route qui a conduit à chaque vérité.

A la suite de ces premières Observations nous

verrons paroître les travaux de Copernic, de Tycho, de Képler, de Cassini, de Nevvton; en un mot, des instrumens nouveaux, des systêmes hardis, des découvertes heureuses, des observations délicates; ces deux siècles de lumière ouvriront le spectacle le plus étonnant dont l'esprit puisse jouir; mais si nous prenons soin de placer chaque chose à la suite de celle qui lui a donné naissance; si nous transportons le Lecteur dans la position de celui qui aura fait quelque belle découverte, la chaîne reparoîtra, & l'esprit soulagé du fardeau que trop d'admiration impose à l'amour-propre, jouira presque du plaisir que l'auteur même dut avoir; c'est donc à montrer les progrès de l'esprit que la méthode de cet Ouvrage est destinée; point de Science où ils soient plus admirables & plus satisfaisants.

Quelque envie que j'eusse de diminuer la sécheresse d'une étude si ennuyeuse, l'exemple de M. de Fontenelle ne m'a point séduit; je n'ai osé y mêler ni dialogues, ni épisodes, ni digressions; le goût épuré de notre siècle semble avoir un peu écarté cette manière enjouée de présenter les Sciences. Ceux à qui ce genre de lecture pourroit plaire, trouveront de quoi se satisfaire dans le *Spec-
cle de la Nature, T. IV.* On y verra des peintures agréables, des conversations amusantes, des réflexions qui intéressent. La fraîcheur des ombres, le silence de la nuit, la douce lumière du crépuscule, les feux qui brillent dans le ciel, les diverses apparences de la lune, tout devient entre les mains

de M. Pluche un sujet de peintures agréables. Il rapporte tout au besoin de l'homme , aux attentions de l'Etre suprême sur nos plaisirs & sur nos besoins , & à la gloire du Créateur. Son Livre est un Traité des causes finales, autant qu'un Livre de Physique, & il y a beaucoup de jeunes gens à qui cette lecture fera le plus grand plaisir. Pour moi je n'ai eu pour objet que de parler d'Astronomie, & je me contente d'indiquer à la curiosité du Lecteur, le *Spectacle de la Nature*, la *Théologie Astronomique de Derham*, & les *Dialogues de M. de Fontenelle* sur la pluralité des Mondes.

Mon plus grand soin a été de rendre mes explications faciles à entendre. Je me suis rappelé les difficultés que j'avois rencontrées moi-même autrefois ; je les ai analysées & résolues , & j'ai expliqué avec le plus de détail & de clarté qu'il m'a été possible , les solutions que je m'en étois faites ; j'ai profité aussi des difficultés que m'ont proposé plus d'une fois des personnes qui étudioient ces matieres, & l'occasion que j'ai eue de les expliquer avec soin.

Les renvois d'un article à un autre n'y sont point épargnés , ils rendront l'usage de ce livre plus facile ; ils m'ont évité beaucoup de répétitions, & ils soulageront la mémoire du Lecteur.

Pour lire cet Ouvrage avec fruit , il faut tâcher d'avoir un globe céleste ; il est sur-tout nécessaire pour bien entendre le premier Livre.

La seconde attention qu'il faut avoir dans une semblable lecture , c'est de se rendre chaque proposition assez familiere , pour n'être point étonné

qu'elle ait été trouvée , & qu'elle paroisse si naturelle qu'on eût pu soi-même la présumer , au moyen de ce qui précède ; il ne faut quitter un article qu'après l'avoir compris , ou du moins y revenir bientôt ; c'est le moyen de tout comprendre dans le moindre espace de temps. Mais le conseil le plus important que l'on doit donner à ceux qui étudient les Mathématiques , c'est d'exercer leur imagination beaucoup plus que leur mémoire , c'est de lire peu & de penser beaucoup , de chercher par eux-mêmes les démonstrations , ou du moins d'essayer leurs forces le plus souvent qu'ils pourront ; c'est ainsi qu'on acquiert l'esprit des Mathématiques , le goût de recherches , la facilité de découvrir & d'inventer ; il faut développer soi-même les choses qu'on a lues , en tirer des corollaires , en faire des applications , & ne chercher dans le Livre , s'il est possible , que la confirmation de ce qu'on aura trouvé. Les longs détails dans lesquels je suis entré quelquefois , sont pour les Curieux qui n'ont ni l'âge , ni le temps nécessaire pour suivre la méthode que je viens de conseiller.

Je ne suppose d'autres connoissances que celles des éléments ordinaires de Géométrie & seulement dans quelques articles les éléments d'Algebre , tels que ceux de MM. Clairaut , Bezout , Bossut , &c ; mais tous les articles où je suppose l'Algebre sont imprimés en *petit Romain* , pour qu'on puisse les passer sans interrompre la lecture des éléments.

Dans cet Abrégé les explications les plus élémentaires sont exactement les mêmes que dans mon

grand Ouvrage , dont celui-ci est l'extrait , souvent se me fers des mêmes termes ; de là on peut conclure que cet abrégé est inutile à ceux qui ont les 3 vol. in-4°. Cependant beaucoup de Lecteurs savent qu'il faut ébaucher par une première lecture une étude d'aussi longue haleine , & ils aimeront peut-être à trouver dans ce petit volume un choix , déjà fait par l'Auteur même , de ce qui leur convient , & ce qu'ils auroient eu peine à chercher eux-mêmes dans une étendue six fois plus grande.

D'ailleurs j'ai ajouté à la fin de ce volume une table nouvelle des dimensions des planètes & de leurs distances , d'après la parallaxe du soleil déterminée par le passage de Vénus ; elle servira déjà de supplément à mon *Astronomie* , en attendant que je publie un autre Supplément in-4°. pour être joint à l'ouvrage même.

Avantages de l'Astronomie.

En donnant au Public un Traité d'Astronomie , en annonçant que cette science a paru aux plus grands hommes digne d'une étude de toute la vie , on est obligé de répondre à cette question : A quoi sert l'Astronomie ? Je pourrois demander à mon tour : A quoi servent tant de choses inutiles ou dangereuses , dont on s'occupe journellement sur la terre ? Mais la digression me mèneroit trop loin , je me borne à mon sujet. L'étude en général est un des besoins de l'humanité ; lorsqu'une fois on éprouve cette curiosité active & pénétrante qui nous porte à pénétrer les merveilles de la Nature ,

on ne demande plus à quoi sert l'étude , car elle sert alors à notre bonheur.

L'étude est d'ailleurs un préservatif contre le désordre des passions; & il me semble qu'il faut spécialement distinguer un genre d'étude qui élève l'esprit , qui l'applique fortement , & lui donne par conséquent des armes plus sûres contre les dangers dont je parle. Il ne suffit pas de connoître le bien , disoit Sénèque , de savoir ce qu'on doit à sa patrie , à sa famille , à ses amis , à soi-même , si l'on n'a pas la force de le faire ; il ne suffit pas d'établir les préceptes ; il faut écarter les obstacles : *Ut ad præcepta quæ damus possit animus ire , solvendus est* , (Épist. 95.). Je ne connois rien qui réussisse mieux à cet egard que l'application aux Sciences Mathématiques , & spécialement à l'Astronomie. Les merveilles qu'on y découvre captivent l'ame , & l'occupent d'une manière noble , délicieuse & exempte de danger ; elles élèvent l'imagination, elles perfectionnent l'esprit , elles remplissent & satisfont le cœur ; elles éloignent les desirs dangereux & frivoles ; elles procurent sans cesse une nouvelle jouissance.

Les plus grands Philosophes de l'Antiquité parlèrent de l'Astronomie avec admiration. Diogène Laërce raconte qu'on demandoit à Anaxagore pour quel objet il étoit né ; il répondit que c'étoit pour contempler les astres. S'il y a dans sa réponse de l'exagération en faveur de l'Astronomie , on y voit au moins l'enthousiasme avec lequel un homme de génie contemploit le spectacle du Ciel. Platon faisoit aussi le plus grand cas de l'Astronomie ; voyez

ce qu'il en dit dans son 35^e Livre intitulé *Epinomis vel Philosophus*, que Marcile Ficin appelle le trésor de Platon. *Nolite ignorare Astronomiam sapientissimum quiddam esse*, &c. il va jusqu'à dire dans un autre endroit que les yeux ont été donnés à l'homme à cause de l'Astronomie : c'étoit peut-être l'idée d'Ovide lorsqu'il disoit :

*Finxit in effigiem moderantum cuncta Deorum ,
Pronaque cum spectent animalia cætera terram ,
Os homini sublime dedit , cælumque tueri
Jussit , & erectos ad sidera tollere vultus.* Met. l. 13.

Pythagore disoit que les hommes ne devroient avoir que deux études, celle de la Nature pour éclairer l'esprit, celle de la vertu pour régler le cœur. On regarde avec raison l'étude de la morale comme la plus nécessaire & la plus digne de l'homme : *A proper study of mankind is man*, dit Pope; mais on se tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement Philosophe sans l'étude des sciences naturelles. Pour être sage non par foiblesse, mais par principe, il faut savoir réfléchir & penser fortement; il faut, à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent le jugement, qui s'opposent au développement de la raison & de l'esprit. Pythagore ne vouloit point de Disciple qui n'eût étudié les Mathématiques; on lisoit sur la porte, *nul ici qui ne soit Géometre*; la morale seroit peu sûre & peu attrayante pour nous, si elle devoit être fondée sur l'ignorance ou sur l'erreur.

Doit-on compter pour rien l'avantage d'être ga-

ranti par l'étude des malheurs de l'ignorance ? Peut-on envisager , sans un mouvement de compassion & de honte , la stupidité des peuples qui croyoient autrefois qu'en faisant un grand bruit dans une éclipse de lune, on apportoit du remède aux souffrances de cette Déesse , ou que les Eclipses étoient produites par des Enchanteurs ?

Cum frustra resonant ara auxiliaria Lunæ. Met. IV. 333.

Cantus & à curru lunam deducere tentat ,

Et faceret , si non ara repulsa sonent. Tib. I. El. 8.

Indépendamment de cette erreur qui dégrade le peuple , on trouve dans l'Histoire plusieurs traits qui montrent le désavantage que l'ignorance en Astronomie donna quelquefois à des Généraux , à des Nations entières. Nicias , Général des Athéniens , avoit résolu de quitter la Sicile avec son armée ; une éclipse de lune , dont il fut frappé , lui fit perdre le moment favorable , & fut cause de la mort du Général & de la ruine de son armée ; perte si funeste aux Athéniens, qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même , avant la bataille d'Arbelle , fut effrayé d'une éclipse de lune ; il ordonna des sacrifices au soleil , à la lune , à la terre , comme aux Divinités qui causoient ces Eclipses.

On voit au contraire des Généraux plus instruits , à qui leurs connoissances en Astronomie ne furent pas inutiles. Périclès conduisoit la flotte des Athéniens, il arriva une éclipse de soleil qui causa une épouvante générale, le Pilote même trembloit ; Périclès le rassure par une comparaison familière : il

prend le bout de son manteau & lui en couvrant les yeux, il lui dit : crois-tu que ce que je fais là soit un signe de malheur ? non sans doute, répondit le Pilote : cependant c'est aussi une éclipse pour toi , & elle ne diffère de celle que tu as vue , qu'en ce que la lune étant plus grande que mon manteau , elle cache le soleil à un plus grand nombre de personnes.

Agathocle , Roi de Syracuse , dans une guerre d'Afrique , voit aussi dans un jour décisif la terreur se répandre dans son armée à la vue d'une éclipse ; il se présente à ses soldats , il leur en explique les causes , & il dissipe leurs craintes. On raconte des traits de cette espèce à l'occasion de Sulpitius , & de Dion , Roi de Sicile. Nous verrons bientôt d'autres exemples du savoir & des connoissances astronomiques des plus grands Princes.

Nous lisons un fait également honorable à l'Astronomie dans l'Epître que Roïas adresse à Charles-Quint , en lui dédiant ses Commentaires sur le Planisphere. Christophe Colomb en commandant l'armée que Ferdinand , Roi d'Espagne , avoit envoyée à la Jamaïque , dans les premiers temps de la découverte de cette Isle , se trouva dans une disette de vivres si générale , qu'il ne lui restoit aucune espérance de sauver son armée , & qu'il alloit être à la discrétion des Sauvages : l'approche d'une éclipse de lune fournit à cet habile homme un moyen de sortir d'embarras ; il fit dire aux Chefs des Sauvages que si dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choses qu'il demandoit , il alloit les livrer aux derniers malheurs , & qu'il commenceroit par

priver la lune de sa lumière. Les Sauvages mépri-
ferent d'abord les menaces ; mais aussi-tôt qu'ils
virent que la lune commençoit en effet à disparoi-
tre , ils furent frappés de terreur ; ils apportèrent
tout ce qu'ils avoient aux pieds du Général , &
vinrent eux-mêmes demander grace.

Un des avantages que le progrès de l'Astronomie
a procuré , c'est d'avoir dissipé les erreurs de l'As-
trologie : combien ne doit-on pas s'applaudir d'a-
voir perfectionné l'Astronomie, jusques à affranchir
les hommes de cette misérable imbécillité dont ils
furent si long-temps dupes ? Je ne puis m'empêcher
de rapporter à ce sujet l'aventure de l'année 1186 ,
qui dut couvrir de honte tous les Astrologues de
toute l'Europe : Chrétiens, Juifs, ou Arabes , tous
s'étoient réunis pour annoncer sept ans auparavant,
par des lettres qui furent publiées solennellement
dans l'Europe , une conjonction de toutes les Pla-
netes , qui devoit être accompagnée de si terribles
ravages , qu'il y avoit à craindre un bouleverse-
ment universel : on s'attendoit à voir la fin du
monde : cette année se passa néanmoins comme les
autres ; mais cent autres mensonges aussi bien avé-
rés , n'auroient pas suffi pour détacher des hommes
ignorants & crédules du préjugé de leur enfance ; il
a fallu qu'un esprit de Philosophie & de recherche se
répandît parmi les hommes , leur développât l'éten-
due & les bornes de la Nature , & les accoutumât à
ne plus s'effrayer sans examen & sans preuve.

On voit encore de temps en temps la crédulité
du Public accréditer les rêveries de l'ignorance :

c'est ainsi que le vent furieux & la chaleur extraordinaire du 20 Octobre 1736 firent publier dans les Gazettes que le soleil avoit rétrogradé, & il fallut que les Savants prissent la peine de détromper le public (*Journ. de Trévoux, Avril 1737, pag. 692. Lettre Philosophique pour rassurer l'Univers, &c. à Paris, chez Prault pere, Quai de Gèvres, 1736, 32 pages in-12.*) Tout le monde à la fin de 1768 croyoit Saturne perdu, & on le debitoit dans les écrits périodiques les plus sensés, & dans les compagnies les plus cultivées. Mais ce n'est rien encore en comparaison de la sensation extravagante qu'a fait au commencement de Mai 1773, un Mémoire sur les Comètes; je n'avois fait que parler de celles qui dans certains cas pourroient approcher de la terre, & l'on a dit presque généralement à Paris que j'avois prédit une Comète extraordinaire, & qu'elle alloit occasionner la fin du monde. Lorsque la masse des connoissances répandues dans nos villes sera plus étendue, on ne verra plus de rêveries pareilles prendre faveur dans le Public.

Les Comètes furent long-temps, mais dans un sens tout différent, un de ces grands objets de terreur que l'Astronomie a enfin dissipés, même parmi le Peuple. On est fâché de trouver encore des préjugés aussi étranges, non-seulement dans Homere (*Iliad. VI. 75*), mais dans le plus beau Poème du dernier siècle, où elles peuvent éterniser la honte de nos erreurs :

Qual con le chiome sanguinose horrende
Splender Cometa suol per l'aria adusta 2

Ch'i regni muta e i fieri morti adduce.

E ai purpurei tiranni infausta luce. *Jerus. Lib. VII. 52.*

Les charmes de la Poésie sont actuellement employés d'une manière bien plus philosophique & plus utile ; témoin ce beau passage de M. de Voltaire au sujet des Comètes , dans son *Epître à Madame la Marquise du Châtelet* :

COMÈTES que l'on craint à l'égal du tonnerre,

Cessez d'épouvanter les peuples de la terre ;

Dans une ellipse immense achevez votre cours ,

Remontez , descendez près de l'astre des jours ;

Lancez vos feux , volez , & revenant sans cesse ,

Des mondes épuisés ranimez la vieillesse.

C'est ainsi que l'étude approfondie & les progrès de la véritable Astronomie ont dissipé des préjugés absurdes , & rétabli notre raison dans tous ses droits. Mais ce n'est point à cela seul que se réduit l'utilité de cette Science , elle contribue au bien général dans plus d'un genre.

On fait assez que la Cosmographie & la Géographie ne peuvent se passer de l'Astronomie. Les observations de la hauteur du Pole apprirent aux hommes que la Terre étoit ronde ; les éclipses de Lune servirent à connoître les longitudes des différents pays de la Terre , ou leurs distances mutuelles d'occident en orient. Nous ne savons pas , disoit Hipparque (cité par Strabon) , si Alexandrie est au nord ou au midi de Babylone sans l'observation des climats ; & l'on ne peut savoir si un pays est à l'orient ou à l'occident d'un autre , sans l'observation des éclipses. On voit par l'Alcoran que

les Voyageurs traversoient les déserts de l'Arabie en observant les astres : Dieu , dit-il , nous a donné les étoiles pour nous servir de guides dans l'obscurité soit sur la terre, soit sur mer ; cela est conforme à ce que rapporte Diodore de Sicile des anciens Voyageurs.

La découverte des satellites de Jupiter a donné une plus grande perfection à nos Cartes Géographiques & Marines, que n'auroient pu faire dix mille ans de navigations & de voyages ; & quand leur théorie sera encore mieux connue , la méthode des longitudes sera plus exacte & plus facile.

L'étendue de la Méditerranée étoit presque inconnue vers l'an 1600 ; on la connoît aujourd'hui aussi exactement que celle de la France : dans le Livre de Gemma Frisius *de orbis divisione* 1530 , on trouve 53° de différence en longitude depuis le Caire jusqu'à Toledé , au lieu de 35° qu'il y a réellement ; les autres distances y sont étendues à proportion ; nous avons encore 3 à 4 degrés d'incertitude par rapport à l'extrémité de la mer noire , & avant 1769 on étoit en erreur d'un demi-degré sur la longitude de Gibraltar & de Cadix.

C'est à l'Astronomie que l'on fut redevable des premières navigations des Phéniciens , & c'est encore à elle que nous devons la découverte du nouveau Monde. Christophe Colomb avoit une connoissance intime de la sphère , peut-être plus que personne de son temps ; puisqu'elle lui donna cette certitude , & lui inspira cette confiance avec laquelle il dirigea sa route vers l'occident ; certain

de rejoindre par l'orient le continent de l'Asie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reste actuellement quelque chose à desirer pour la perfection & la sûreté de la navigation, c'est de trouver aisément les longitudes en mer; on les a, quand on veut, par le moyen de la lune (a); & si les Navigateurs étoient un peu Astronomes, leur estime ne les tromperoit jamais de 20 lieues, tandis qu'ils sont quelquefois à plus de deux cents lieues de leur estime dans des voyages fort ordinaires: l'incertitude où étoit Milord Anson sur la position de l'Isle de Juan Fernandez, en l'obligeant de tenir la mer plus long-temps qu'il n'eût été nécessaire, coûta la vie à 80 hommes de son équipage.

L'utilité de la Marine pour le bien d'un Etat sert donc à prouver celle de l'Astronomie; or il me semble qu'il est difficile à un bon Citoyen de méconnoître aujourd'hui l'utilité de la Marine, sur-tout en France. Le succès des Anglois dans la guerre de 1761, n'a que trop démontré que la Marine seule décide des Empires, de leur puissance, de leur commerce: que la paix & la guerre se décident sur mer, & qu'enfin, comme dit M. le Mère:

Le trident de Neptune est le sceptre du monde.

C'est à peu près ce que Thémistocle disoit à Athenes, Pompée à Rome (b), Cromvvell en

(a) Les Montres marines faites en Angleterre par M. *Harrison*, en France par M. *Berthoud* & par M. *Ieroy*, nous donnent aussi les longitudes à un demi-degré près dans l'espace de deux mois de navigation.

(b) *Pompeius cujus consilium Themistocleum est; existimat enim qui*
b ij

Angleterre , Richelieu & Colbert en France ; il semble sur-tout que le Cardinal de Richelieu (*Testament Politique* , ch. ix. sect. 5.) , prévoyoit de l'Angleterre ce que nous avons éprouvé.

L'état actuel des loix & l'administration ecclésiastique se trouvent essentiellement liés avec l'Astronomie, relativement au Calendrier ; S. Augustin en recommandoit l'étude par cette seule considération ; S. Hippolyte s'en étoit occupé autrefois , de même que plusieurs Peres de l'Eglise : cependant notre Calendrier étoit dans un tel état d'imperfection que les Juifs & les Turcs même avoient lieu d'être étonnés de notre ignorance à cet égard. Nicolas V, Léon X , &c. avoient bien eu le dessein de rétablir l'ordre dans le Calendrier , mais on n'avoit pas alors des Astronomes dont la réputation méritât assez de confiance. Grégoire XIII siégea dans un temps où les Sciences commençoient à renaître , & il eut seul la gloire de cette réformation en 1582.

L'Agriculture empruntoit autrefois de l'Astronomie ses regles & ses indications : Job , Hésiode , Varron , Eudoxe , Aratus , Ovide , Plin , Columelle , Manilius nous en fournissent mille preuves : les Pléiades , Arcturus , Orion , Sirius donnoient à la Grece & à l'Egypte le signal des différents travaux de la campagne. Le lever de Sirius annonçoit aux Grecs les moissons , aux Egyptiens les débordements du Nil : on en citeroit bien d'autres

mare teneat eum necesse rerum potiri ; itaque qui numquam egit ut Hispaniæ pot se tenerentur , navalis apparatus cura ei semper antiquissima fuit. (Cic. ad. Att. L. x. ep. 7.)

exemples , le Calendrier y supplée actuellement ; M. De Gebelin entreprend de prouver , dans un ouvrage très-savant , que toute la mythologie ancienne se rapporte à l'Agriculture (*Allégories orientales* , 1773.)

La Chronologie ancienne tire de la connoissance & du calcul des éclipses , les points les plus fixes qu'on puisse trouver , & dans les temps qui sont plus éloignés l'on ne trouve qu'obscurité ; la Chronologie Chinoise est toute appuyée sur les éclipses , comme le P. Gaubil l'a vérifié : nous n'aurions dans l'Histoire des Nations aucune incertitude sur les dates , s'il y avoit toujours eu des Astronomes : on peut voir sur-tout la liaison de l'Astronomie & de la Chronologie dans l'*Art de vérifier les dates* , in-folio 1770 ; & dans l'ouvrage Anglois de Kennedy , *A complete system of astronomical chronology* , London 1762. in-4^o.

C'est par une éclipse de Lune qu'on a reconnu l'erreur de date qu'il y a dans l'Ere vulgaire par rapport à la naissance de J. C. On sait qu'Hérode étoit Roi de Judée ; mais nous savons par Joseph (*Antiq. Jud.* xvii. 6.) qu'il y eut une éclipse de Lune immédiatement avant la mort d'Hérode. On trouve cette éclipse dans la nuit du 12 au 13 Mars de la quatrième année avant l'Ere vulgaire , en sorte que cette Ere devoit être reculée de trois ans au moins.

C'est par des éclipses de Soleil que M. Costard a fixé à l'année 603 avant J. C. la fin de la guerre entre les Lydiens & les Medes , & à l'an 478 l'expédition de Xerxès contre la Grece , que l'on se-
toit communément à l'an 480 (*Costard*)



astron. p. 236), & qu'il concilie Hérodoté & Xénophon sur la conquête de la Médie par Cyrus.

C'est encore de l'Astronomie que nous empruntons la division du temps dans les usages de la vie , & l'art de régler les horloges & les montres : on peut dire que l'ordre & la multitude de nos affaires , de nos devoirs , de nos amusements , le goût de l'exaétitude & de la précision , notre habitude enfin , nous ont rendu cette mesure du temps presque indispensable , & l'ont mise au nombre des besoins de la vie.

Si au défaut des horloges & des montres on trace des méridiennes (art. 155) & des cadrans solaires, c'est un nouvel avantage de l'Astronomie, puisque la Gnomonique n'est qu'une application de la Trigonométrie sphérique & de l'Astronomie.

La Météorologie , c'est-à-dire , la connoissance des changements de l'air , des vents , des pluies , des sécheresses , des mouvements du thermometre & du barometre , a certainement un rapport bien essentiel & bien immédiat avec la santé du corps humain. Il est très-probable que l'Astronomie y feroit d'une utilité sensible , si l'on étoit parvenu , à force d'observations , à trouver les influences physiques du soleil & de la Lune sur l'atmosphère , & les révolutions qui en résultent. Galien avertit les malades de ne pas se mettre entre les mains des Médecins qui ne connoissent point le cours des astres , parce que les médicaments donnés hors des temps convenables , sont inutiles ou nuisibles ; je ne doute pas qu'il ne voulût parler des principes de l'Astrologie judiciaire , & des influences qu'on

imaginoit alors d'après une ignorante superstition ; mais en réduisant tout à sa juste valeur , il paroît que les attractions qui soulèvent deux fois le jour les eaux de l'Océan , peuvent bien influencer sur l'état de l'athmosphère. On peut consulter à ce sujet M. Hoffman & M. Méad qui en ont parlé assez au long , & le mot *Crise* dans l'Encyclopédie. Je voudrois que les Médecins consultaient au moins l'expérience à cet égard , & qu'ils examinassent si les crises & les paroxysmes des maladies n'ont pas quelque correspondance avec les situations de la Lune , par rapport à l'équateur , aux syfygies , & aux apsidés ; plusieurs Médecins habiles m'en ont paru persuadés , & c'étoit pour les engager à s'en occuper que je donnai , pendant quelques années dans la Gazette de Médecine , le détail des circonstances astronomiques dont on devoit tenir compte.

Ces différents avantages qui se rassemblent en faveur de l'Astronomie , l'ont fait rechercher de tous les temps & chez tous les peuples du monde. Jofephe , dans ses Antiquités Judaïques , fait remonter jusqu'à Adam le goût de l'Astronomie , & les premières découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les descendants de Seth y avoient fait des progrès considérables , & que voulant en conserver la mémoire , ils avoient gravé sur des colonnes de pierre & de brique, leurs observations astronomiques. Jofephe attribue à Abraham les premières connoissances des Egyptiens. On voit plusieurs passages astronomiques dans le Livre de Job : *Numquid conjungere valebis micantes stellas Pleiadas, aut*

gyrum Arcturi poteris dissipare ? Numquid producis Luciferum in tempore suo , & Vesperum super filios terræ consurgere facis ? (38. 31.) On attribue aussi à Moïse des connoissances de même espece : du moins S. Etienne dit de lui dans les Actes des Apôtres, qu'il étoit versé *in omni sapientiâ Ægyptiorum* ; ce qu'on ne doit entendre que de la connoissance des astres qui avoit rendu les Egyptiens si célèbres.

Le Sage s'éleve avec raison contre ceux que l'admiration des astres a portés jusqu'à en faire des Dieux ; mais bien loin d'en condamner l'étude , il la conseille pour la gloire du Créateur : *Qui horum pulchritudine delectati Deos putaverunt , sciant quantò his Creator eorum speciosior est : à magnitudine enim speciei & creaturæ cognoscibiliter poterat Creator horum videri.* (Sap. c. 13.) David trouvoit aussi dans les astres de quoi s'élever à la contemplation de Dieu : *Cæli enarrant gloriam Dei... Videbo cælos tuos opera digitorum tuorum, Lunam & stellas quæ tu fundasti.* Et nous voyons Derham appeller *Théologie astronomique* un Ouvrage où il présente dans toute leur force , la singularité & la grandeur des découvertes qu'on a faites en Astronomie, comme autant de preuves de l'existence de Dieu. Voyez ce que pensoit Aristote à ce sujet , dans le huitième Livre de sa Physique.

Ceux qui aiment la lecture de l'Histoire ancienne des Physiciens & des Poètes Grecs & Romains , ont sur-tout besoin de connoître l'Astronomie ; on la retrouve à chaque page dans les Anciens , soit pour marquer le temps des labours & des semences ,

soit pour les fêtes & les cérémonies religieuses. Les Poètes qui ont illustré la Grece & l'Italie , & dont les ouvrages sont actuellement sûrs de l'immortalité , aimèrent tous & connurent l'Astronomie ; quelques-uns en ont même fait un usage si fréquent , qu'on ne sauroit entendre leurs ouvrages sans le secours de cette Science. Les Commentateurs n'ont pas beaucoup avancé cette partie , & j'ai eu occasion de remarquer qu'il y auroit encore beaucoup à faire : on le peut voir aussi par différentes notes que j'ai fournies à M. l'Abbé de l'Isle pour sa traduction des Géorgiques , à M. de la Bonnetterie pour son édition des Auteurs qui ont écrit de *Re Rusticâ* , & à M. Poinfinet pour sa nouvelle traduction de Pline. On peut compter parmi les Grecs qui ont parlé d'Astronomie, Homere, Hésiode, Aratus ; parmi les Latins , Lucrece, Horace , Virgile , Ovide, Manilius , Lucain, Claudien ; ils paroissent dans plusieurs endroits de leurs ouvrages, remplis d'admiration pour l'Astronomie. Horace nous annonce qu'il veut prendre son essor vers les astres :

..... Juvat ire per alta

Astra , juvat terris & inani sede relictis ,

Nube vehi , validique humeris insidere Atlantis.

Dans un autre endroit il nous raconte les objets de curiosité & de recherches dont il envioit l'occupation à son ami :

Quæ mare compescant causæ , quid temperet annum ,

Stellæ sponte sua jussuque vagentur & errent.

Quid premat obscurum Lunæ , quid proferat orbem.

L. I. ep. 12. ad Iccium.

Virgile sembloit vouloir renoncer à toute autre étude pour s'occuper des merveilles de l'Astronomie :

Me verò primùm dulces ante omnia Musæ ,
Quarum sacra fero , ingenti percussus amore ,
Accipiant , cœlique vias & sidera mōstrent.
Defectus Solis varios , Lunæque labores ,
Unde tremor terris , quâ vi maria alta tumescant
Objicibûs ruptis , rursusque in se ipsa residant ;
Quid tantùm Oceano properent se tingere soles
Hyberni , vel quæ tardis mora noctibus obstet. . . .

Felix qui potuit rerum cognoscere causas. *Georg. II. 475.*

Ovide fait un éloge si pompeux des premiers Inventeurs de l'Astronomie , que je ne puis me refuser d'en placer ici une partie :

Felices animos quibus hæc cognoscere primis ,
Inque domos superas scandere cura fuit ,
Credibile est illos pariter vitiisque locisque ,
Altiùs humanis exeruisse caput.
Non Venus aut vinum sublimia pectora fregit ;
Officiumve fori , militiæve labor ,
Nec levis ambitio , perfusaque gloria fūco ,
Magnarumve fames sollicitavit opum.
Admovere oculis distantia sidera nostris ,
Ætheraque ingenio supposuere suo.

Sic perituræ cœlum. . . .

Fast. I. 297.

La connoissance des astres a été souvent la source de plusieurs beautés dans les ouvrages des Poètes anciens : on voit rarement chez eux cette ignorance qui dépare quelques Ouvrages modernes ; telle est celle du Poète qui parlant des deux poles , suppose que l'un est le *Pole brûlant* , & l'autre le *Pole glacé*. (M. de Jarry , *Prix de 1714.*)

La Fontaine parle de l'Astronomie d'une manière très-noble quand il dit :

Quand pourront les neuf Sœurs loin des cours & des villes ,
M'occuper tout entier , & m'apprendre des cieux
Les divers mouvements inconnus à nos yeux ,
Les noms & les vertus de ces clartés errantes.

Songe d'un Habitant du Mogol.

M. de Voltaire , non-seulement le premier Poëte de notre siècle , mais le plus instruit qu'il y ait peut-être jamais eu , a fait voir dans plusieurs endroits de ses Ouvrages , combien il avoit de goût pour la Physique céleste. Dans une Lettre écrite en 1738 , il sembloit imiter les regrets de Virgile & de la Fontaine , & tourner tout son goût vers les Sciences ; il composa sur la Physique de Nevvton un Livre qui lui a fait honneur , & il en a fait beaucoup aux Sciences & aux savants qu'il a célébrés dans les plus beaux vers , sur-tout à Nevvton dont il parle ainsi dans une Epître à Madame la Marquise du Châtelet :

Confidents du Très-Haut , Substances éternelles ,
Qui parez de vos feux , qui couvrez de vos ailes
Le trône où votre Maître est assis parmi vous :
Parlez ! Du grand Nevvton n'étiez-vous point jaloux ?

On ne peut comparer à cela que les deux vers de Pope sur le même sujet , que je n'ose traduire de peur de les affoiblir :

Nature and Nature's lavvs lay hid in night ;
God said : let Nevvton be , ad all was light.

Jamais homme ne fut si digne de ces éloges sublimes , & si dignement célébré.

L'indifférence pour le plus beau spectacle de l'univers , a paru étrange aux plus grands Génies que nous ayons eu dans tous les genres ; le Tasse met dans la bouche de Renaud des réflexions qui méritent d'être citées , pour l'instruction de ceux à qui le même reproche peut s'adresser ; c'est dans le temps où marchant , avant le jour , vers la montagne des Oliviers , il contemploit la beauté du Firmament :

Con gli occhi alzati contemplando intorno ;
 Quinci notturne e quindi matutine ,
 Bellezze incorruttibili e divine.
 Frà sè stesso pensava , ò quante belle
 Luci il tempio celeste in se raguna !
 Ha il suo gran Sole il dì , l'aurate stelle
 Spiega la notte e l'argentata Luna ;
 Ma non è chi vagheggi ò questa ò quelle ;
 E miriam noi torbida luce e bruna ,
 Ch'un girar d'occhi , un balenar di riso
 Scopre in breve confin di fragil viso !

Jeruf. Lib. Cant. XVIII. v. 94.

Les honneurs rendus de tous les temps & chez tous les Peuples du monde , aux Astronomes célèbres , prouvent le cas qu'on a toujours fait de cette Science. L'on a vu en 1695 frapper une médaille à l'honneur de M. Cassini , (elle est figurée dans la Description de la Méridienne de Bologne) ; mais l'Histoire ancienne fournit des traits plus éclatants en faveur de l'Astronomie. Les anciens Rois de Perse & les Prêtres de l'Egypte , se choissoient parmi les plus habiles dans cette Science. Les Rois de Lacédémone avoient des Astronomes dans leur conseil ; Alexandre en avoit à sa suite

dans les expéditions militaires , & l'on assure qu'Aristote lui écrivoit de ne rien faire sans leur avis ; il est vrai que le goût des prédictions y entroit pour beaucoup , mais la véritable Astronomie en profita. On sait combien Ptolomée Philadelphé , second Roi d'Egypte , favorisa cette Science ; on vit de son temps une multitude d'hommes célèbres , Hipparque , Callimachus , Apollonius , Aratus , Bion , Théocrite , Conon , qui n'étoient point des Astrologues.

Jules-César se piquoit d'avoir des connoissances singulieres en Astronomie , comme on le voit par le discours que Lucain lui fait tenir à Achorée , Prêtre d'Egypte , dans le repas de Cléopatre. Tibere étoit fort appliqué à l'Astronomie , au rapport de Suétone. L'Empereur Claude prévint que le jour d'un anniversaire de sa naissance il devoit arriver une éclipse ; il croignoit qu'elle n'occasionnât à Rome des terreurs ou des tumultes , & il en fit faire un avertissement public , dans lequel il expliquoit les circonstances & les causes de ce phénomène.

L'Astronomie fut cultivée spécialement par les Empereurs Adrien & Sévere , par Charlemagne , par Léon V , Empereur de Constantinople , par Alphonse X , Roi de Castille , dont nous avons les tables Alphonfines , par Frédéric II , Empereur d'Occident , celui-ci fit traduire l'Ouvrage de Ptolomée en Latin , & en établit à Naples l'enseignement public.

On peut voir dans mon Astronomie combien le Calife Almamon , le Prince Ulug-Beg , & beau-

coup d'autres Monarques de l'Asie & de la Chine aimerent l'Astronomie. On fait , dit le P. Gaubil , que c'est à l'Astronomie que la Religion doit son entrée dans la Chine ; sans l'Astronomie elle en seroit bannie depuis long-temps , (*T. II. p. xvi , & p. 117*). On cite encore parmi les Héros qui ont chéri cette Science , Mahomet II , Conquérant de l'Empire Grec , l'Empereur Charles-Quint , Charles II , Roi d'Angleterre , & sur-tout Louis XIV ; la protection qu'il accorda aux Sciences , paroît assez dans l'établissement de l'Académie ; les Astronomes de Paris furent appelés plus d'une fois à la Cour par la curiosité de ce prince , & il les honora lui-même de sa présence (*Histoire céleste, p. 261.*) ; Louis XV leur donna chaque jour de semblables marques de l'intérêt qu'il prenoit à leurs travaux ; le Roi d'Angleterre s'en occupe lui-même avec plaisir , & vient de se faire bâtir un très-bel Observatoire pour son usage au Château de Richemond.

Hévélius , quoique né & établi à Dantzic , y reçut une preuve singulière de l'estime que Louis XIV & le grand Colbert avoient pour lui ; ce fut après un affreux incendie qu'il éprouva le 26 sept. 1679 , par la malice d'un de ses domestiques : M. Colbert , par une lettre datée de S. Germain le 28 décembre 1679 , écrit à Hévélius que le Roi , prenant part à la perte qu'il avoit faite , lui faisoit présent de 2000 écus. On voit la copie de cette lettre , écrite à la main sur l'exemplaire de la Sélénographie d'Hévélius , qui est à la Bibliothèque du Roi.

C'est avec de pareilles marques de protection & d'estime que des Sciences, aussi ingrates pour ceux qui les cultivent, peuvent se soutenir & se perfectionner. L'établissement des Académies de Londres, de Paris, de Berlin, de Pétersbourg, de Stockolm, de Bologne, &c. a signalé le goût de plusieurs Princes & autres personnes en places pour les Sciences, & elles ont sur-tout contribué au progrès de l'Astronomie.

Indépendamment de ces Compagnies célèbres il y a quatre Etablissements qui ont principalement servi à l'Astronomie, soit en formant des élèves, soit en donnant à des astronomes déjà célèbres, la facilité de se livrer à leur goût; le College Royal de France, le College de Gresham à Londres, & les Fondations d'Oxford & de Cambridge en Angleterre; j'en ai parlé assez au long dans la Préface de mon *Astronomie*, ainsi que de tous les Observatoires célèbres où il s'est fait jusqu'ici des observations importantes, le nombre de ces Observatoires s'augmente de jour en jour; on en projette un à Versailles même, & nous avons lieu d'espérer que l'Astronomie fera bientôt les progrès qui exigent un grand nombre de coopérateurs.





T A B L E

Des douze Livres qui composent cet Ouvrage,
& de leurs subdivisions.

L I V R E P R E M I E R.

D E LA SPHERE & des constellations ,	Page 1
Trouver la hauteur du Pole par le moyen des Etoiles ,	14
De la grandeur de la Terre ,	16
Des Latitudes géographiques ou terrestres ,	18
Des longitudes géographiques ,	19
Du mouvement propre de la Lune & de ses Phases ,	23
Du mouvement annuel , & de l'Ecliptique ,	25
De l'obliquité de l'Ecliptique & des Tropiques ,	30
Mouvement du Soleil ,	32
Des Planètes en général ,	35
Des ascensions droites , déclinaisons , longitudes & latitudes des Astres ,	37
De la Sphere armillaire ,	41
De la Sphere droite , oblique & parallele ,	43
Des Saisons & des Climats ,	51
Des Zones terrestres ,	55
Des Antipodes ,	58
Tracer une ligne méridienne ,	61
Du Globe céleste artificiel , & de ses usages ,	66
Connoissant la latitude d'un pays de la Terre , & le lever du Soleil à chaque jour de l'année , trouver l'heure du lever & du coucher du Soleil ,	68
Trouver quels sont les deux jours de l'année où le Soleil se leve à une heure marquée ,	70
Trouver quels sont les points où le Soleil se leve à chaque jour ,	Ibid
Trouver	

T A B L E.

xxxiiij

Trouver à une heure quelconque l'ascension droite du milieu du Ciel ,	Page 71
Trouver l'ascension droite du Soleil pour un certain jour , ibid.	
Trouver à quelle heure le Soleil doit avoir un certain degré d'azimut à un jour donné ,	74
Trouver quelle est la hauteur d'un Astre à un instant donné ,	76
Trouver l'heure de la culmination ou du passage d'une Etoile par le Méridien ,	78
Trouver quel jour une Etoile se leve à une certaine heure ,	79
Trouver quel jour une Etoile cessera de paroître le soir après le coucher du Soleil ; c'est le jour de son coucher héliaque ,	82
Du Globe terrestre artificiel , & de ses usages ,	85
Des Constellations ,	90
Table des cent Constellations qu'on représente sur les Globes terrestres ,	91
Heures du passage au Méridien des étoiles le premier jour de chaque mois , avec leur hauteur méridienne pour Paris ,	93
Méthodes des Alignements ,	95
Des Etoiles changeantes , & des nébuleuses ,	106

L I V R E S E C O N D.

FONDEMENTS DE L'ASTRONOMIE & système du Monde ,	112
Du mouvement & des inégalités du Soleil ,	113
De la Méthode des hauteurs correspondantes ,	123
Description de quart-de-cercle mobile ,	128
De la mesure du Temps ,	134
Trouver le temps vrai d'une observation ,	138
De l'Equation du Temps ,	139
Des Passages au Méridien , du lever & du coucher des Astres ,	144
Système du Monde ,	149
Système de Copernic ,	154
Système de Tycho-Brahé ,	162
Objections contre le Système de Copernic ,	167
Explications des Phénomènes dans le Système de Copernic ,	174
Mouvements des planetes vus de la Terre ,	181
Des Révolutions planétaires ,	194

<i>Des Equations séculaires ,</i>	Page 195
<i>Retours des Planetes aux mêmes situations ,</i>	197
<i>Stations & rétrogradations des Planetes ,</i>	198

L I V R E I I I.

<i>THÉORIE DU MOUVEMENT des Planetes autour du Soleil ,</i>	201
<i>Du mouvement Elliptique ,</i>	209
<i>De l'Equation de l'Orbite ,</i>	215
<i>Détermination des Aphélie ,</i>	221
<i>Méthode pour corriger à la fois les trois Eléments d'un Orbite ,</i>	224
<i>Des nœuds & des inclinaisons des Planetes ,</i>	228
<i>Des Inclinaisons ,</i>	230
<i>Des Diametre , des Planetes , & des Micrometres qui servent à les mesurer ,</i>	234

L I V R E I V.

<i>DU MOUVEMENT DE LA LUNE , & du Calcul des Paral-laxes ,</i>	240
<i>Des inégalités de la Lune ,</i>	248
<i>Des Nœuds & de l'Inclinaison de l'Orbite lunaire ,</i>	252
<i>Du Diametre de la Lune ,</i>	253
<i>De la Parallaxe de la Lune ,</i>	255
<i>Méthodes pour trouver la Parallaxe horizontale d'une Planete ,</i>	261

L I V R E V.

<i>DES ECLIPSES ,</i>	267
<i>Des Eclipses de Lune ,</i>	272
<i>Trouver les Phases d'une Eclipsé de Lune ,</i>	274
<i>Des Eclipses de Soleil ,</i>	279
<i>Trouver les Phases d'une Eclipsé de Soleil par le moyen des pro-jections ,</i>	295
<i>Trouver les Phases d'une Eclipsé de Soleil ou d'Etoile , avec la regle & le compas ,</i>	307
<i>Usages des Eclipses pour trouver les Longitudes géographiques ,</i>	315

T A B L E.

xxxv

Des Passages de Vénus & de Mercure sur le Soleil, Page 320.

L I V R E V I.

DES RÉFRACTIONS,	326
<i>Méthodes pour observer la quantité des Réfractions astronomi-</i>	
<i>ques,</i>	331

L I V R E V I I.

DES MOUVEMENTS DES ÉTOILES FIXES.	337
<i>De l'aberration des Étoiles,</i>	343
<i>De la Nutation,</i>	353

L I V R E V I I I.

DE LA FIGURE DE LA TERRE.	359
<i>De la Figure de la Terre & de son aplatissement,</i>	360.

L I V R E I X.

DES SATELLITES DE JUPITER & de Saturne ;	370
<i>Inégalités des Satellites,</i>	374
<i>Des Eclipses des Satellites,</i>	380
<i>Des Satellites de Saturne,</i>	388

L I V R E X.

DES COMETES,	394
<i>Différentes Opinions sur les Cometes,</i>	398
<i>Du mouvement parabolique des Cometes ;</i>	400
<i>Du Retour des Cometes,</i>	410
<i>Différentes remarques sur les Cometes,</i>	412

L I V R E X I.

DE LA ROTATION des Planetes & de leurs Taches ;	419
<i>De l'Equateur solaire & de la rotation du Soleil,</i>	426
<i>De la rotation lunaire & de la Libration</i>	431
<i>De la Rotation & de la Figure des autres Planetes,</i>	435.

LIVRE XII.

DE LA PESANTEUR OU DE L'ATTRACTION des Planètes ,	page 441
De la force centrale dans les Orbites circulaires ,	456
Des inégalités produites par l'Attraction ,	472
Du mouvement des Apsides ,	482
Du mouvement des nœuds des Planètes ,	484
Du flux & du reflux de la Mer ,	490
Table qui contient le Résultat des observations les plus récentes sur les révolutions , les grandeurs , & les distances des Planètes ,	502

Fin de la Table des Livres.

Extrait des Registres de l'Académie Royale des Sciences.

Du 22 Janvier 1774.

MESSIEURS LE GENTIL & MESSIER , qui avoient été nommés par l'Académie pour examiner un *Abrégé d'Astronomie* par M. DE LA LANDE , en ayant fait leur rapport , l'Académie a jugé cet Ouvrage digne de l'impression , en foi de quoi j'ai signé le présent Certificat. A Paris , le 22 Janvier 1774.

GRANDJEAN DE FOUCHY , *Secr. perp. de l'Acad. Royale des Sciences.*

ABRE'GE'



ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE.

LIVRE PREMIER.

De la Sphere , & des Constellations.

LA méthode la plus simple pour apprendre à connoître le ciel & ses divers mouvements , consiste à suivre l'ordre naturel des choses qu'on y remarque , & des rapports qui en résultent. Nous voyons tous que le soleil & la lune se lèvent & se couchent chaque jour ; mais si nous passons une nuit à regarder les autres astres , nous les verrons se lever & se coucher aussi , & nous en tirerons cette conclusion qu'il y a un mouvement commun par lequel les astres en général font le tour de la terre en 24 heures.

1. Si pour considérer plus attentivement les circonstances de ce mouvement diurne , on se place en un lieu élevé , & qu'on regarde autour de soi , on ne pourra s'empêcher de remarquer le cercle le plus apparent , c'est-à-dire , l'horizon. Ce vaste contour du ciel qui paroît autour de nous en forme de cercle , & qui termine la vue de tous côtés , quand nous sommes en pleine mer ou dans un lieu élevé , divise le ciel en deux parties ; mais celle qui est au dessus de l'horizon est la seule visible ; elle paroît sous la forme

d'un hémisphere ou d'une moitié de boule. Les astres ne sont visibles que quand ils parviennent dans cet *hémisphere supérieur* ; & nous disons alors qu'ils se lèvent.

3. Après ce premier cercle , il s'en présente d'autres qui sont presque aussi remarquables ; car en examinant le mouvement général des astres , pendant l'espace d'une nuit ou de plusieurs , on remarque bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'espace d'environ 24 heures : les étoiles qui sont plus au Nord , décrivent de plus petits cercles que les autres ; & l'on voit tous ces cercles décrits par différentes étoiles diminuer de plus en plus , aller enfin se perdre & se confondre en un point élevé de la rondeur du ciel , que nous appelons le POLE du monde ; celui que nous voyons est le pôle boréal , septentrional ou arctique.

4. Ainsi , pour se former une idée de l'astronomie , il faut d'abord apprendre à connoître le pôle du monde , c'est-à-dire , l'endroit du ciel étoilé vers lequel il se trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en est fort proche , & qu'on nomme l'ÉTOILE POLAIRE. Cette étoile étant fort près de ce pôle fixe , autour duquel les autres étoiles tournent chaque jour , paroît sensiblement dans la même place , à quelle heure & dans quelle saison de l'année qu'on la regarde ; mais elle est la seule dans ce cas là ; toutes les autres étoiles décrivent des cercles autour de l'étoile polaire , ou plutôt autour du pôle , qui est comme le centre du mouvement , ou le moyeu de la roue. Nous ferons voir dans le cours de cet ouvrage , (article 400) que ces mouvements , qui sont de pures apparences , proviennent du mouvement de la terre ; mais nous devons nous en tenir d'abord , comme les anciens astronomes , à remarquer les phénomènes , sans remonter à leur cause ; notre marche en sera plus naturelle & plus facile.

5. L'ÉTOILE POLAIRE pourroit se reconnoître sans autre indication : le lecteur seul & isolé , qui n'auroit jamais observé le ciel , & qui auroit seulement la patience d'examiner , pendant une partie de la nuit , les différentes étoiles , en remarquant leur hauteur & leur position par rapport à

des clochers, à des montagnes, ou à d'autres objets remarquables, s'apercevrait bientôt qu'il y a une assez belle étoile qui conserve à très-peu près, pendant toute la nuit, une même situation, & il reconnoîtroit par-là celle qu'on a dû nommer *Etoile polaire*. Si cette marque ne suffisoit pas pour la reconnoître, l'observateur s'y prendroit de la manière suivante.

6. On connoît par-tout cette constellation, composée de sept étoiles, représentée dans la figure première, & que les gens de la campagne nomment le *Charriot de David*, parce qu'elle a en effet quelque apparence de charriot. Parmi les astronomes elle est appelée la *grande Ourse*; si l'on tire une ligne par les deux étoiles qui sont les plus éloignées de la queue, marquées α & β dans la figure première, cette ligne prolongée du côté de l'étoile α , passera fort près de l'étoile polaire, qui est à peu près autant éloignée de l'étoile α , que celle-ci l'est de l'étoile β , qui forme l'extrémité de la queue. L'étoile polaire sera plus élevée en certains temps que la grande ourse; en d'autres temps elle sera plus basse: dans le premier cas, la ligne qui doit aller rencontrer l'étoile polaire, devra se prolonger au dessus de la grande ourse; c'est ce qui arrive lorsqu'au commencement de Novembre on la regarde sur les 10 heures du soir: si c'étoit au commencement de Mai à la même heure, on verroit la grande ourse au plus haut du ciel; & ce seroit en bas qu'il faudroit prolonger la ligne qui joint les deux étoiles précédentes du quarré de la grande ourse, pour rencontrer l'étoile polaire: d'autres fois enfin l'étoile polaire sera sur le côté; & la ligne dont il s'agit, s'étendra ou à droite ou à gauche de la grande ourse; mais dans tous les cas, c'est toujours du côté de l'étoile α , ou du même côté que la convexité de la queue, que doit se trouver l'étoile polaire; & le pôle du monde qui en est tout proche.

7. Un observateur qui connoît dans le ciel la situation du pôle du monde, distinguera naturellement les **POINTS CARDINAUX**; le Nord & le Sud, l'Orient & l'Occident,

Premièrement, le NORD ou le septentrion, c'est le côté vers lequel on est tourné quand on regarde le pôle ; 2°. le SUD que nous nommons le midi dans nos climats, c'est le côté opposé ; c'est celui où nous paroît le soleil vers le milieu du jour ; 3°. l'ORIENT, le levant ou l'Est ; 4°. l'OCCIDENT, le couchant ou l'Ouest ; ces deux derniers sont placés entre les deux autres points du nord & du sud, à égale distance ou à angles droits ; l'un du côté où les astres se lèvent, l'autre du côté où ils se couchent. L'orient est à droite quand on regarde le pôle.

8. Le ZÉNITH est aussi un des points les plus nécessaires à considérer dans le ciel ; & les astronomes en parlent à tout moment : c'est le point qui répond directement au dessus de notre tête, celui auquel va se diriger le fil à-plomb lorsqu'on y suspend un poids, & que l'on imagine ce fil prolongé vers le haut jusques dans la concavité du ciel.

9. Le zénith étant le point le plus élevé du ciel, il est toujours éloigné de 90 degrés ou d'un quart de cercle de tous les points de l'horizon (a). Si donc un astre paroît élevé au dessus de l'horizon de 60°, il sera éloigné du zénith de 30, car 60 & 30 font les 90° qu'il y a depuis l'horizon jusqu'au zénith ; ainsi nous pourrons dire à l'avenir, que la hauteur d'une étoile est le complément de sa distance au zénith, parce que le complément d'un arc est ce qui lui manque pour aller à 90°.

10. Le NADIR est le point inférieur de la sphere céleste ; celui qui est directement opposé au zénith, celui vers lequel se dirige par en-bas un fil à-plomb, par la gravité naturelle. Le nadir & le zénith étant directement opposés l'un à l'autre, si l'on conçoit un cercle qui fasse tout le tour du ciel, en passant par le zénith & par le nadir, il y aura 180°, ou un demi-cercle d'un côté, & autant de l'autre ; nous appellerons *vertical* (184) un cercle allant ainsi du

(a) Nous supposons comme une chose connue, qu'on entend par un degré la trois cent soixantième partie d'un cercle, & que par conséquent le quart d'un cercle entier est de quatre-vingt-dix degrés.

zénith au nadir , de quel côté qu'il soit ; comme on appelle *ligne verticale* celle que marque le fil à-plomb , & dont la direction prolongée haut & bas , va marquer le zénith & le nadir.

11. Toutes les fois qu'on regarde le ciel de quelque endroit bien découvert , on conçoit naturellement qu'en voyant une moitié de globe sur notre tête , il y en a aussi la moitié que nous ne voyons pas. Ainsi l'horizon est un grand cercle de la sphere qui , pour chaque lieu de la terre , sépare la partie visible du ciel de celle qui ne l'est pas.

12. Tel est l'horizon rationnel ou mathématique : nous ne parlerons pas de ce qu'on appelle quelquefois *horizon sensible* , que l'on considère comme un plan parallèle à l'horizon rationnel , & qui touche la surface de la terre : nous ne ferons aucun usage de celui-ci ; & d'ailleurs il ne diffère point de l'horizon rationnel , dès qu'il s'agit des astres qui sont fort éloignés de nous ; il en diffère seulement à raison des objets qui nous environnent , & qui bornent la vue quand on n'est pas en pleine mer ou sur un endroit très élevé. L'horizon sensible en pleine mer , quand l'œil est à cinq pieds de hauteur , s'étend environ à 2300 toises de distance. (Voyez art. 824.)

13. L'horizon est différent pour tous les différents points de la terre : chaque pays , chaque observateur a donc le sien ; & quand nous changeons de place , nous changeons d'horizon. L'observateur placé en *A* , (*fig. 2*) a pour horizon *HO* ; s'il s'avançoit de 10° au point *B* , son horizon deviendrait *RI* , & feroit avec le précédent un angle qui seroit aussi de 10° .

14. Ayant bien remarqué du côté du nord le lieu du pôle boréal ou septentrional , élevé au dessus de l'horizon , il est aisé de concevoir qu'il y en a un autre du côté du midi , qu'on a appelé *Pôle méridional* , *austral* ou *antarctique* , opposé au premier , & abaissé d'autant au dessous de l'horizon. A Paris , le pôle boréal est élevé d'environ 49° ; le pôle austral est abaissé d'autant : ces deux pôles

font les extrémités d'une ligne droite qu'on imagine aller de l'un à l'autre, & qui s'appelle l'AXE du monde, parce que c'est en effet autour de cette ligne comme axe ou effieu, que tout le ciel paroît tourner chaque jour.

15. Lorsqu'on connoît les deux extrémités de l'axe ou de l'effieu, il est aisé de concevoir la roue où le cercle qui est dans le milieu : & ce sera l'EQUATEUR : il suffira d'imaginer un cercle placé dans le milieu de l'axe, & également éloigné des deux poles du monde. Soit un cercle $HPZEORQH$ (fig. 3), qui passe par les poles & qui représente la circonférence d'un vertical (art. 10), P le pole boréal, R le pole austral qui lui est opposé, PR l'axe du monde ; la ligne EQ représentera le diamètre de l'équateur, ou du cercle qui passe à égales distances des deux poles, & dont le plan est perpendiculaire à l'axe, comme le plan d'une roue est perpendiculaire à son effieu : ainsi l'on doit concevoir sur le diamètre EQ un cercle qui soit perpendiculaire au plan de la figure, dont la moitié soit au dessus de ce plan, & l'autre moitié au dessous. Ce cercle sera l'équateur. Ce fut là véritablement le premier cercle que les anciens astronomes se figurerent, & auquel les Chaldéens & les Egyptiens rapportoient tous les astres, du temps d'Hérodote, 450 ans avant J. C. La situation de l'équateur, ainsi placé à égale distance des deux poles, fait qu'on peut dire en général & indifféremment, que la sphere avec son équateur EQ , tourne autour de l'axe PR , ou autour des poles P & R de l'équateur. La figure 6 représente aussi l'équateur $EFQGE$ vu en perspective, & situé entre les poles P & R .

16. C'est ce mouvement diurne autour de l'axe & des poles du monde qui est exprimé dans les vers suivans de Manilius (a).

Aëra per gelidum tenuis deducitur axis,
 Libratumque gerit diverso cardine mundum;
 Sidereus medium circa quem volvitur orbis,
 Aeternoque rotat cursus immotus... L. I. v. 179.

(a) Le poëme de Manilius renferme une ample description des cercles de la sphere, des signes du zodiaque, des versus qu'on leur attribuoit & des saisons. Ceux qui aimeront ce genre de poésie doivent lire aussi les poëmes de Buchanan, du Pere Boscovich & de M. Stuy.

Le pôle boréal , ou le pôle arctique est désigné dans Lucain & Manilius par le voisinage de la grande ourse qu'on appelloit Arctos.

Axis inocciduus geminâ clarissimus Arcto. Luc. VIII. 175.

Alter in aduersum positus succedit ad Arctos. Manil. I. 682.

Et Virgile désigne la différence des pôles , dont l'un est élevé du côté du nord , l'autre abaissé au midi , en disant :

Hic vertex nobis semper sublimis , at illum.

Sub pedibus Styx atra videt , massæque profundi. Georg. I. 242.

17. De même qu'on a appelé les points *P* & *R* pôles de l'équateur , parce que l'équateur est à égales distances de l'un & de l'autre ; on appelle en général POLES d'un cercle les deux points de la sphere qui sont les plus éloignés de ce cercle , ou ceux qui sont situés sur une ligne perpendiculaire au plan du même cercle , & passant par son centre. Ainsi le zénith est le pôle de l'horizon ; il en est de même de tout autre cercle : son pôle en est toujours éloigné de 90° en tout sens.

18. La ligne qui passe par les deux pôles d'un cercle , s'appelle aussi en général l'AXE de ce cercle ; par exemple , la ligne verticale est l'axe de l'horizon. Il ne faut pas confondre l'axe avec le diamètre d'un cercle ; ce sont deux choses tout-à-fait différentes : le diamètre est tiré dans le plan même du cercle , mais l'axe s'élève perpendiculairement des deux côtés , & hors de ce plan ; il n'a qu'un seul point de commun avec le cercle , & c'est au centre même du cercle , où l'axe le traverse.

19. Après avoir examiné chaque jour les points où le soleil se leve & se couche , on fera naturellement tenté d'appeler milieu du jour , méridien , ou milieu du ciel , l'endroit où il est quand , après avoir monté au plus haut de sa course , il commence à descendre ; c'est-à-dire , le point où est la plus grande élévation dans le milieu du jour. Si l'on remarque de même tous les astres qui se lèvent & se couchent , on verra qu'ils sont à leur plus grande hauteur

dans le milieu de l'intervalle du lever au coucher, quoique plus ou moins élevés; & l'on dira de même qu'ils sont dans le méridien. Mais ce point est différemment élevé pour les différens astres, & même pour le soleil, que nous voyons tantôt plus haut, tantôt plus bas à midi; l'on imaginera donc un grand cercle, tel que $HPZEORQH$ passant par le zénith, par le nadir, & par les poles, & ce sera le méridien. Il est ainsi appelé, parce qu'il marque le milieu du jour quand le soleil y arrive: chaque point de ce cercle est également éloigné de l'horizon à droite & à gauche; en sorte que tous les astres entre leur lever & leur coucher se trouveront dans le méridien un fois au dessus de l'horizon, & une fois au dessous après leur coucher. Leur circulation diurne est donc partagée en quatre parties égales, depuis leur lever jusqu'à leur passage au méridien, depuis le passage au méridien jusqu'au coucher, depuis le coucher jusqu'au passage inférieur par le même cercle, & depuis ce passage à la partie inférieure du méridien, jusqu'au lever du jour suivant.

Le cercle du méridien partage tout le ciel en deux hémisphères, dont l'un est à l'orient, & l'autre à l'occident. On appelle l'un *hémisphère oriental*, & l'autre *hémisphère occidental*. Le méridien passe aussi par les deux poles du monde, puisqu'il partage en deux parties tous les cercles que les astres décrivent autour des poles.

20. Le méridien d'un pays situé plus à l'orient ou plus à l'occident que Paris est différent du méridien de Paris; & l'observateur qui marche vers l'orient ou vers l'occident change de méridien, de toute la quantité dont il avance vers l'orient ou l'occident, puisque son méridien passe toujours par son nouveau zénith, & par les deux poles du monde. Ainsi de Paris à Brest, il y a environ 7° , dont Paris est plus oriental que Brest, & par conséquent le méridien de Paris diffère de 7° de celui de Brest. Il n'y a qu'un moyen de changer de place sans changer de méridien; c'est d'aller directement vers le nord ou vers le sud, c'est-à-dire, vers un des poles.

21. Tous les méridiens des différents pays de la terre se réunissent & se coupent aux deux poles du monde, puisqu'ils sont tous menés d'un pole à l'autre (19); ils sont tous coupés en deux parties égales par l'équateur, puisque l'équateur est par-tout à égale distance des deux poles; ils sont tous perpendiculaires à l'équateur. Mais quand l'observateur placé dans un lieu fixe, parle du méridien, il doit toujours entendre le méridien du lieu où il est; celui qui passe par son zénith, & que l'on conçoit comme fixe aussi-bien que l'horizon.

22. Après avoir établi dans la sphere céleste, trois cercles principaux, l'horizon, l'équateur & le méridien; l'observateur doit rapporter à ces cercles tous les astres qu'il observe. C'est d'abord à l'horizon qu'il est forcé, pour ainsi dire, de les comparer; car un astre n'est visible que quand il s'élève au dessus de l'horizon: le soleil ne nous donne le jour, la lune n'éclaire nos belles nuits, qu'après avoir surmonté ce cercle terminateur; & plus un astre s'élève au dessus de l'horizon, plus nous avons long temps à le voir. Cette élévation d'un astre au dessus de l'horizon est donc un des phénomènes auxquels il étoit le plus naturel de s'attacher; ainsi l'une des premières observations qu'on ait eu à faire, c'étoit de mesurer la HAUTEUR d'un astre sur l'horizon.

23. Soit un observateur O , (fig. 4) dont Z est le zénith; & HOR l'horizon; puisqu'il est convenu, entre les astronomes de tous les temps, de diviser le cercle en 360° , on comptera nécessairement 90° depuis Z jusqu'en R ; car ZR est le quart du cercle ou de la circonférence entière; ainsi une étoile qui paroîtroit en Z auroit 90 de hauteur; celle qui seroit en A à égale distance de l'horizon R , & du zénith Z , en auroit 45 , & ainsi des autres.

24. L'observateur O qui veut mesurer ces hauteurs n'a qu'à former un quart-de-cercle BD , de carton, de bois ou de métal, le diviser en 90 parties, placer un des côtés BO verticalement, au moyen d'un fil à-plomb, & dans cet état remarquer, en mettant l'œil au centre O , sur quel

point C répond l'astre A ; le nombre de degrés compris entre D & C sur son instrument, sera le même que celui des degrés AR de la sphere céleste, qui marquent la hauteur de l'astre A au dessus de l'horizon. En effet, si l'arc DC est la huitieme partie d'une circonférence entiere ou la moitié de BD sur le petit instrument, l'arc céleste AR sera aussi la moitié de ZR ; ainsi l'un & l'autre seront de 45° . Les degrés ne sont autre chose que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entiere, & il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle, comme dans le quart d'un très-grand, tout comme il y a deux moitiés ou quatre quarts dans un objet quelconque, grand ou petit; c'est sur cette considération qu'est fondée la MESURE DES ANGLES, dont nous ferons sans cesse usage, puisque toutes nos mesures dans le ciel, consisteront en degrés, ou en parties de cercle.

25. Les astronomes disposent d'une maniere plus commode le quart de cercle qu'ils emploient à mesurer les hauteurs: ils placent un des côtés BO (fig. 5), de maniere qu'il soit dirigé vers l'étoile A , dont ils veulent mesurer la hauteur; au centre O de cet instrument, est suspendu librement un fil à-plomb OED , alors l'arc EG du quart-de-cercle que l'on emploie, compris entre le fil à-plomb & le rayon OG , aura autant de degrés que l'arc AR , qui est la hauteur de l'astre A au dessus de l'horizon OR ; car la ligne verticale $ZOED$ fait avec le rayon de l'étoile BOA un angle, dont la mesure est l'arc ZA d'un côté, & de l'autre l'arc BE qui lui est semblable, & a le même nombre de degrés; c'est ce que nous appellerons *la distance au zénith*; or, l'arc ZA est le complément de l'arc AR , comme BE est le complément de EG ; ainsi l'arc AR est semblable à l'arc GE ; donc ce dernier arc exprime la hauteur de l'astre, aussi bien que l'arc AR . Telle est la maniere dont les astronomes procedent dans cette observation fondamentale & qui revient sans cesse; il ne s'agit, pour observer la hauteur d'un astre au dessus de l'horizon, que de diriger un des côtés BO du quart-de-cercle BEG vers l'astre sup-

posé en *A*, & de voir combien le fil à-plomb *ZOED*, suspendu librement au centre *O* de l'instrument, intercepte de degrés, en comptant de l'autre rayon *OG* de l'instrument, c'est-à-dire, de combien est l'arc *GE*. C'est là dessus qu'est fondé l'usage du quart-de-cercle astronomique, dont nous ferons une description détaillée en parlant des fondements de l'astronomie (331), mais dont il étoit nécessaire de donner une idée dès à présent.

26. LA MESURE DES ANGLES, faite par le moyen d'un quart-de-cercle ou d'une autre portion quelconque de circonférence, est la base de toute l'astronomie : en effet, un astronome veut connoître les mouvements & les révolutions des corps célestes, & assigner en tout temps la situation apparente de tous les astres, les uns par rapport aux autres ; il suffit pour cela de savoir qu'à partir d'un point donné dans le ciel, un astre est avancé plus qu'un autre, d'un nombre de degrés, ou d'une portion quelconque de la circonférence. Ce n'est point en lieues, en toises, ou autres mesures absolues, que nous avons besoin de connoître ces mouvements apparents, nous y parviendrons bien ensuite (585) ; mais il ne fut d'abord question parmi les anciens astronomes, & nous ne traitons nous-mêmes dans ce premier livre, que des mouvements relatifs & apparents, qui s'expriment en degrés, minutes & secondes, ou en portions de cercle, & qui suffisent pour représenter en tout temps l'état du ciel tel qu'il paroît à nos yeux.

On observe, par exemple, qu'un astre est éloigné d'un autre de la moitié du ciel, c'est-à-dire, de 180° , en sorte qu'il lui est diamétralement opposé ; c'est la plus grande de toutes les distances apparentes ; s'il se trouve un troisième astre à la moitié de cet intervalle, & qui paroisse entre les deux autres, nous dirons qu'il est à 90° ou un quart-de-cercle de chacun d'eux ; nous mesurerons également, 0° , 15° , 50° de distance apparente entre d'autres astres, & toutes ces mesures se font en présentant aux objets que l'on observe un arc de cercle, comme *BD* (fig. 4), dont le centre soit à notre œil *O*, & dont la partie *CD* soit semblable

à la partie AR de la circonférence céleste, que nous voulons mesurer. Ainsi, quand nous dirons, par exemple, que la lune a un demi-degré ou 30 minutes de diamètre, cela voudra dire qu'elle occupe la moitié de la trois cent soixantième partie d'une circonférence, dont notre œil est le centre; ou, ce qui revient au même, que si elle étoit répétée 720 fois autour de nous, ou qu'il y eût 720 lunes à la suite l'une de l'autre, cela feroit tout le tour du ciel.

27. Tandis que la sphere entiere tourne sur ses deux poles P & R (fig. 6), les points situés dans l'équateur EQ , décrivent un cercle qui est de la grandeur même de la sphere, c'est-à-dire, qui forme l'un des grands cercles, & dont le centre C est aussi le centre de la sphere; mais les points qui sont plus près du pole, comme le point A , décrivent des cercles moindres; tel est le cercle AB , dont le centre est au point D de l'axe PR , & qui paroît ovale dans la figure, parce que nous le supposons vu en perspective & de côté. Ce sont ces petits cercles qu'on appelle les *parallèles à l'équateur*, ou simplement les PARALLELES. Chaque point du ciel, placé hors de l'équateur, décrit un parallèle qui diminue de grandeur à mesure que ce point est plus éloigné de l'équateur. (art. 4.)

Tous ces parallèles AB sont coupés en deux parties égales par le cercle $HBP AO$; car leur centre D & leur pole P se trouvant dans le plan du méridien, ce plan les traverse par le centre, & par conséquent les coupe en deux parties égales (19); ainsi l'astre qui placé d'abord au point A dans le méridien, décrit par son mouvement diurne le parallèle AB , sera aussi long-temps à la droite qu'à la gauche du méridien, & ce cercle partagera la durée de la révolution diurne en deux parties égales.

28. Si le parallèle AB que décrit l'étoile, est tout entier au dessus de l'horizon HO , on la verra passer deux fois le jour au méridien, d'abord en A , puis 12 heures après en B ; sa plus grande élévation au dessus de l'horizon, sera dans son passage supérieur en A , & sa plus petite hau-

teur dans son passage inférieur en *B*. Mais si le parallèle de l'étoile se trouve n'avoir qu'une petite portion au dessus de l'horizon, comme le parallèle *MNL*, dont la partie supérieure *MN* élevée sur l'horizon, est beaucoup moindre que la partie invisible *NL*, on ne verra l'étoile que pendant la plus petite partie des 24 heures.

29. Il y a cette différence entre les *grands cercles* de la sphere & les *petits cercles*, que les plans des grands cercles passant tous par le centre de la sphere, la coupent en deux parties égales, au lieu que les petits cercles, tels que *AB*, coupent la sphere en deux segments, dont l'un est le plus petit, comme *APB*, & l'autre le plus grand, comme *AEMORLOB*.

30. Une autre différence qu'on doit remarquer entre les grands cercles & les petits, c'est qu'un grand cercle coupe nécessairement tous les autres grands cercles en deux parties égales, au lieu qu'un petit cercle est souvent coupé par un grand cercle en deux parties inégales; la raison est évidente, si l'on considère que deux grands cercles ayant chacun leur centre au centre de la sphere, l'un des cercles passe par le centre de l'autre; ils ont donc un diamètre commun, qu'on appelle la *Commune Section* de leurs deux plans: or il est de la nature d'un diamètre de couper le cercle en deux parties égales; ainsi chaque cercle est coupé par l'autre, suivant son diamètre même & en deux parties égales. Au contraire, le petit cercle étant éloigné du centre du globe, peut non-seulement être coupé en deux portions inégales, mais encore ne l'être point du tout par un grand cercle du même globe. Ce sont-là les premiers axiomes de la Trigonométrie-Sphérique, dont il faut lire les traités, quand on veut faire quelques progrès dans l'astronomie; mais les notions que nous en donnerons ici seront suffisantes pour l'intelligence de ce livre.

Nous verrons, en parlant de la Sphere Armillaire (100), qu'on y distingue principalement six grands cercles & quatre petits; l'ordre des observations nous a conduit à distinguer déjà trois grands cercles appelés l'*Horizon*,

l'Équateur & le Méridien. Nous avons parlé en général des petits cercles appelés *parallèles à l'équateur*, nous parlerons des autres à mesure que les phénomènes l'exigeront.

Trouver la hauteur du Pole par le moyen des étoiles

31. LA DISPOSITION des trois grands cercles de la sphère, l'équateur, l'horizon & le méridien, doit former désormais la base de toutes nos observations; nous y rapporterons les astres pour en déterminer la situation & les mouvements. Ainsi la première chose que nous devons faire, est de connoître leur situation réciproque, de savoir comment l'équateur est placé par rapport à notre horizon; combien le pôle est élevé du côté du nord; combien l'équateur est élevé du côté du midi.

32. Puisque l'équateur n'est autre chose que le cercle sur lequel se fait le mouvement diurne, c'est ce mouvement qui doit déterminer l'équateur; & puisque ce mouvement se fait autour des pôles, il servira aussi à les reconnoître. Si l'étoile polaire, dont nous avons parlé, étoit précisément & exactement située au pôle du monde, en sorte qu'elle pût en être la marque sûre & permanente, il suffiroit d'en mesurer la hauteur (23), & l'on auroit la hauteur du pôle, mais cette étoile en est à 2° . Il est vrai qu'on a peine à distinguer si elle a changé de place, quand on ne la regarde qu'à la vue simple, & sans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puisse la comparer; mais avec des instruments. & une attention suivie, on reconnoît qu'elle décrit aussi-bien que les autres étoiles un petit cercle autour du pôle. Cependant si l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où est le pôle, du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour, en doit donner la plus sûre indication.

33. L'étoile *A* (fig. 3 & 6) décrivant autour du pôle *P* un cercle *AB*, si cette étoile est à 2° du pôle, l'arc *AP* sera de 2° , aussi-bien que l'arc *PB*, & l'arc entier *APB*, qui marque la largeur du parallèle, sera de 4° ; ainsi l'étoile

étant au méridien en A , dans la partie supérieure de son parallèle, aura une hauteur AH au dessus de l'horizon, plus grande de 4° que la hauteur BH de cette même étoile, lorsque 12 heures après elle sera au dessous du pôle : la différence AB de ces deux hauteurs sera donc de 4° . Supposons actuellement qu'on ait observé la hauteur de l'étoile en A & sa hauteur en B , il faudra, pour avoir la hauteur du pôle P , partager en deux la différence AB des deux hauteurs; la moitié de cette différence sera PB , on l'ajoutera avec la plus petite hauteur HB de l'étoile, & l'on aura HP qui est la hauteur du pôle. Par exemple, si l'étoile polaire observée à Paris, a d'abord 47° , & ensuite 51° de hauteur, la différence étant 4° , on en prendra la moitié, c'est-à-dire, 2° , ce sera la distance de l'étoile au pôle; ces 2° ajoutés à 47° , qui est la plus petite hauteur de l'étoile, donneront la hauteur du pôle, qui sera par conséquent de 49° ; ou, ce qui revient au même, on prendra la moitié de la somme des deux hauteurs 51 & 47 , & l'on trouvera 49° . C'est ainsi que les étoiles circompolaires, ou voisines du pôle, servent à trouver sa hauteur.

34. La hauteur du pôle & la hauteur de l'équateur font ensemble 90° , en sorte que la première étant connue, on a nécessairement la seconde. Soit P le pôle, & E l'équateur, PH la hauteur du pôle, EO celle de l'équateur, le demi-cercle HZO est la partie visible du ciel qui a 180° . Si l'on en retranche le quart de cercle PZE qui est la distance du pôle à l'équateur; c'est-à-dire, 90° , il en doit rester nécessairement 90 autres; donc les arcs HP & EO , qui restent après avoir ôté PZE , font ensemble 90° : donc la hauteur du pôle HP est le COMPLÉMENT (a) de la hauteur de l'équateur EO .

35. De là il suit que la hauteur de l'équateur est égale à la distance du pôle au zénith, c'est-à-dire, à PZ ; car ZH est de 90° , puisque du zénith à l'horizon il y a nécessairement un quart-de-cercle; ainsi ZP est le complément de

(a) On appelle Complément d'un arc, ce qui lui manque pour faire 90 degrés & Supplément ce qui lui manque pour aller à 180° degrés.

PZ : mais nous venons de voir dans l'article précédent , que *HP* est le complément de *EO* ; donc *PZ* est égal à *EO* , c'est à dire , que la distance du pole au zénith est égale à la hauteur de l'équateur.

36. Il est évident par la même raison , que la distance *ZE* du zénith à l'équateur est égale à la hauteur du pole *PH* : car *ZH* & *PE* sont chacun de 90° : si vous en retranchez la partie commune *PZ* , il restera deux arcs égaux *PH* & *ZE* , c'est-à-dire , la hauteur du pole & la distance de l'équateur au zénith.

De la grandeur de la Terre.

37. L'OBSERVATION de la hauteur du pole & de la hauteur de l'équateur , ou , si l'on veut , de la hauteur méridienne du soleil en différents pays , fut la première chose qui dut apprendre aux hommes que la terre étoit ronde. Ce fut d'abord par l'ombre du soleil que l'on détermina les différences de hauteurs du pole ; plus on avança vers le nord , plus ces ombres mesurées le même jour se trouvoient longues ; ce qui prouvoit que la hauteur du soleil au dessus de l'horizon étoit devenue plus petite , & que l'observateur situé vers le nord n'étoit pas sur le même plan que l'observateur situé vers le midi , on dut en conclure que la terre étoit arrondie.

38. L'ombre de la terre dans les éclipses de lune paroît toujours ronde ; les vaisseaux vus de loin en pleine mer , disparoissent par degrés ; on les voit descendre & se perdre peu à peu , par la courbure de la surface des eaux. Telles furent les marques auxquelles les anciens philosophes reconnurent la courbure & la rondeur de la terre.

39. Après avoir ainsi reconnu la rondeur de la terre , on se servit du même moyen pour connoître sa grandeur : & le changement des latitudes & des hauteurs , soit du pole , soit des astres , servit à connoître l'étendue de notre globe en mesurant une petite partie. Posidonius observa , il y a 1900 ans , que l'étoile appelée Canopus , qui passoit



Canopus

soit

soit au méridien d'Alexandrie, à la hauteur d'une 48^e partie du cercle, ou de $7^{\circ} \frac{1}{2}$, ne s'élevoit presque pas à Rhodes, mais qu'elle passoit à l'horizon, & ne faisoit qu'y paroître; il suivoit de là que ces deux villes (situées d'ailleurs sous le même méridien ou à peu près) étoient éloignées de la 48^e partie du cercle; d'un autre côté leur distance itinéraire en ligne droite étoit de 3250 stades, suivant Eratosthène, cité par Plin & Strabon, ainsi prenant 48 fois ce nombre de stades, on trouva que les 360^e de la terre faisoient 180000 stades; c'est ainsi que Ptolomée le suppose dans sa géographie composée environ cent ans après J. C. Si l'on évalue le stade Egyptien avec M. le Roy (*Ruines des monuments de la Grèce*, p. 55) à 114 toises $\frac{2}{10}$, on aura pour la circonférence de la terre 8999 lieues, chacune de 2283 toises, ce qui s'éloigne bien peu de la mesure constatée par l'Académie, qui est d'environ 9000 lieues. (802)

40. Autre exemple : on trouve en allant vers le nord que la latitude d'Amiens est plus grande que celle de Paris d'un degré, ou que le soleil à midi est d'un degré plus bas à Amiens qu'à Paris, c'est une preuve que la terre a un degré de courbure depuis Paris jusqu'à Amiens; or cette distance mesurée en allant toujours du midi au nord, s'est trouvée de 25 lieues, chacune de 2283 toises (802); donc un degré de la terre, ou la 360^e partie de toute la circonférence, a 25 lieues d'étendue; d'où il suit que la circonférence entière ou le tour de la terre vaut 9000 lieues; car 25 fois 360 font 9000. Lorsqu'on voit les astres augmenter d'un degré en hauteur, c'est une preuve que notre zénith & notre horizon ont changé d'un degré; car ce sont les termes fixes auxquels se rapportent nos observations des hauteurs; si notre zénith a changé d'un degré, il a fait la 360^e partie du cercle ou du tour entier de la sphere; & si 25 lieues de chemin du midi au nord le font changer d'un degré, les 9000 lieues le feroient changer de 360^e, c'est-à-dire, lui feroient faire

le tour du ciel , tandis que nous ferions celui de la terre ; donc la terre a 9000 lieues de circuit.

Des Latitudes Géographiques ou Terrestres.

41. L'ÉQUATEUR & les poles que nous avons remarqués dans le ciel , se remarquent également sur la terre ; car le point de la terre qui a pour zénith le pôle du ciel , s'appelle naturellement le pôle de la terre ; & tout de même que l'équateur céleste détermine les saisons , celui de la terre détermine la température & le degré de chaleur ou de froid , qu'on éprouve en différents pays.

42. On dut remarquer d'abord les étoiles qui dans le ciel répondoient à l'équateur , c'est-à-dire , étoient précisément à égales distances des poles célestes : voyageant ensuite sur la terre , on vit en allant vers le midi , que ces étoiles se rapprochoient de la verticale , & passaient au méridien plus près du zénith , à mesure qu'on se trouvoit dans des pays plus méridionaux.

43. On comprit qu'en avançant encore , on parviendroit dans les endroits de la terre , où ces étoiles passent exactement par le zénith , & où les deux poles sont dans l'horizon ; en effet dans ce cas-là on est évidemment sous l'équateur céleste , ou bien sur l'équateur terrestre ; car l'un correspond à l'autre , ils sont dans un seul & même plan , parce que l'équateur céleste détermine l'autre ; & qu'en voyant passer le soleil sur sa tête , quand il est à même distance des deux poles , c'est-à-dire , dans l'équateur , on pourroit dire : je suis sous l'équateur céleste , ou bien : je suis sur l'équateur de la terre.

44. L'équateur terrestre ou la *ligne équinoxiale* , fait tout le tour de la terre , passe au milieu de l'Afrique , dans les états peu connus du Macoco & du Monoémugi , traverse la mer des Indes , les isles de Sumatra & de Bornéo , & la vaste étendue de la mer Pacifique ; l'équateur passe ensuite au travers de l'Amérique Méridionale , de-

puis la province de Quito au Pérou, jusqu'à l'embouchure de la rivière des Amazones. Nous disons que les pays qui sont sur cette ligne, n'ont aucune *latitude*, parce que l'on appelle *latitude* les distances à l'équateur. A mesure qu'on quitte l'équateur pour avancer vers les poles, soit au septentrion, soit au midi, on avance en latitude; lorsqu'on est à un degré, ou à 25 lieues de l'équateur, on a un degré de latitude.

LA LATITUDE ou la distance à l'équateur se mesure ou vers le midi ou vers le nord: on appelle *Latitude Septentrionale*, ou latitude nord, la distance à l'équateur, pour les pays qui sont du côté du nord, & *Latitude Méridionale*, ou latitude sud, celle qui est comptée de l'autre côté de la ligne.

45. Les pays qui sont à moitié chemin de l'équateur au pôle, ont donc 45° de latitude; telle est la ville de Bordeaux; telles sont encore Sarlat, Aurillac, le Puy, Valence, Briançon, Turin, Casal & Plaisance, Mantoue, Rovigo, & les Bouches du Pô; en Asie, Astracan, la Tartarie Chinoise & la Terre d'Yeco. On ne sauroit avoir plus de 90° de latitude; car il n'y a que 900 entre l'équateur, d'où on les compte, & les poles où toutes les latitudes finissent & se confondent en un point.

46. La hauteur du pôle, dont nous avons parlé (art. 33.) est égale à la latitude du lieu; car la latitude n'est autre chose que la distance d'un pays à l'équateur terrestre, ou la distance de son zénith à l'équateur céleste, c'est-à-dire, *ZE*, mais *ZE* est égal à *PH* (36); donc la latitude est égale à la hauteur du pôle.

Des Longitudes Géographiques (a).

47. Après avoir mesuré les distances du midi au nord, sous le nom de *latitudes*, il a été nécessaire de mesurer les distances dans l'autre sens, c'est-à-dire, d'occident en orient;

(a) Géographie vient de *Γῆ*, terre, & de *γραφω*, j'écris, parce que c'est la description de la terre.

& on les a appelées LONGITUDES, parce que la longueur des pays connus étoit plus grande dans ce sens-là que du midi au nord, lorsque les premiers géographes ont établi leurs mesures, il y a 1800 ans.

Pour mesurer les longitudes, on conçoit plusieurs cercles perpendiculaires à l'équateur, & passant par les deux poles de la terre, tels que les cercles *PAR*, *PSR*, que l'on voit sur le globe de la figure 12. Ce sont les méridiens terrestres; tous les pays qui sont sur un même méridien, ont la même longitude.

48. LE PREMIER MÉRIDIEEN, celui d'où l'on part pour compter les longitudes, est une chose arbitraire & de pure convention, parce que le ciel ne donne aucun terme fixe sur la terre pour les longitudes, au lieu que l'équateur en fournit un pour compter les latitudes. On a varié sur le choix d'un premier méridien, & encore actuellement la chose n'est pas bien fixe parmi les géographes. Voyez le P. Riccioli (*Geographia reformatæ*, pag. 385).

49. La déclaration du 25 avril 1634, fixa notre premier méridien à l'extrémité de l'isle de Fer, la plus occidentale des isles Canaries. Le bourg principal de cette isle est à $19^{\circ} 55' 43''$ à l'occident de Paris; mais M. de l'Isle, notre plus fameux géographe, ayant supposé pour plus de facilité & en nombres ronds, que Paris étoit à 20° de longitude, les géographes de France ont suivi son exemple; ainsi dans la plupart de nos cartes on établit le premier méridien universel à 20° du méridien de Paris, du côté de l'occident; & l'on continue de compter les longitudes terrestres vers l'orient jusqu'à 360° , en faisant tout le tour de la terre.

50. Cependant les astronomes François qui déterminent communément les longitudes par la comparaison des observations faites à Paris, avec celles des différents lieux de la terre, ont une autre maniere de compter. Ils prennent, non pas en degrés, mais en temps, la différence des méridiens, ou la différence de longitude entre Paris & les autres pays; 15° de longitude font une heure, parce que

les 24 heures du jour font tout le tour de la terre ; chaque degré fait 4' de temps ; & au lieu de dire , par exemple , que Poitiers est à 18° de longitude , parce que cette ville est de 2° plus occidentale que Paris , ils disent que la différence des méridiens est de 8' , occidentale. C'est ainsi que Ptolomée en usa par rapport à Alexandrie , les Arabes pour Toledé , Copernic pour Frawenberg , Reinhold pour Konisberg , Tycho & Képler pour Uranibourg , les Hollandois pour Amsterdam , & les Anglois pour Gréenwich où est l'observatoire royal d'Angleterre.

51. Les différences des méridiens nous font juger de celles des heures que l'on compte en même temps dans ces différents pays. Un observateur qui s'avanceroit à 15° de Paris , du côté de l'orient , par exemple , à Vienne en Autriche , compteroit environ une heure de plus qu'à Paris , parce qu'allant au devant du soleil qui tourne chaque jour de l'orient à l'occident , il le verroit une heure plutôt que nous. En continuant d'avancer ainsi vers l'orient de 15 en 15°, il gagneroit une heure à chaque fois ; & s'il faisoit le tour entier de la terre , il se trouveroit , en arrivant à Paris , avoir gagné 24 heures , & compteroit un jour de plus que nous ; il seroit au lundi , tandis que nous serions encore au dimanche.

52. Un autre observateur qui s'avanceroit du côté du couchant , retarderoit de la même quantité , & revenant à Paris après le tour du monde , il ne compteroit que Samedi lorsque nous serions au dimanche. On éprouvera cette singularité dans la manière de compter , toutes les fois qu'on verra arriver un vaisseau qui aura fait le tour du monde , en continuant de compter les jours dans le même ordre , sans s'assujétir au calendrier des pays où il aura passé.

53. Par la même raison , les habitants des isles de la mer du Sud qui sont éloignés de 12 heures de notre méridien , doivent voir les voyageurs qui viennent des Indes & ceux qui leur viennent de l'Amérique , compter différemment les jours de la semaine , les premiers ayant un jour de plus que les autres ; car supposant qu'il est dimanche



à midi pour Paris, ceux qui sont dans les Indes, disent qu'il y a 6 heures que dimanche est commencé; & ceux qui sont en Amérique, disent qu'il s'en faut au contraire plusieurs heures. Cela parut très-singulier à nos anciens voyageurs qu'on accusa d'abord de s'être trompés dans leur calcul & d'avoir perdu le fil de leurs almanachs. Dampier étant allé à Mendanao par l'ouest trouva qu'on y comptoit un jour de plus que lui. (Voyez les voyages de Dampier, Tome I.) Varenius dit même qu'à Macao, ville maritime de la Chine, les Portugais comptent habituellement un jour de plus que les Espagnols ne comptent aux Philippines; les premiers sont au dimanche, tandis que les seconds ne comptent que samedi, quoiqu'ils soient peu éloignés les uns des autres; cela vient de ce que les Portugais établis à Macao y sont allés par le Cap de Bonne-Espérance, ou par l'orient, & que les Espagnols sont allés aux Philippines par l'occident, c'est-à-dire, en partant de l'Amérique, & traversant la mer du Sud.

54. C'est une chose des plus nécessaires, mais en même temps des plus difficiles dans l'astronomie, la géographie & la navigation, que de trouver les longitudes: il s'agit de savoir, par exemple, combien le méridien de la Martinique est éloigné de celui de Paris, ou combien il faut faire de degrés vers l'occident pour arriver à la Martinique: la méthode que les astronomes emploient, consiste à chercher dans le ciel un phénomène ou un signal qui puisse être apperçu au même instant de Paris & de la Martinique; par exemple, le moment où commence une éclipse de lune, s'il est minuit à la Martinique quand l'éclipse y commence, & que dans ce même moment on ait compté $4^h\ 13'$ du matin à Paris, nous sommes assurés qu'il y a $4^h\ 13'$ de temps, ce qui fait un arc de $63^\circ\ 15'$, du méridien de Paris au méridien de la Martinique. En effet, le soleil emploie 24 heures à faire le tour du globe, & une heure à faire 15° : si les habitants de la Martinique avoient le midi plus tard que nous d'une heure, nous serions assurés par là même, qu'ils sont à 15° de nous vers l'occident; mais ils

l'ont plus tard que nous de $4^h 13'$, suivant l'observation ; ils l'ont donc plus avancés de $630^{\circ} \frac{1}{4}$, qui répondent à $4^h 13'$, à raison de 15° pour chaque heure, & d'un degré pour $4'$ de temps.

Du mouvement propre de la Lune & de ses phases.

55. Après avoir observé le mouvement diurne commun à tous les astres, comme le premier de tous les phénomènes célestes que les hommes ont dû remarquer, même sans aucune espèce d'application, nous passerons au mouvement *propre*, ou mouvement particulier des planètes qui se fait en sens contraire, c'est-à-dire, vers l'orient. Le plus simple & le plus sensible de tous ces mouvements propres, celui qui dut frapper le plus tous les yeux, fut le mouvement de la lune. Tous les mois cet astre change de figure, & fait le tour du ciel dans un sens contraire à celui du mouvement général ; & tandis que chaque jour la lune paroît se lever & se coucher comme tous les autres astres en allant d'orient en occident, elle retarde chaque jour & semble rester en arrière des étoiles, ou reculer vers l'orient d'environ 13° . Ce mouvement particulier par lequel la lune se retire peu à peu vers l'orient, dans le temps même qu'elle va comme les autres astres vers le couchant, s'appelle *le mouvement propre*, ou mouvement périodique, & c'est un mouvement réel qui a lieu dans cette planète. Il est si considérable que dans 27 jours la lune qui aura paru d'abord auprès de quelque belle étoile, s'en détache, s'en éloigne, & fait le tour du ciel à contre-sens du mouvement diurne ou commun : elle revient au bout des 27 jours se replacer à côté de la même étoile ; à la fin du premier jour elle s'en étoit éloignée de 13° ou un peu plus ; le second jour elle en étoit à 26° , le troisième à 39° , &c. : enfin après 27 jours elle s'en étoit éloignée de 360° , & par conséquent elle est revenue la joindre par le côté opposé : ainsi elle se retrouve au même point où elle paroïsoit le mois d'auparavant, après avoir

paru répondre successivement aux étoiles qui sont autour du ciel.

56. Les phases (a) de la lune ou les diverses apparences de sa lumière furent des phénomènes encore plus remarquables & plus sensibles à tous les yeux ; après avoir paru pendant toute la nuit sous une forme ronde , large & brillante que nous appelons la pleine lune , elle perd peu à peu de sa lumière , de sa largeur & de son disque apparent, elle se leve plus tard , elle n'éclaire plus que pendant la moitié de la nuit , elle devient *dichotome* (b) & ressemble à un cercle dont on auroit coupé la moitié ; quelques jours après , continuant de se rapprocher du soleil , ce n'est plus qu'un croissant qui paroît le matin à l'orient avant que le soleil se leve , les cornes vers le haut , opposées au soleil , mais qui diminuant peu à peu de grandeur & de lumière se perd dans les rayons du soleil , & disparoît enfin totalement.

67. La lune , après avoir disparu totalement pendant 3 ou 4 jours , reparoît le soir à l'occident après le coucher du soleil , sous la forme d'un croissant dont les pointes sont toujours vers le haut , ou à l'opposite du soleil ; mais continuant d'avancer vers l'orient , & de s'éloigner du soleil par son mouvement propre , elle augmente de grandeur & de lumière ; son croissant est plus fort , on la voit plus aisément & plus long-temps. Elle devient ensuite comme un demi-cercle & paroît en quartier , ou en quadrature , lorsqu'elle s'est éloignée du soleil de 90° ; c'est ce qu'on appelle premier quartier : enfin 7 à 8 jours après elle reparoît pleine , ronde & lumineuse comme elle étoit un mois auparavant , elle passe alors au méridien à minuit , & l'on voit qu'elle est opposée au soleil.

58. Ce sont ces phases & ces aspects de la lune qui occasionnerent autrefois l'usage de compter par mois & par semaines de sept jours (542) , à cause du retour des phases de la lune en un mois , & parce que la lune tou-

(a) *Modi*, *Apparitiones*; Ce sont les différentes manières dont la lune paroît à nos yeux.

(b) *Διχοτομη*, *bicornis*; *Τομος*, *frustum sectionis ablatum*.

les sept jours environ paroît , pour ainsi dire , sous une forme nouvelle ; aussi les premiers peuples du monde se servirent de la lune pour compter les temps ; il n'y avoit dans le ciel aucun signal dont les différences , les alternatives & les époques fussent plus remarquables , & il est probable que tous ces peuples avoient puisé dans la plus haute antiquité , & comme dans la source commune du genre humain , ou dans un instinct également naturel à tous , cette maniere de distribuer leurs exercices & de fixer leurs assemblées par le moyen de la lune. (Voyez le *Spéctacle de la nature* , tome IV , page 283) : nous en parlerons plus au long dans le IV^e livre , nous y expliquerons les phases de la lune , & nous ferons voir qu'elles sont produites par la lumiere du soleil qui éclaire toujours la moitié de la lune. Si nous n'appercevons souvent qu'une petite partie de cet hémisphere éclairé , & si nous le perdons même de vue tous les mois , c'est parce que la lune étant presque pour lors entre le soleil & nous , elle tourne vers le soleil son hémisphere lumineux , & vers nous son hémisphere obscur ; or un objet qui n'est point éclairé ne peut être apperçu , à moins que ce ne soit un corps de lumiere comme le soleil.

Du Mouvement annuel & de l'Ecliptique.

§9. Le mouvement propre de la lune est le plus prompt & le plus remarquable de tous ceux que l'on observe dans le ciel ; mais il en est un encore plus important pour nous , c'est le mouvement périodique annuel que le soleil paroît avoir , qu'on appelle aussi mouvement propre du soleil ; c'est après le mouvement diurne , un des phénomènes les plus frappants , puisque la différence des saisons , les chaleurs de l'été & les rigueurs de l'hiver en dépendent aussi bien que la longueur des jours & des nuits qui varie si fort dans le cours d'une année. Ce mouvement n'est en lui-même qu'une apparence (400) , & il provient du mou-

vement annuel de la terre ; mais il ne s'agit encore que d'examiner les phénomènes & les apparences , avant que de nous élever à la contemplation des causes qui les produisent.

60. Si l'on remarque le soir du côté de l'occident quelqu'étoile fixe après le coucher du soleil , & qu'on la considère attentivement plusieurs jours de suite à la même heure , on la verra de jour en jour plus près du soleil ; en sorte qu'elle disparaîtra à la fin , & sera effacée par les rayons & la lumière du soleil , dont elle étoit assez loin quelques jours auparavant. Il sera aisé en même temps de reconnoître que c'est le soleil qui s'est approché de l'étoile , & que ce n'est pas l'étoile qui s'est approchée du soleil. En effet , voyant que toutes les étoiles se lèvent & se couchent tous les jours aux mêmes points de l'horizon , vis-à-vis des mêmes objets terrestres , qu'elles sont toujours aux mêmes distances , tandis que le soleil change continuellement les points de son lever & de son coucher & sa distance aux étoiles ; voyant d'ailleurs chaque étoile se lever tous les jours environ 4" plutôt que le jour précédent , c'est ce que nous appelons l'accélération diurne des étoiles (350) , on ne doutera pas que le soleil seul n'ait changé de place par rapport à l'étoile , & ne se soit rapproché d'elle. Cette observation peut se faire en tout temps , mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile fixe avec une planète : nous apprendrons bientôt la manière de les distinguer (83).

61. Le premier phénomène que présente le mouvement propre du soleil est donc celui-ci : *le soleil se rapproche de jour en jour des étoiles qui sont plus orientales que lui ; c'est-à-dire , qu'il s'avance chaque jour vers l'orient : ainsi le mouvement propre du soleil se fait d'occident en orient : tous les jours il est d'environ un degré , & au bout de 365 jours on revoit l'étoile vers le couchant , à la même heure & au même endroit où elle paroissoit l'année précédente à pareil jour ; c'est-à-dire que le soleil est*

revenu se placer au même point par rapport à l'étoile ; il aura donc fait une révolution : c'est ce que nous appelons le *mouvement annuel*.

62. Pour combiner le mouvement annuel avec le mouvement diurne du soleil , imaginons un grand globe , ou , si l'on veut , une grosse boule , traversée au centre , ou diamétralement , par un *axe* ou essieu , qui soit soutenu à ses extrémités dans les points *P* & *R* (fig. 12) ; & qu'on fasse tourner ce globe , on aura une idée du mouvement diurne de la sphere. Si l'on place un insecte en *S* , à égale distance des deux poles *P* & *R* , il sera obligé de tourner avec le globe , & il décrira l'*équateur A S Q* : si l'on en place un autre en *B* , plus près d'un des poles que de l'autre , il décrira un *parallele B C* , dont la circonférence est plus petite. Mais tandis que ce globe tourne dans un sens , l'insecte que nous supposons en *S* , pourroit aussi marcher insensiblement dans le sens opposé ; il imiteroit alors le mouvement annuel ou propre du soleil , qui s'avance peu à peu vers l'orient , pendant qu'il est emporté chaque jour avec tout le ciel & d'un mouvement commun , vers l'occident. Ces deux mouvements sont fort bien exprimés dans ces quatre vers d'Ovide :

Adde quod assiduâ rapitur vertigine cælum ,
Sideraque alta trahit , celerique volumine torquet ;
Nitor in adversum ; nec me (qui cætera) vincit
Impetus ; & rapido contrarius evchor orbi. *Metam. II. 70.*

63. Ce mouvement annuel , ou mouvement propre du soleil , qui se fait d'occident en orient , est donc contraire au mouvement diurne , au mouvement commun de tout le ciel , qui se fait vers l'occident , & que nous avons expliqué en commençant. Chaque jour , le soleil , aussi bien que les étoiles , fait une révolution autour de nous , du levant au couchant , ou d'orient en occident ; mais pendant ce temps-là le soleil fait environ un degré en sens contraire , ou d'occident en orient , & répond successivement à différentes étoiles.

64. La trace de ce mouvement annuel , observée avec

soin, s'est trouvée être un cercle ; & ce cercle a été appelé ECLIPTIQUE (a) ; il a fallu d'abord en déterminer la situation : c'est la première recherche que les anciens Astronomes aient faite , & nous allons les suivre ou les deviner, s'il est possible , dans leur marche.

L'écliptique , la route apparente & annuelle du soleil , est différente de l'équateur ou du cercle diurne , dont nous avons indiqué la position (15). Les premiers Chaldéens qui observerent à Babylone , avoient l'équateur élevé de 54° ; & si le soleil avoit fait son mouvement annuel en suivant l'équateur , il auroit paru tous les jours à midi élevé de 54° . Bien loin de là , ils appercevoient en été que le soleil s'élevoit de 24° au dessus de l'équateur , & descendoit en hiver de 24° au dessous , en sorte que sa hauteur vers le milieu du jour , ou sa hauteur méridienne (19) étoit de 78° en été , & de 30° seulement en hiver ; d'où il suivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de 24° . Ce cercle devoit seulement traverser ou couper l'équateur en deux points diamétralement opposés ; car on observoit deux fois l'année , au printemps & en automne , que la hauteur du soleil à midi étoit précisément égale à la hauteur de l'équateur , c'est-à-dire , de 54° ; d'où il suivoit que dans ces deux jours-là le soleil étoit dans l'équateur même , dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de 24° .

65. Ainsi l'écliptique , la trace du mouvement annuel du soleil , est un cercle de la sphere , qui coupe l'équateur en deux points , mais qui s'en éloigne ensuite de 24° au nord & au midi. Et comme ces deux distances sont égales , on dut en conclure que l'écliptique étoit un grand cercle de la sphere ; car c'est la propriété des grands cercles de se couper en deux parties égales (30.) Il s'agissoit ensuite de déterminer dans la voûte céleste & parmi les étoiles fixes , la route ou la trace de l'écliptique , & de reconnoître les étoiles par lesquelles devoit passer le soleil

(a) Du mot grec *Εκλειπικη* , *deficio* , parce que la lune est toujours dans l'écliptique , à très-peu près , lorsqu'il y a éclipse de lune ou de soleil.

à chaque jour de l'année , pour être en état de représenter ce cercle solaire sur le globe où nous avons tracé l'équateur (15).

66. Pour cet effet on dut remarquer d'abord qu'il y avoit deux jours dans l'année , éloignés de six mois l'un de l'autre , où le soleil se trouvoit avoir 54° de hauteur méridienne , & par conséquent la même hauteur que l'équateur. On appela ces deux jours-là *jours des équinoxes* , parce que le soleil décrivant ces jours-là l'équateur , étoit 12 heures au dessus de l'horizon , & 12 heures au dessous , c'est-à-dire , que le jour étoit égal à la nuit ; l'un a été appelé équinoxe du printemps , parce qu'il arrive à la fin de l'hiver , l'autre est l'équinoxe d'automne.

67. Ayant remarqué , le jour de l'équinoxe du printemps , quelle étoile ou quel point du ciel passoit au méridien , 12 heures après le soleil , ou à minuit , à la même hauteur que le soleil , c'est-à-dire , à la hauteur de l'équateur , on étoit sûr de connoître le point opposé au soleil , c'est-à-dire , l'équinoxe d'automne , & l'endroit où devoit se trouver le soleil six mois après , en traversant l'équateur dans le point opposé.

C'est ainsi qu'on a dû reconnoître & remarquer dans le ciel le point équinoxial d'automne , quand le soleil étoit dans celui du printemps , & celui du printemps quand le soleil étoit parvenu à l'équinoxe d'automne , ou dans le point opposé ; par là on a appris à distinguer dans le ciel étoilé ces deux points essentiels dans l'Astronomie.

68. Les points de l'écliptique situés entre les équinoxes , & dans lesquels se trouve le soleil lorsqu'il est le plus éloigné de l'équateur , ont été appelés solstices (*solis stationes*) parce que le soleil étant arrivé à ce plus grand éloignement , semble être quelques jours à la même distance de l'équateur , sans s'en éloigner ni s'en rapprocher , du moins sensiblement , c'est ce qui arrive le 21 de Juin & le 21 de Décembre.

Ainsi tout est déterminé à l'égard de l'écliptique : nous

connoissons les deux points équinoxiaux où ce cercle traverse l'équateur ; nous savons qu'il s'en éloigne ensuite au dessus & au dessous, au nord & au midi, dans les solstices, & cet éloignement étoit autrefois de 24° ; il ne manque donc rien pour tracer dans le ciel la route annuelle ou le grand cercle de l'écliptique : nous parlerons bientôt de la division de ce cercle en 12 signes (art. 76).

69. Ayant formé un globe artificiel, tel que celui qui est représenté dans la figure 12, & marqué sur ce globe, les étoiles dont on avoit remarqué les positions ; après y avoir tracé l'équateur & les poles (15), on fut en état de tracer aussi l'écliptique, & de remarquer les étoiles parmi lesquelles ce cercle devoit passer ; c'est ce que firent les plus anciens Astronomes.

De l'obliquité de l'Ecliptique ; & des Tropiques (a).

70. La distance ou l'arc d'environ 24° compris entre l'équateur & l'écliptique dans les points solsticiaux, s'appelle l'OBLIQUITÉ DE L'ECLIPTIQUE. Il a fallu, pour connoître cette obliquité, observer combien le soleil en été s'élevoit au dessus de l'équateur, & combien en hiver il s'abaissoit au dessous (64), ou, si l'on veut, il a fallu remarquer combien le soleil étoit plus élevé à midi en été qu'il ne l'étoit à midi en hiver ; & ayant trouvé 47° de différence, la moitié de cette différence, ou $23^{\circ} \frac{1}{2}$, a donné la plus grande distance entre l'écliptique & l'équateur. Nous n'avons pas actuellement même d'autre méthode, pour déterminer l'obliquité de l'écliptique.

71. Cette obliquité de l'écliptique étoit, il y a 2000 ans, d'environ 24° ; elle n'est plus aujourd'hui que de $23^{\circ} 28'$, & diminue d'environ une minute tous les 100 ans. (art. 758).

72. Les anciens, pour déterminer l'obliquité de l'é-

(a) Les Tropiques tirent leur nom du mot grec Τρόπος, *verso*, parce que le soleil arrivé aux tropiques, semble retourner sur ses pas, ou du moins vers l'équateur.

écliptique, observoient les ombres solsticiales du soleil. Soit AB (fig. 7) un Gnomon (a), un style quelconque élevé verticalement, comme étoit l'obélisque du champ de Mars à Rome, ou une ouverture A faite dans un mur AB pour laisser passer un rayon du soleil; soit SAE le rayon au solstice d'hiver, BE l'ombre du soleil; OAC le rayon du solstice d'été, & BC l'ombre solsticiale la plus courte; dans le triangle ABC , rectangle en B , & dont on connoît les côtés AB , BC , il est aisé de trouver, ou par le moyen d'un compas, ou par les regles de la Trigonométrie, le nombre de degrés que contient l'angle ACB ou OCB , qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été; on en fera autant pour le triangle ABE , & l'on aura l'angle E , égal à la hauteur du soleil au solstice d'hiver. C'est ainsi que, suivant Pythæas cité par Strabon & Ptolomée, d'après Hipparque, la hauteur AB du gnomon étoit à la longueur de l'ombre en été à Bizance & à Marseille 250 ans avant Jesus-Christ, comme 120 sont à 41 $\frac{4}{7}$, d'où Gassendi conclut l'obliquité de l'écliptique d'environ 23° 52' pour ce temps-là.

73. Chacun des paralleles à l'équateur que le soleil paroît décrire de jour en jour par son mouvement diurne, est autant éloigné de l'équateur que le point de l'écliptique où se trouve le soleil; quand le soleil est éloigné de 10° de l'équateur, ou qu'il a 10° de déclinaison, il décrit un parallele qui s'éloigne de l'équateur de 10°, & passe au zénith de tous les pays de la terre qui ont 10° de latitude. Quand il est parvenu à son plus grand éloignement B , qui est de 23° $\frac{1}{2}$, il décrit un parallele BC (fig. 12) le plus éloigné de l'équateur, le plus petit qu'il puisse décrire, c'est celui-là qu'on appelle *Tropique*, du mot grec qui signifie *je retourne*. Il y a un tropique de chaque côté de l'équateur; l'un se nomme le *Tropique du Cancer*, parce que le soleil décrit celui-ci le jour du solstice d'été, en-

(a) Γνώμων, Règle droite, Style droit.

(b) Les plus fameux gnomons qui aient servi à cet usage sont ceux de Ro- logne, de Saint Sulpice, de Florence, de Paris & de Rome.

trant dans le signe du cancer ; l'autre s'appelle le *Tropique du Capricorne*, parce qu'il est décrit au temps du solstice d'hiver où le soleil entre dans le capricorne. Ainsi les tropiques comprennent tout l'espace dans lequel peut se trouver le soleil, & cet espace est de 47° . Les tropiques touchent l'écliptique, & se confondent avec ce cercle dans les points solsticiaux.

74. Le tropique du cancer passe sur la terre un peu au-delà du mont Atlas, sur la côte occidentale de l'Afrique, puis à Syene en Ethiopie, de là sur la Mer rouge, le Mont Sinaï, sur la Mecque, patrie de Mahomet, sur l'Arabie heureuse, l'extrémité de la Perse, les Indes, la Chine, la Mer pacifique, le Mexique & l'isle de Cuba. Le tropique du capricorne passe dans le pays des Hottentots en Afrique, dans le Brésil, le Paraguay & le Pérou.

75. Quand nous disons que le soleil décrit chaque jour un parallèle à l'équateur, nous supposons que sa déclinaison soit la même pendant les 24 heures, & qu'il reste au même point de l'écliptique, ou du moins à même distance de l'équateur ; cela n'est pas rigoureusement exact, puisque le soleil change continuellement de distance à l'équateur, & par conséquent se trouve à chaque instant dans un parallèle différent ; il décrit plutôt une spirale qu'un cercle ; mais pour simplifier les expressions & les idées, on suppose dans les premiers éléments d'Astronomie que le mouvement diurne du soleil se fasse dans un cercle parallèle à l'équateur ; c'est-à-dire, qu'on regarde comme insensible la petite quantité dont le soleil se rapproche d'un des poles, dans l'espace de 24 heures.

Mouvement du Soleil.

76. Pour compter & mesurer les mouvements du soleil & des autres corps célestes, il falloit nécessairement choisir dans le ciel un point d'où l'on pût partir, & auquel on pût tout rapporter. Le retour des saisons, qui étoit pour
les

les hommes la chose la plus remarquable & la plus intéressante de toute l'Astronomie fixa ce point de départ. Le soleil, par son cours annuel dans l'écliptique, revenoit chaque année traverser l'équateur, & redonner le printemps aux campagnes (66) ; ce renouvellement de la nature servit à marquer le commencement de l'année, & les astronomes se servirent, pour commencer leurs mesures, du point où arrivoit ce changement, c'est-à-dire, du point d'intersection de l'écliptique & de l'équateur. On appelle donc LONGITUDE la distance du soleil au point équinoxial, comptée le long de l'écliptique. Quand le soleil a parcouru 30° de l'écliptique par son mouvement annuel en partant de l'équinoxe, on dit qu'il a 30° , ou un signe de longitude, & ainsi de suite jusqu'à 12 signes. Les 30 premiers degrés sont compris sous le nom de *Bélier* qu'on représente par ce caractère ♈ ; les 30 degrés qui suivent forment le *Taureau* ♉, après quoi viennent les *Gemeaux* ♊, l'*Ecrevisse* ♋, le *Lion* ♌, la *Vierge* ♍, la *Balance* ♎, le *Scorpion* ♏, le *Sagittaire* ♐, le *Capricorne* ♑, le *Verseau* ♒, les *Poissons* ♓, comme l'indiquent les deux vers suivans :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Capre, Amphora, Pisces.1

77. Ces douze signes, dont les noms appartiennent aux douze portions de l'écliptique comptées depuis l'équinoxe, sont différents des *Constellations* ou figures étoilées qui portent les mêmes noms (230) ; on distingue le signe du Bélier de la constellation du Bélier ; l'un n'est autre chose que la première douzième ou les 30 premiers degrés du cercle de l'écliptique, l'autre est un assemblage d'étoiles, qui, à la vérité, répondoit autrefois dans le ciel au même endroit que le signe du Bélier, auquel il a donné son nom, mais qui est actuellement beaucoup plus avancé, comme nous le dirons en parlant de la précession des équinoxes (319).

78. Pour déterminer la longitude du soleil, les premiers astronomes n'eurent pas besoin d'autre chose, que

des deux solstices & des deux équinoxes : ces quatre observations partageoient l'année en quatre saisons ; on examinoit par le moyen des ombres , la plus petite hauteur du soleil , on avoit le solstice d'été ; la plus grande hauteur indiquoit le solstice d'hiver ; & la hauteur intermédiaire ou moyenne entre les deux hauteurs solsticiales , ou la hauteur de l'équateur , indiquoit les jours des équinoxes ; ces observations firent connoître aux premiers observateurs , quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours , & en même temps elle leur fit connoître à quels jours de l'année civile le soleil se trouvoit au commencement de chaque signe.

79. Nous observons actuellement que le soleil entre dans le Bélier , le 20 de mars ; dans le Taureau , le 20 avril ; dans les Gemeaux , le 21 mai ; dans le Cancer , le 21 juin ; dans le Lion , le 22 juillet ; dans la Vierge , le 23 août ; dans la Balance , le 23 septembre ; dans le Scorpion , le 23 octobre ; dans le Sagittaire , le 22 novembre ; dans le Capricorne , le 21 décembre ; dans le Verseau , le 19 janvier ; dans les poissons , le 18 février : cela suffit pour montrer comment on marque sur les globes la correspondance des jours avec les signes du zodiaque , & pour trouver le jour de l'année où le soleil répond à chaque degré des douze signes.

80. Les quatre observations des équinoxes & des solstices suffisoient pour faire connoître aux anciens observateurs , quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours , c'est-à-dire , combien de fois le soleil se levoit & se couchoit entre deux équinoxes du printemps , ou entre deux solstices ; ils pouvoient aussi reconnoître le mouvement annuel ou le mouvement propre du soleil (60) , en remarquant les étoiles dont il se rapprochoit successivement dans le cours d'une année ; il ne fut pas difficile de voir qu'il falloit 365 jours pour ramener le soleil vers les mêmes étoiles , c'est-à-dire , qu'il se couchoit & se levoit 365 fois avant que de se retrouver au même point du ciel. Il fallut bien des années , peut-être

bien des siècles, pour remarquer qu'il y avoit environ six heures de plus, c'est-à-dire, que tous les quatre ans, à pareil jour, on voyoit le soleil un peu moins avancé vers l'étoile; à laquelle on avoit imaginé de le comparer, & cela d'un degré, ou de la valeur d'un jour: ce retard devint ensuite plus sensible; & au bout de soixante ans, on dut voir le soleil arriver à l'étoile 15 jours plus tard qu'il n'auroit dû faire, si chaque retour eût été exactement de 365 jours.

81. Le retour des saisons fut un moyen encore plus naturel & plus sensible de déterminer la durée des révolutions du soleil: les anciens astronomes observoient le retour du soleil à l'équinoxe, c'est-à-dire, son passage dans l'équateur (78); ils voyoient qu'en 60 années, de 365 jours chacune, le soleil ne revenoit point précisément à l'équateur, & qu'il lui falloit environ 15 jours de plus: il s'ensuivoit naturellement que la durée de sa période étoit, non pas de 365^j exactement, mais de 365^j & six heures.

82. On a observé depuis ce temps-là plus souvent & plus exactement les équinoxes; ainsi l'on a déterminé la longueur de l'année avec plus de précision; on l'a trouvée de 365^j 5^h 48' 45" (art. 315). L'incertitude ne va pas à 3 ou 4 secondes de temps. Mais il faut bien remarquer que c'est ici la durée de l'année *tropique*, ou du retour des saisons; car l'année *sidérale*, c'est-à-dire, celle qui ramène le soleil à une même étoile, est plus longue, étant de 365^j 6^h 9' 10". On en verra la raison lorsqu'il sera question de la précession des équinoxes (321).

Des Planetes en général.

83. Le premier de tous les mouvements célestes que les hommes apperçurent, fut le mouvement diurne (1), commun à tout le ciel; les mouvements propres du soleil & de la lune furent ensuite les plus faciles à remarquer; enfin, des observations plus répétées, plus assidues, firent voir que parmi les astres qui brillent dans une belle nuit,

il y en avoit six dont le mouvement propre se faisoit aussi remarquer, & on les appela PLANETES (a). Leurs noms sont *Mercur* ☿, *Vénus* ♀, *Mars* ♂, *Jupiter* ♃, & *Saturne* ♄. Ces planetes sont quelquefois plus brillantes que les étoiles, mais d'une lumière tranquille, & sans aucune scintillation (excepté peut-être Vénus) tandis que les étoiles fixes répandent une lumière éclatante & vive, dont la scintillation, c'est-à-dire, le frémissent, annonce que les étoiles sont des corps lumineux par eux-mêmes, des especes de soleils, que l'éloignement seul nous fait paroître très-petits.

84. Les planetes seront faciles à distinguer dans le ciel, lorsqu'on aura reconnu les douze constellations du zodiaque, dont nous parlerons ci-après (230); car il n'y a dans ces douze constellations, que quatre étoiles de la première grandeur, *Aldebaran*, *Regulus*, *l'Epi* & *Antares*, qui ressemblent aux planetes par leur éclat. Lorsqu'on connoît la situation de ces quatre étoiles, on distingue bientôt une planete d'une étoile fixe, dès qu'on voit la première aux environs de l'écliptique; mais pour distinguer laquelle des six planetes on apperçoit, il faut savoir calculer sa situation actuelle (442).

85. Les planetes parcourent le zodiaque aussi-bien que le soleil, par un mouvement propre à chacune, & décrivent des orbites fort approchantes de l'écliptique; car Vénus, qui s'en écarte le plus, n'a jamais au-delà de $80^{\circ} \frac{\pi}{3}$ de latitude ou de distance à l'écliptique. Les révolutions périodiques des planetes, ou les temps qu'elles emploient à revenir au même point du ciel, sont faciles à déterminer, en observant leurs retours à une étoile; en voici les durées, d'après les observations les plus récentes, car les anciens s'étoient trompés de beaucoup dans les durées de ces révolutions. *Mercur*, 87 23^h; la lune 27j 7^h 43'; *Vénus*, 224j 17^h; le soleil, 365j 6^h; *Mars*, un an 321j 23^h; *Jupiter*, onze années communes 317j; & *Saturne*, 29 ans 177j. Nous verrons bientôt la maniere de les

(a) *πλανήτης*, *erraticus*, parce que ce sont des astres errants dans le ciel.

trouver exactement par rapport aux équinoxes (454).

Des Ascensions droites , Déclinaisons , Longitudes & Latitudes des Astres.

86. Quand les premiers astronomes eurent reconnu les planetes & les durées de leurs révolutions , ils voulurent partager ces révolutions en différentes parties , & assigner à chaque planete une place pour chaque jour en partant du point fixe que l'on avoit choisi , c'est-à-dire , de la section du Bélier ou du point équinoxial (76) : mais le cercle que décrit le soleil par son mouvement annuel , ne servit d'abord qu'à mesurer la marche du soleil ; on trouva qu'il étoit facile de rapporter à l'équateur les mouvements des autres planetes , & on employa véritablement l'équateur à cet usage , de la maniere suivante.

87. Supposons qu'on ait reconnu dans le ciel une étoile qui soit voisine de l'équinoxe ou du point où se coupent les deux cercles de l'écliptique & de l'équateur , & qu'on veuille par son moyen déterminer les positions des autres étoiles , la méthode la plus simple sera de suivre l'équateur tout autour du ciel , à mesure que les astres se succèdent par le mouvement diurne : on appelle les intervalles de l'un à l'autre , *différences d'ascension droite*. La raison de cette dénomination , est que quand on suppose la sphere droite , c'est-à-dire , l'équateur à angles droits sur l'horizon , comme cela auroit lieu si nous étions situés sous l'équateur ou sous la ligne équinoxiale , les astres se lèvent tout droit , & non point obliquement ; alors les étoiles qui sont plus avancées vers l'orient de 15° que la premiere étoile d'où l'on est parti , se lèvent une heure plus tard : on dit alors que leur différence d'ascension droite est de 15° ou d'une heure.

88. Dans une sphere oblique où l'équateur est incliné à l'horizon , comme dans toute l'Europe , ce n'est pas le lever des étoiles qu'il faut choisir , mais leur passage au méridien ; ce cercle étant toujours perpendiculaire à l'équa-

teur, toutes les étoiles qui répondent perpendiculairement au même point de l'équateur, passent au méridien ensemble; & nous disons que leur ascension droite est la même, parce qu'elles se leveroient toutes en même temps si nous étions sous l'équateur.

89. Soit EQ (fig. 17). une portion de l'équateur; ZM le méridien; les étoiles A, B , qui passent par le méridien avec le point M de l'équateur ont leur ascension droite marquée par ce point M ; & si ce point de l'équateur passe au méridien une heure plus tard que le point équinoxial, nous dirons que toutes ces étoiles ont une heure ou 15° d'ascension droite; celles qui passeront deux heures plus tard que la première étoile du Bélier, auront par rapport à elle 30° de différence d'ascension droite: ainsi l'ASCENSION DROITE d'un astre est sa distance à l'équinoxe comptée sur l'équateur.

90. Si l'on connoît l'ascension droite d'une étoile ou sa distance à l'équinoxe comptée le long de l'équateur, on trouvera aisément celles de toutes les autres étoiles, en observant combien elles passent au méridien plus tard que la première; les intervalles de temps convertis en degrés à raison de 15° par heure, donneront leurs différences d'ascension droite, qui étant ajoutées à celle de la première étoile que l'on connoît, donneront les ascensions droites de toutes les autres. Il est vrai que nous supposons ici qu'on reconnoisse dans le ciel le point équinoxial, ou qu'on connoisse bien d'avance l'ascension droite de la première étoile; on verra ci-après la manière de la trouver exactement (316).

91. Lorsqu'on voit plusieurs étoiles passer ensemble par le méridien, quoiqu'elles aient toutes la même ascension droite, elles sont plus élevées les unes que les autres; l'une paroît en A , l'autre en B , & leur distance à l'équateur EMQ , s'appelle DÉCLINAISON: ainsi BM est la déclinaison de l'étoile B ; AM est la déclinaison de l'étoile A . Si l'on observe l'étoile A passant dans le méridien à 51° de hauteur (23) & que l'on connoisse la hauteur de l'é-

quateur de 41° (33), on en conclura naturellement que l'étoile est plus haute de 10° que l'équateur, ou qu'elle a 10° de déclinaison. Quand l'étoile est au dessus de l'équateur, ou du côté du nord, on dit que sa déclinaison est BORÉALE ou septentrionale; mais quand elle est au dessous, plus basse que l'équateur, ou du côté du midi, on dit que sa déclinaison est AUSTRALE ou méridionale.

92. Par la même raison, l'on appelle CERCLES DE DÉCLINAISON, tous les cercles qui passant par les deux poles du monde, sont perpendiculaires à l'équateur. Ces cercles, sont des *méridiens* quand on les considère sur la surface de la terre; ce sont des CERCLES HORAIRES quand on n'examine que leur distance au méridien, parce qu'ils indiquent l'heure qu'il est: ces noms de cercles de déclinaison, de méridiens, ou de cercles horaires, se prennent souvent l'un pour l'autre; mais le sens propre de ces trois dénominations est relatif à trois usages différents; la première se rapporte à l'équateur; la seconde aux longitudes géographiques & terrestres; la troisième à la distance des astres par rapport au méridien d'un observateur, comme nous l'expliquerons en parlant du temps vrai (201).

93. Le mouvement diurne de tous les astres nous a fourni une méthode simple & naturelle de les rapporter à l'équateur, de marquer leurs situations le long de ce cercle céleste, c'est-à-dire, leurs ascensions droites, & leurs distances à ce cercle ou leurs déclinaisons. Si l'on veut préférer l'écliptique (64) en rapportant chaque étoile au point de l'écliptique où elle répond perpendiculairement, comme cela se pratique depuis long temps parmi les astronomes, on appellera LONGITUDES ces distances ainsi mesurées le long de l'écliptique, en partant toujours du même point équinoxial, comme nous l'avons fait pour le soleil (76).

94. Soit VQ (fig. 18) l'équateur, VC l'écliptique inclinée à l'équateur de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, S une étoile qui répond perpendiculairement au point M de l'équateur; si l'on tire

également un arc de cercle SEB perpendiculaire sur l'écliptique, le point B marquera le point de l'écliptique auquel se rapporte l'étoile S , & l'arc de l'écliptique VB sera la longitude de l'étoile; ainsi *la longitude d'un astre est l'arc ou la distance entre l'équinoxe & le point de l'écliptique, auquel cet astre répond perpendiculairement.*

95. Entre plusieurs astres qui répondent au même point de l'écliptique, les uns en sont plus voisins que les autres; ils ont différentes LATITUDES, c'est-à-dire, différentes distances à l'écliptique. Si l'étoile placée en S , est éloignée de l'écliptique VB d'une quantité SB mesurée perpendiculairement, on dit que la latitude est SB ; si elle étoit placée en E , elle auroit la même longitude, mais sa latitude EB seroit moindre.

96. Les cercles tracés sur la surface du globe perpendiculairement à l'écliptique, tels que SB s'appellent CERCLES DE LATITUDES, parce qu'ils servent en effet à compter les latitudes, en même temps qu'ils servent à marquer les longitudes sur l'écliptique.

97. Les observations que font les astronomes sur la position des astres, procedent toujours par ascension droite & déclinaison: ils n'emploient presque jamais d'autre méthode pour déterminer les situations & les mouvements des planetes, parce que l'équateur & le méridien sont les cercles les plus familiers, les plus constants, les plus aisés à déterminer & à reconnoître; ce qui rend les mesures plus naturelles, plus faciles, & plus exactes (89).

98. Cependant les astronomes comptent ensuite les mouvements des planetes par longitudes & latitudes, c'est-à-dire, qu'ils les rapportent à l'écliptique dans toutes leurs tables astronomiques; la raison en est également naturelle; c'est dans l'écliptique où le soleil paroît se mouvoir, il est accompagné de toutes les planetes dont les orbites sont très proches de l'écliptique: les calculs sont donc plus simples en rapportant les planetes à ce cercle dont elles sont toujours peu écartées; leurs inégalités paroissent moindres; on trouve plus d'uniformité, plus de facilité,

plus de brièveté dans les tables astronomiques : c'étoit bien assez pour faire préférer les longitudes & les latitudes lorsqu'il s'agissoit de calculs , comme l'on préfère les ascensions droites & les déclinaisons lorsqu'il est question d'observer.

99. Ainsi dans la pratique ordinaire , on observe l'ascension droite & la déclinaison d'un astre ; mais avant que de l'insérer dans les tables générales des mouvements célestes , on en conclut la longitude & la latitude par la Trigonométrie sphérique (318).

De la Sphere Armillaire.

100. Jusqu'ici nous n'avons entendu sous le nom de sphere céleste , que la concavité apparente du ciel , figurée en forme de globe : car une boule quelconque peut être appelée sphere , & servir à représenter les cercles & les mouvemens dont nous avons parlé. Cependant l'usage s'est introduit d'appeler *sphere* , ou plutôt SPHERE ARMILLAIRE , un instrument composé de plusieurs cercles évidés & placés les uns sur les autres , à peu près comme on conçoit les cercles de la sphere céleste ; cette sphere armillaire est représentée en grand dans la Planche seconde , figure 11. Son nom vient de celui d'*Armille* , qui signifie un anneau ou un collier , parce qu'en effet les cercles de la sphere en ont , pour ainsi dire , la forme.

101. L'horizon est le cercle *AGB* , (fig. 11) posé sur 4 soutiens qui sont attachés au pied de la sphere.

Le méridien est le cercle *AZB* , élevé verticalement sur l'horizon , qui est retenu par en bas dans une entaille faite au pied de l'instrument , & par les côtés dans deux entailles faites sur l'horizon au nord & au midi : ces deux cercles sont fixes.

102. Les cercles mobiles forment un assemblage ou une espece de charpente qui tourne sur un axe *PR* ; on en distingue quatre grands , l'équateur (15) , l'écliptique (64) , & les deux colures ; on appelle colure des solstices

un grand cercle passant par les poles du monde ou de l'équateur, & par les points solsticiaux ; c'est un méridien auquel on a donné un nom particulier ; il est aussi le plus remarquable de tous, parce qu'il sert à mesurer l'obliquité de l'écliptique, & qu'il est à la fois cercle de déclinaison & cercle de latitude. Tous les astres placés sur ce colure ont 90° ou 170° d'ascension droite & de longitude. Le colure des équinoxes est perpendiculaire au premier, il passe aussi par les poles du monde & par les points équinoxiaux ; il sert à compter les ascensions droites par les angles qu'il fait avec tous les autres méridiens ou cercles de déclinaison. Tous les astres placés sur ce colure ont zéro ou 130° d'ascension droite, mais leurs longitudes varient. L'on voit sur le même assemblage quatre petits cercles, savoir les deux tropiques *HM*, *DI* (73), & les deux cercles polaires *XV*, *SO*, qui sont éloignés des poles du monde de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, autant que les tropiques le sont de l'équateur ; ils sont inutiles dans l'astronomie, mais ils servent aux Géographes à indiquer les pays de la terre qui sont situés dans les zones glaciales (140).

103. Le ZODIAQUE (*a*) est une bande céleste *HI*, qu'on place ordinairement dans la sphere armillaire ; elle a environ $17^{\circ} \frac{1}{3}$ de largeur, c'est à-dire, $8^{\circ} \frac{2}{3}$ de chaque côté de l'écliptique ; on n'en fait point mention dans l'astronomie, elle sert seulement à indiquer l'espace dans lequel sont renfermées les planetes, qui s'éloignent de l'écliptique tout au plus de 8 ou 9° .

104. On place aussi sur la sphere une Rosette *KL* ou petit cercle divisé en 24 heures, qui sert à résoudre différents problèmes d'une maniere commode & sans aucun calcul, comme nous l'expliquerons en parlant du globe céleste (171 & suiv.). La rosette est fixée sur le méridien, elle a son centre au pole de la sphere ; l'extrémité *P* de l'axe est par conséquent au centre de la rosette : elle porte une aiguille qui tourne à mesure qu'on fait tourner la

(a) Ζῳδιῶν, animal, parce que les figures ou portions du Zodiaque portent les noms de plusieurs animaux.

sphere , mais sans que le cadran ou la rosette change de place ; enfin on voit le soleil & la lune portés sur deux bras qui tournent l'un autour du pole de l'écliptique, & l'autre autour d'un point qui en differe de 3° (565).

105. L'invention de la sphere armillaire, est certainement aussi ancienne que celle de l'astronomie même. On l'attribue à Atlas, que l'on croit avoir vécu 1600 ans avant Jesus-Christ, à Hercule & à Musæus, 12 à 1300 ans avant Jesus-Christ ; mais il est plus naturel de croire qu'elle vint de Babylone ou de l'Egypte. La sphere d'Archimede, qui fut dans la suite si fameuse, ne se bornoit pas à représenter les cercles de la sphere ; c'étoit un *planétaire* ou une machine propre à représenter aussi les mouvements des planetes dans un globe de verre, & que Claudien a célébré (*Epig.* 3).

C'est encore de la sphere artificielle d'Archimede que parlent Ovide & Statius :

Arte Syracusia suspensus in aëre clauso *Fast.* IV.

Stat globus immensi parva figura poli. *Stat.*

De la Sphere droite , oblique & parallele.

106. On distingue trois positions différentes de la sphere armillaire, pour représenter trois sortes de situations dans les différents pays de la terre, la sphere *droite*, la sphere *oblique*, la sphere *parallele*, suivant que l'équateur coupe l'horizon à angles droits, qu'il le coupe obliquement, ou qu'il lui est parallele : les apparences du mouvement diurne sont fort différentes dans ces trois positions, qui sont représentées dans les figures 9, 10 & 13, & nous allons en donner une idée. Il est nécessaire d'avertir auparavant, qu'en parlant du soleil nous parlerons de son centre seulement, sans faire attention à son diamètre ou à sa largeur. Il y a aussi deux causes qui contribuent à rendre le jour plus long qu'il ne devroit l'être par la position de la sphere ; l'une est la *réfraction* des rayons, l'autre est la lumiere crépusculaire.

107. La RÉFRACTION fait que les rayons du soleil se plient & se détournent en traversant l'athmosphère (738), de manière à arriver vers nous plutôt qu'ils n'y feroient venus par la ligne droite ; cette réfraction est telle que quand le bord supérieur du soleil est véritablement à l'horizon, en sorte qu'il ne fasse que paroître, le disque entier étant encore sous l'horizon, la réfraction l'élève assez pour qu'il paroisse tout entier au dessus, c'est-à-dire, qu'alors son bord inférieur paroît toucher l'horizon, & l'effet de la réfraction égale à peu près la grandeur même du diamètre solaire. Il faut 4 à 5 minutes dans nos climats pour que le soleil s'élève de la quantité d'un demi-degré, en sorte que la durée du jour artificiel y est augmentée de plus d'un demi quart d'heure par cet effet de la réfraction ; il devient beaucoup plus considérable en avançant vers les zones glaciales ; & sous le pôle même on a, par le seul effet de la réfraction, environ 67 heures de jour, plus qu'on n'auroit sans elle.

108. La seconde cause qui donne de la lumière dans les pays où la position de la sphère ne semble indiquer que les ténèbres, c'est la lumière crépusculaire (752). Cette lumière douce & tranquille de l'aurore, qu'on voit s'augmenter peu à peu le matin avant le lever du soleil, & diminuer le soir, dès que le soleil est couché, est produite par la dispersion des rayons dans la masse de l'air, qui les réfléchit de toutes parts. Le crépuscule dure toute la nuit au mois de juin à Paris & dans les pays qui ont plus de $48^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude ; ceux qui habiteroient sous le pôle, auroient un crépuscule de sept semaines, en sorte que la durée des ténèbres pour ce point-là est diminuée de 14 semaines, par l'effet des crépuscules, qui ont lieu sans que le soleil y paroisse sur l'horizon. Nous ferons abstraction de ces deux causes dans les articles suivants ; & ce que nous avons à dire des circonstances du jour dans les trois positions de la sphère, doit s'entendre de celui que donne le soleil quand son centre est véritablement à l'horizon.

109. La SPHERE DROITE , c'est-à-dire , celle où l'équateur EV (fig. 10) est perpendiculaire à l'horizon HO & le coupe à angles droits , a lieu pour ceux qui habitent sous l'équateur ou ligne équinoxiale , comme à Quito dans l'Amérique méridionale : là les deux poles sont toujours dans l'horizon ; tous les paralleles à l'équateur , comme PA , sont coupés par l'horizon en deux parties égales , que le soleil parcourt chacune en douze heures ; ainsi les jours sont égaux entr'eux , & égaux aux nuits , pendant toute l'année.

110. Le soleil passe deux fois l'année par le zénith , savoir le 20 mars & le 23 septembre , jours auxquels le soleil décrit l'équateur , parce que l'équateur passe toujours par le zénith de ces pays-là. On peut en conclure qu'ils ont comme deux étés & deux printemps ; car il ne faut par parler d'hiver dans des pays où le soleil lance des rayons presque toujours perpendiculaires.

On doit cependant observer que la chaleur qui y est extrême sur les rivages & dans les fonds , se change en une agréable température lorsqu'on s'éleve de 12 à 15 cents toises au dessus du niveau de la mer , & que sur des montagnes de 2500 toises ou au delà on éprouve , quoique dans la zone torride , un froid insupportable & une neige éternelle.

111. Dans la sphere droite , on a le soleil du côté du nord , & l'ombre du côté du midi , pendant la moitié de l'année , depuis le 20 mars jusqu'au 23 septembre : on a le soleil du côté du midi , & l'ombre du côté du nord , pendant les six autres mois de l'année ; & dans les deux jours d'équinoxes , l'ombre disparoît totalement à l'heure de midi , le soleil étant au zénith.

112. Toutes les étoiles y montent sur l'horizon dans l'espace de 24 heures , puisqu'en faisant leur révolution elles sont 12 heures sur l'horizon , & 12 heures au dessous ; au lieu que dans les autres positions de la sphere il y a toujours une partie des étoiles qui ne se leve jamais.

113. Enfin , on y voit le soleil & tous les astres s'é-

lever perpendiculairement au dessus de l'horizon, comme Lucain le raconte, en parlant du voyage de Caton en Lybie, *Non obliqua meant*, &c. *Pharf. IX. 533*.

Il faut cependant observer que l'application de Lucain n'est pas bien exacte; car le voyage de Caton n'étoit que vers le temple de Jupiter Ammon, situé près du tropique du cancer, & non point sous l'équateur.

114. LA SPHERE OBLIQUE a lieu pour tous les pays de la terre qui ne sont situés ni sous l'équateur, ni sous les poles; soit qu'on les prenne dans l'hémisphère boréal, du côté du pôle arctique (*a*), c'est-à-dire, dans les latitudes boréales, comme la nôtre, ou dans l'hémisphère austral qui a le pôle antarctique élevé sur l'horizon, (*fig. 8 & 9*).

Dans la sphere oblique, on a l'équateur situé obliquement par rapport à l'horizon; les paralleles à l'équateur sont coupés inégalement par l'horizon: le jour n'est égal à la nuit que le 20 mars & le 23 de septembre, jours des équinoxes, le soleil décrivant alors l'équateur qui est toujours coupé en deux parties égales par l'horizon.

115. Dans les pays septentrionaux, tels que l'Europe, on a les plus longs jours tant que le soleil est dans les six premiers signes, le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecrevisse, le Lion & la Vierge (76), parce qu'alors sa déclinaison est septentrionale, & qu'il décrit les paralleles, comme *AB* (*fig. 8*), qui ont leur plus grande portion *AD* au dessus de l'horizon. Dans les pays méridionaux, comme dans une partie de l'Afrique & de l'Amérique méridionale, les plus longs jours arrivent quand le soleil est dans les six derniers signes, qui sont les signes méridionaux, parce qu'alors le soleil décrit les paralleles dont les plus grandes portions sont au dessus de l'horizon. Car l'axe du monde *PR* passe par les centres *K, C, N* de tous les paralleles: or la partie méridionale *CR* de l'axe est élevée au dessus de l'horizon dans les pays méridionaux (*fig. 9*); donc les paralleles y ont leur centre au dessus de l'ho-

(*a*) Ce nom lui vient du voisinage de l'Ourse, appelée *Ἀρκτος*, par les Grecs.

rizon ; donc les arcs diurnes de ces paralleles sont plus grands que les arcs nocturnes ; donc les jours y sont plus longs que les nuits , quand le soleil est dans les signes méridionaux.

116. Les arcs supérieurs ou les arcs diurnes des paralleles, sont d'autant plus grands, par rapport à leurs arcs nocturnes, qu'ils approchent davantage du pôle élevé; ainsi le parallele dont le diamètre est IG (fig. 3.), a sa partie diurne GY beaucoup plus grande par rapport à sa partie nocturne IY , que le parallele KL , dont KN & NL sont les deux portions ; parce que l'axe du monde $RC P$ s'éloignant de plus en plus de l'horizon OH , le centre X du parallele GI est plus élevé que le centre V du parallele KL ; ainsi le premier se dégage plus de l'horizon ; sa portion YI coupée par l'horizon devient plus petite, & lorsque le soleil y est parvenu, il est moins de temps sous l'horizon.

117. L'arc diurne du tropique du cancer est donc le plus grand de tous les arcs diurnes du soleil, pour les pays septentrionaux ; puisque le tropique du cancer est de tous les paralleles celui qui est le plus avancé vers le nord ; c'est pourquoi le jour le plus long de l'année est celui où le soleil décrit le tropique du cancer, c'est-à-dire, le jour du solstice d'été : par la même raison, la nuit la plus longue est celle du solstice d'hiver, le 21 décembre dans nos régions boréales.

118. Dans la sphere oblique on a, comme dans la sphere droite, le jour égal à la nuit dans le temps des équinoxes, parce qu'alors le soleil décrit l'équateur, & que l'équateur est toujours coupé en deux parties égales par un horizon quelconque, suivant la propriété des grands cercles de la sphere qui passent tous par le centre, & y sont coupés de tout sens en deux parties égales (29).

119. Dans la sphere oblique des pays septentrionaux en deçà du tropique du cancer, le soleil monte depuis le 21 décembre, jours du solstice d'hiver, jusqu'au 21 juin, jour du solstice d'été, parce qu'il se rapproche du nord tous les jours d'une petite quantité : les jours croissent

& les nuits diminuent, parce que les arcs diurnes des paralleles deviennent plus considérables : on appelle *signes ascendants* ceux que le soleil parcourt alors, c'est-à-dire, le *Capricorne*, le *Verseau*, les *Poissons*, le *Bélier*, le *Taureau* & les *Gémeaux* : ce nom de signes ascendants est fort usité dans l'astronomie, parce qu'il y a beaucoup de circonstances où l'on est obligé de distinguer les signes ascendants des signes descendants.

110. Les jours également éloignés du même solstice sont égaux ; ainsi le 20 de mai & le 23 de juillet le soleil se couche également à $7^h 43$, à Paris, parce que la déclinaison du soleil (91) étant d'environ 20° dans l'un comme dans l'autre, c'est-à-dire, le soleil étant éloigné de 20° de l'équateur, il décrit le même parallele, soit le 20 mai en s'éloignant de l'équateur pour monter vers le tropique, soit le 23 juillet en se rapprochant de l'équateur après le solstice d'été.

121. Quand le soleil, au lieu d'avoir 20° de déclinaison boréale, comme dans le cas dont nous venons de parler, a 20° de déclinaison australe, ce qui arrive le 21 de novembre & le 20 de janvier, ou à peu près, la longueur du jour est de la quantité qu'étoit la longueur de la nuit dans le premier cas, & la durée de la nuit est égale à la durée qu'avoit le jour quand le soleil décrivait le parallele semblable au nord de l'équateur ; parce qu'à 20° de part & d'autre de l'équateur, les paralleles sont égaux & également coupés par l'horizon, mais dans un ordre renversé : si le parallele MDL (fig. 3) est aussi éloigné de l'équateur ECQ vers le midi, que le parallele $KVNL$ en est éloigné vers le nord, c'est-à-dire, si CW est égale à CV , alors la quantité DM sera égale à la quantité LN , parce que les triangles CDW & CVN seront égaux ; mais WL est égale à VL , puisque les paralleles sont à égales distances de l'équateur ; donc les parties restantes DM & NL seront égales, c'est-à-dire, que l'arc diurne de l'un des paralleles sera égal à l'arc nocturne de l'autre, & que la nuit du 20 mai sera égale au jour du 20 janvier. Il en est

est de même de tous les autres jours du printemps & de l'automne, qu'on peut comparer à des jours correspondants de l'été & de l'hiver; & l'on trouvera la même égalité, quand il y aura égale distance du soleil à l'équateur; la seule différence qu'on y trouve, est celle qui provient des réfractions, & elle peut aller à quelques minutes, comme nous en avons averti (107).

122. Deux pays situés à des latitudes égales, l'un au nord de l'équateur, l'autre au midi, ont des saisons toujours opposées; le printemps de l'un est l'automne pour l'autre: l'été du premier fait l'hiver du second, parce que les arcs diurnes du côté du nord sont égaux aux arcs nocturnes du côté du midi, si l'on prend les mêmes jours: en effet, comparons la figure 8 avec la figure 9; dans l'une, le pôle septentrional *P* est élevé au dessus de l'horizon; dans l'autre, c'est le pôle méridional *R*: le parallèle *GL*, dans les deux figures, est au midi de l'équateur; mais dans la figure 8, le midi est en bas, & dans la figure 9 il est en haut; dans la figure 8, l'arc diurne *GM* est plus petit que l'arc nocturne *ML*; au lieu que dans la figure 9 l'arc diurne *GM* est le plus grand; l'arc nocturne *ML* de la figure 8 est égal à l'arc diurne *GM* de la figure 9, c'est-à-dire, que les pays qui sont, par exemple à 30° de latitude boréale, ont la durée du jour égale à la durée de la nuit de ceux qui sont à 30° au midi, & que l'hiver a lieu pour les uns en même temps que l'été pour les autres.

123. Les pays situés sous le même parallèle du même côté de l'équateur, ont la même durée du jour, la même saison, à quelque distance qu'ils soient les uns des autres, parce qu'ayant la même hauteur du pôle, & l'axe du monde étant placé de la même façon sur l'horizon de chacun, tous les parallèles y sont coupés de la même manière; ainsi l'Espagne & le Japon, Naples & Pékin, qui sont à la même latitude du côté du nord, sont à la même température, ont les mêmes saisons & la même durée du jour, dans le même temps de l'année, quoiqu'à 2000 lieues l'un de l'autre,

La seule différence qu'il peut y avoir vient des forêts, des montagnes & des rivières qui favorisent ou contrarient l'effet de la chaleur du soleil (130).

124. La SPHERE PARALLELE est celle qui a lieu quand l'horizon est parallèle à l'équateur, c'est-à-dire, que l'équateur même sert d'horizon : il n'y a sur la terre que deux points où elle ait lieu, c'est-à-dire, les deux poles ; & comme ces deux points sont inhabités & inhabitables, nous dirons peu de chose sur cette partie.

Dans la sphere parallèle (fig. 13), on a le pole céleste *P* à son zénith ; l'année y est composée d'un jour & d'une nuit, tous deux à peu près de six mois : tant que le soleil est, par exemple, dans les six signes septentrionaux, le pole boréal est éclairé sans interruption ; tous les parallèles que le soleil décrit depuis l'équateur jusqu'au tropique du cancer *TR*, sont au dessus de l'horizon, & lui sont parallèles : ainsi chaque jour le soleil fait le tour du ciel, sans changer de hauteur, sans s'approcher ni s'éloigner de l'horizon, du moins sensiblement. Dès que le soleil, après l'équinoxe d'automne, passe dans les signes méridionaux, il ne reparoît plus sur l'horizon ; les parallèles qu'il décrit sont en entier dans l'hémisphère inférieur & invisible, & l'on est pour six mois dans l'obscurité.

Il en faut seulement excepter le crépuscule qui commence environ 52 jours avant que le soleil arrive à l'équateur, & paroisse sur l'horizon, & qui ne cesse que cinquante-trois jours après la disparition totale du disque solaire (a).

125. Chaque jour un habitant du pole verroit les ombres tourner autour de lui sans changer de longueur, avec une marche uniformément circulaire. Il suffiroit, pour y faire un cadran horizontal, de diviser un cercle en 24 parties égales ; mais le midi est une chose indéterminée sous la

(a) Il y auroit aussi une petite différence entre les habitants du pole boréal & ceux du pole austral, en ce que les premiers verroient le soleil 8 jours de plus que les autres ; parce que le soleil, à raison de l'allongement de son orbite, est 8 jours de plus dans les signes septentrionaux que dans les signes méridionaux, à cause de l'excentricité de l'orbite terrestre (309).



De la Sphere parallele.

31

Sphere parallele ; il n'y a aucun point du ciel d'où l'on soit obligé de compter les heures par préférence ; le méridien (19) y est une chose de convention. On pourroit dire pendant six mois de l'année qu'il est midi , & pendant les six autres mois qu'il est minuit.

Sous le pole on ne peut pas dire à quel point l'aiguille aimantée se dirigeroit ; ni quel nom on donneroit aux vents ; à moins qu'on ne dise que tous les vents seroient des vents du midi pour l'observateur placé au pole nord , & que tous seroient des vents du nord pour un observateur situé au pole austral de la terre (a).

126. Dans la sphere parallele , les étoiles ne se couchent jamais ; elles sont toujours à la même hauteur au dessus de l'horizon ; la moitié du ciel est toujours visible ; & les étoiles situées dans l'autre hémisphere ne paroissent jamais , les premières tournent sans cesse au dessus , les secondes au dessous de l'horizon.

Des Saisons & des Climats.

127. Plus la sphere est oblique ; plus la chaleur diminue ; & plus les saisons deviennent inégales. Les rayons du soleil qui produisent la chaleur & animent toute la nature , n'ont jamais plus de force que lorsqu'ils arrivent perpendiculairement à nous ; ils ont moins d'air à traverser ; & ils se répandent avec plus de force dans les interstices de la terre & de tous les corps qui nous environnent ; pour y fomentier la chaleur. Plus on est avancé vers un des pôles , & plus les rayons du soleil viennent obliquement : lorsqu'on est à 45° de latitude , & que le soleil est dans l'équateur , il ne s'élève que de 45° , à midi même ; en général , la hauteur du soleil , le jour de l'équinoxe , est toujours le complément de la latitude , & fait avec elle 90° (35) : ainsi , plus vous augmentez la latitude d'un

(a) Voyez au sujet des vents , de leurs noms , de leurs phénomènes & de leurs causes , la Géographie de *Varenius* ; les Eléments de Physique de *Mussénus* *broeck* , traduits en 1769 , par M. Sigaud de la Fond.

pays & l'obliquité de la sphere, plus vous diminuez la hauteur du soleil dans l'équinoxe; plus vous éloignez ses rayons de la perpendiculaire ou de la ligne de votre zénith, plus vous diminuez la chaleur. Il est vrai que le soleil en été s'élève plus haut que l'équateur, mais en hiver il s'abaisse de la même quantité; ainsi l'inégalité n'en devient que plus grande pour les saisons, & la chaleur diminue toujours quand la hauteur de l'équateur devient plus petite.

C'est pour cela qu'au Sénégal, sur la côte d'Afrique, on a vu le thermomètre, divisé à la façon de M. de Réaumur, monter à plus de 38° au dessus de la congélation; mais à Paris, il ne monte communément qu'à 28 ou 29° , dans les plus grandes chaleurs: dans la Sibérie, il ne monte pas si haut en été, & il descend en certains endroits jusqu'à 70 au dessous de la glace; tandis que le plus grand froid de 1709 à Paris, n'a pas été à plus de $15^{\circ} \frac{1}{2}$ au dessous du terme de la congélation. (*Mém. de l'Acad.* 1749. pag. 11.)

118. La construction du thermomètre est une chose sur laquelle on a tant varié, que je crois utile de fixer ici sa graduation. Je suivrai M. de Luc, qui nous a donné le meilleur ouvrage sur les baromètres & les thermomètres (a). J'appelle avec lui thermomètre de Réaumur, un thermomètre de mercure, qui marque 80° , dans de l'eau qui bout depuis quelque temps, & lorsque le baromètre est à 27 pouces; il marque $19 \frac{1}{8}$ à la chaleur du corps humain, comme sous les aisselles, lorsqu'il y a resté une heure; $9 \frac{1}{8}$ dans la température constante des caves profondes de l'Observatoire; 0 dans la glace qui fond, ou dans la glace mêlée avec l'eau; & 17 au dessous de la congélation dans un mélange de deux parties de glace qui fond, & d'une partie de sel marin. Les thermomètres d'esprit-de-vin faits autrefois par Réaumur, marquent $100 \frac{4}{5}$ à l'eau bouillante, 80 à la chaleur de l'esprit-de-vin la plus grande qu'il puisse supporter sans bouillir, & à laquelle il revient dès que les bouillons sont passés, $32 \frac{1}{2}$ à la chaleur naturelle du corps humain, $10 \frac{1}{4}$ dans les caves de l'observatoire; 0 dans

(a) Recherches sur les modifications de l'atmosphère. A Genève, 1772; 2 vol. in-4°.

l'eau qui gèle , & 15 au dessous de la congélation dans un mélange de deux parties de glace qui fond , & d'une partie de sel marin. Dans ce mélange-ci , le thermomètre de mercure marque 17, & c'est à peu près le plus grand froid de Paris. Nous supposons de l'esprit-de-vin tel que Réaumur l'employoit ; savoir , cinq parties d'esprit-de vin distillé au bain de sable , après avoir enflammé la poudre , & mêlé avec une partie d'eau.

129. Si l'on divise l'intervalle fondamental qu'il y a de la glace à l'eau bouillante en 180 parties au lieu de le diviser en 80, qu'on marque 212 au point de l'eau bouillante , & 32 à celui de la glace qui fond , on aura la division que Fahrenheit a donnée en 1724 ; elle est la plus suivie en Angleterre & dans le nord , mais en l'employant on s'est souvent éloigné des principes de l'Auteur , tout comme en France de ceux de Réaumur. Je ne parle ici que des thermomètres de mercure ; l'esprit-de vin a une marche trop inégale. En supposant des thermomètres de mercure & d'esprit-de vin qui soient d'accord à la glace & à l'eau bouillante , l'esprit-de-vin rectifié & capable de brûler la poudre , n'est qu'à $25^{\circ} \frac{1}{2}$ quand le thermomètre de mercure en marque 30.

130. Parmi les causes de la chaleur ou du froid , il faut compter principalement la qualité du sol , & la hauteur du niveau où l'on habite. Sur les côtes d'Afrique , on a plus chaud que par-tout ailleurs , parce que les sables s'embrasent plus facilement que les forêts , les eaux & les montagnes , & parce qu'on y est presque au niveau de la mer : le Canada est plus froid que la France , quoiqu'à pareille latitude , parce que le pays est plus couvert de bois , moins cultivé , moins peuplé , moins desséché. Quito , quoique placée dans le milieu de la zone torride , y jouit d'un printemps perpétuel , parce que cette ville est élevée au-dessus du niveau de la mer de plus de 1400 toises : là on est délivré de la chaleur que produit une forte réflexion des rayons sur tous les objets environnans ; chaleur qui est toujours plus vive que celle des rayons directs. C'est aussi

pour cela qu'il fait plus chaud après le solstice d'été, que dans le temps même du solstice, parce que la concentration de chaleur augmente dans tous les corps.

131. L'éloignement & la proximité du soleil influent bien moins sur la chaleur : le soleil est moins éloigné de la terre au mois de décembre qu'au mois de juin ; la différence va à 370 fois le diamètre de la terre, c'est-à-dire, à plus d'un million de lieues, & cela n'empêche pas que nous n'ayons notre plus fort hiver dans le temps même où le soleil est plus près de nous. Mais la principale cause de la chaleur de l'été, c'est la durée du temps que le soleil reste sur l'horizon en été, & la direction de ses rayons, qui approche plus d'être perpendiculaire à notre horizon vers le milieu du jour, & qui traverse une moindre quantité d'air.

132. LES CLIMATS sont les parties de la terre où la grandeur du jour est différente : on a distingué 23 ou 24 climats d'heures & 8 climats de mois. Le premier climat d'heure, suivant Sacrobosco d'après les anciens, est l'espace compris entre le parallèle ou le plus long jour d'été à 12 heures & trois quarts, c'est-à-dire, trois quarts d'heure de plus que sous l'équateur, & le parallèle, ou le plus long jour est de $13^h \frac{3}{4}$; c'est-à-dire, que le milieu du premier climat a 13^h de jour au solstice d'été, & que son étendue renferme tous les pays qui ont entre $11^h \frac{1}{4}$ & $13^h \frac{1}{4}$ de jour. Le milieu du second climat a $13^h \frac{1}{2}$ de jour ; le milieu du troisième climat a 14^h , comme cela arrive à Alexandrie d'Egypte ; le quatrième climat a $14^h \frac{1}{2}$, il passe à Rhodes & à Babylone ; le cinquième a 15^h , il passe à Rome ; le sixième, $15^h 30'$, il passe à Venise & à Milan ; le septième, 16^h , il passe à Paris, &c. (*Clavius in spheram*, p. 288).

133. Cette division des climats est la même que celle des anciens ; mais ils ne comptoient que sept climats, dont les milieux avoient 13^h , $13^h \frac{1}{2}$, 14^h , &c. de jour, jusqu'à 16 seulement, où étoit le milieu du septième climat, à 48 40' de latitude ; ils n'étoient pas fort loin leurs connoissances géographiques, & connoissoient peu de terres de plus grandes latitudes.

134. On trouveroit de même les six climats de mois, c'est-à-dire, les pays où le plus long jour est d'un mois, de deux mois, de trois mois. On y trouveroit que le premier climat de mois finit à $67^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude, parce que le jour y dure un mois, & ainsi de suite jusqu'au pôle qui termine le sixième & dernier climat de mois, parce que le jour y dure pendant six mois, mais les astronomes ne font point usage de ces dénominations de climats.

Des Zones Terrestres.

135. Ce que nous avons dit des latitudes terrestres & des positions de la sphere (41, 106), conduit à la division que les géographes ont faite de la surface de la terre en cinq ZONES (a) ou bandes circulaires, qui sont la Zone torride, les deux Zones tempérées, & les deux Zones glaciales.

136. La Zone torride *KMLLK* (fig. 3.) est celle qui s'étend à $23^{\circ} \frac{1}{2}$ de part & d'autre de l'équateur, elle comprend tous les pays situés entre les deux tropiques, & dans lesquels on peut avoir le soleil au zénith.

137. Les Zones tempérées *ABLK* & *MLTS* s'étendent à 43° de chaque tropique; l'une au nord du tropique du Cancer, l'autre au midi du tropique du Capricorne; elles comprennent les pays qui n'ont jamais le soleil à leur zénith, & qui ne le perdent jamais de vue en hiver. Les pays situés à $66^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude boréale, n'ont l'équateur élevé que de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ (34); ainsi, quand le soleil au solstice d'hiver est à $23^{\circ} \frac{1}{2}$ au dessous de l'équateur, il cesse de s'élever au dessus de l'horizon, & il ne fait que paroître dans l'horizon même, au moment de midi.

138. Au delà de $66^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude, il arrive un temps où l'on ne voit point du tout le soleil, aux environs du solstice d'hiver, mais aussi l'on y voit le soleil pendant les 24 heures entières au solstice d'été. Homere paroît indiquer ce jour continu à l'occasion de Læstrigons (*Odyss. K. v. 82*) & nous en parlerons plus au long en expliquant les usages du globe artificiel (221). C'est-là que commence la Zone glaciale ou

(a) Ζώνη, *Gingulum*, ceinture,

zone froide, qui s'étend jusqu'au pôle. La zone glaciale arctique est habitée, car la Laponie & la Sibirie en font partie; le reste n'est qu'une vaste mer qui s'étend jusqu'au pôle. La zone glaciale du midi est absolument inconnue; on est occupé actuellement à tâcher d'en découvrir quelques parties.

139. La surface & l'étendue de terre ou de mer que comprend chaque zone glaciale est 6 fois moindre que celle de chaque zone tempérée, & la zone torride n'est que les trois quarts de la somme des deux zones tempérées; car la surface totale de la terre étant supposée partagée en 23 parties, celles des zones glaciales, tempérées & torrides sont de 1, 6 & 9 respectivement; les cinq ensemble font les 23 parties du total, mais chacune de ces unités vaut 1124372 lieues carrées, (827).

140. Le *Cercle polaire* (102), est un petit cercle de la sphère terrestre *AB* (fig. 3) parallèle à l'équateur, passant à $66^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude boréale, dont la circonférence comprend tout l'espace *APB* que nous venons d'appeler zone glaciale; il y a deux cercles polaires *AB*, *ST*, ainsi que deux zones glaciales; l'un vers le pôle arctique ou septentrional, l'autre vers le pôle antarctique ou méridional de la terre, (102).

141. On trouve dans Virgile & dans Ovide la description exacte des cinq zones dont nous venons de parler.

Quinque tenent cælum zonæ: quarum una corusco
Semper sole rubens, & torrida semper ab igne;
Quam circum extremæ dextræ lævæque trahuntur,
Cœruleâ glaciæ concretâ, atque imbribus atris;
Hæc inter mediamque, duæ mortalibus ægris
Munere concessâ Divûm, & via secunda per ambas,
Obliquus quâ se signorum verteret ordo. *Geor. I. 233.*

Utque duæ dextræ cælum, totidemque sinistræ
Parte secant zonæ, quinta est ardentior illis?
Sic onus inclusum numero distinxit eodem
Cura Dei, totidemque plagæ tellure premuntur,
Quarum quæ media est, non est habitabilis æstu;
Nix tegit alta duas: totidem inter utramque locavit
Temperiemque dedit, missâ cum frigore flammâ. *Metam. I. 437.*

142. Lucain observe avec raison que dans la zone tempérée boréale on a toujours l'ombre à droite, ou au nord, en regardant le couchant; au lieu qu'on a dans certain temps

les ombres vers le midi , c'est-à-dire à gauche en regardant le couchant , dès qu'on est dans la zone torride.

Ignotum vobis , Arabes , venistis in orbem ,
Umbras mirati nemorum non ire sinistras. *Pharf. III. 247.*

143. Il nous apprend aussi qu'à *Syene* , ville d'*Egypte* située sous le tropique , l'ombre du soleil disparoissoit à midi le jour du solstice , & ne s'étendoit ni à droite ni à gauche.

Umbras nusquam flectente *Syene. I. 587.*

144. La situation des ombres à midi a été le sujet d'une subdivision géographique des habitants de la terre en Hétérosciens (a), Périsciens & Amphisciens ou Asciens. Les *Hétérosciens* sont ceux dont les ombres méridiennes sont toujours tournées du côté du même pôle ; tels sont les habitants des zones tempérées : ainsi dans nos régions l'ombre d'un corps vertical se dirige toujours à midi vers le nord , parce qu'elle est toujours opposée au soleil , qui est du côté du midi.

145. Les *Périsciens* sont ceux dont les ombres tournent en 24 heures vers tous les points de l'horizon ; ce sont les habitants des zones froides , pour qui le soleil ne se couche point pendant un certain temps de l'année (138) ; lorsqu'il est du côté du midi , les ombres vont vers le nord , & lorsqu'il est du côté du nord au dessous du pôle , il rejete l'ombre vers le midi , & ainsi du reste.

146. Les *Amphisciens* sont ceux dont les ombres méridiennes sont tantôt au nord & tantôt au sud : tels sont les habitants de la zone torride. Mais afin que cette définition comprît aussi ceux qui habitent sous le tropique même , *Varenius* , dans sa *Géographie générale* , y substitue le mot *Asciens* , cela veut dire ceux pour qui l'ombre devient totalement nulle à un ou deux jours de l'année ; le soleil étant alors au zénith. On divise les *Asciens* en deux sortes ; les *Asciens Amphisciens* , pour qui l'ombre s'étend quelquefois vers le nord & quelquefois vers le midi , & disparoit deux fois l'an-

(a) Dans *Strabon* (vers la fin du second livre de sa *Géographie* , page 135) ils sont appelés *ἑτεροσκοι* , *περισκοι* & *ἀμφοισκοι* , d'après *Posidonius*. Ces mots sont formés de *σνῆ*, *umbra* , avec les prépositions relatives à chaque signification.

née ; les *Asciens Hétérosciens*, dont les ombres sont toujours du même côté , & disparoissent seulement une fois, c'est-à-dire le jour où le soleil arrive dans le tropique sous lequel ces peuples sont situés.

Des Antipodes.

147. DEUX PAYS de la terre , éloignés diamétralement l'un de l'autre , c'est-à-dire , placés aux deux extrémités d'une ligne droite qui passeroit par le centre de la terre , sont ANTIPODES l'un de l'autre : ainsi la ville de Lima au Pérou , est à peu près antipode de celle de Siam dans les Indes , comme cela se voit par les latitudes & longitudes qu'on y a observées : de même Buénos aires en Amérique , est antipode de Pékin , capitale de la Chine. L'Espagne a ses antipodes dans la nouvelle Zélande. Paris & tout le reste de l'Europe ont leurs antipodes dans la mer du sud , aux environs de la nouvelle Zélande ; c'est une des Terres australes que l'on connoissoit à peine avant le voyage autour du monde de M. de Bougainville & celui de MM. Banks , Solander & Cook , fait en 1769.

148. Depuis plus de deux mille ans qu'on connoît la rondeur de la terre , les Savants n'ont point douté qu'il n'y eût des peuples antipodes les uns des autres ; ce n'a été que dans les temps d'une stupide ignorance , où toutes les lumières des Mathématiques étoient éteintes sur la terre , qu'on a pu douter de leur existence ; Képler dit qu'un Evêque nommé Virgile fut déposé pour avoir parlé trop affirmativement des Antipodes , mais Riccioli soutient que cela n'est pas exact. (*Voyez Baronius , année 744. Riccioli , Almagestum II. 490.*)

149. Les Antipodes ont le même plan pour horizon ; l'un voit la face supérieure du plan , & l'autre sa face inférieure. Un astre se leve pour l'un quand il se couche pour l'autre ; le jour le plus long de l'année pour le premier est le plus court pour le second ; l'un a l'hiver quand l'autre a l'été ; le printemps concourt de même avec l'automne , le midi avec le minuit , le matin avec le soir , le jour avec la nuit ; le pôle qui est élevé pour l'un est abaissé pour l'autre ; les étoiles que

l'un voit toujours ne paroissent jamais pour l'autre ; celles qui s'élèvent très-peu d'un côté s'abaissent aussi très-peu de l'autre. Si tous les deux se tournent vers l'équateur , l'un voit les astres se lever à sa droite , l'autre les voit se lever à sa gauche.

150. Les peuples qui sans être diamétralement opposés sont cependant , l'un au midi & l'autre au nord de l'équateur , sur le même demi-cercle du méridien & à des latitudes égales , s'appellent *Antæciens* ; ils ont midi & les autres heures au même instant l'un que l'autre ; mais l'hiver des uns a lieu en même temps que l'été des autres , & le printemps des premiers avec l'automne des seconds. Les jours des uns sont égaux aux nuits des autres ; quand les jours croissent pour ceux-ci , ils décroissent pour ceux-là ; le pôle qui est élevé pour les premiers , est abaissé pour les seconds de la même quantité ; les étoiles que les premiers voient toujours , ne paroissent jamais pour les autres , & lorsqu'ils regardent le soleil à midi , ils ont la face tournée l'un contre l'autre , à moins que le soleil ne soit plus éloigné de l'équateur qu'un des deux spectateurs.

151. Ceux qui sont sur le même parallèle , mais dans des points opposés , s'appellent *Périœciens* ; l'un compte midi lorsque l'autre a minuit ; mais étant du même côté de l'équateur , ils ont les mêmes saisons & dans les mêmes temps ; ils voient les mêmes étoiles rester perpétuellement sur l'horizon ; les astres se lèvent au même point & à la même distance de la méridienne , & restent le même temps sur l'horizon. Le jour de l'équinoxe , le soleil se lève pour l'un au moment qu'il se couche pour l'autre. Quand le soleil est du côté du pôle élevé , c'est-à-dire pendant le printemps & l'été , il se lève pour l'un avant de se coucher pour l'autre , en sorte qu'il y a un intervalle de temps , pendant lequel les deux périœciens voient le soleil en même temps. Au contraire , pendant l'automne & l'hiver il y a une portion de la nuit commune à tous les deux , c'est-à-dire , un temps où ni l'un ni l'autre ne voient le soleil.

Ainsi les Antipodes de Paris sont les Périœciens de ses

Antœciens, & ils sont Antœciens à l'égard de Périceciens de Paris ; nos Périceciens sont au sud-est de Kamtschatka, extrémité orientale de l'Asie ; nos Antœciens sont dans les terres australes, au midi du cap de Bonne Espérance, lieux inconnus jusqu'à présent.

152. Il y aura peut-être des personnes qui auront peine à se figurer comment les hommes peuvent habiter des pays antipodes, en sorte que leurs pieds se regardent. Il semble au premier abord que les uns ou les autres doivent avoir la tête en bas, c'est à dire être placés dans une situation renversée, & contre l'état naturel. Mais pour rectifier ses idées là dessus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous sommes debout sur la surface du globe, nos pieds tournés vers la terre, & la tête élevée vers le ciel : pourquoi nous retombons sans cesse à cette première situation, dès qu'un effort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps descendent vers la terre, soit qu'on l'appelle *pesanteur*, *gravité* ou *attraction*, quoique sa cause nous soit inconnue, se manifeste dans tous les points de notre globe : partout les corps graves tendent vers le centre de la terre, par un effort constant & inaltérable ; par tout on dit que ce qui tombe vers la terre descend, & qu'on monte en s'en éloignant. Ainsi le corps *A*, (fig. 14.) attiré vers le centre *C* du globe terrestre, suivant la ligne *ABC*, ou le corps *E*, attiré dans un sens contraire, suivant la ligne *EDC*, tombent & descendent tous deux vers la terre, parce que leur situation naturelle est de s'approcher du centre *C*. Un habitant placé en *B*, verra tomber la pluie vers lui de *A* en *B* ; & celui qui est à ses antipodes en *D*, verra venir la pluie sur la terre de *E* en *D* ; ce sont, à la vérité, des directions différentes, mais elles sont également naturelles, parce que le centre *C* de la terre est le terme commun, le point de réunion & de tendance de la pluie & de tous les autres corps graves.

153. J'ai ouï des Commençants demander pourquoi, si le corps *A* descend de *A* en *B*, l'autre ne descend pas pareillement de *D* en *E* & en *F* ; ils ne s'étoient pas encore accoutumés à observer que le corps *A* ne descend vers *B*, que parce

qu'il est forcé de se rapprocher de la terre , au lieu que le corps *E* n'a plus rien du côté de *F* qui puisse le déterminer à se mouvoir , aucune force, aucune loi, aucun objet, aucune cause de mouvement ; il n'a de rapport qu'avec la terre, c'est-là qu'est sa propension naturelle, c'est la cause & le terme de son mouvement ; & en allant de *E* vers *D* , il obéit à la même cause, il se meut de la même manière, il suit la même loi que le corps *A* , en descendant vers *B* : ainsi l'on peut dire que deux corps tombent & descendent l'un & l'autre , quoiqu'ils aillent en deux sens opposés ; c'est *tomber* que de s'approcher de la terre. Nous traiterons fort au long de cette loi générale de la pesanteur dans le liv. XII. art. 980.

154. Il se trouve aussi des personnes qui demandent comment les étoiles sont suspendues, d'où vient que le soleil ne tombe pas sur nous, aussi bien que les corps célestes que nous voyons, & qu'est-ce qui tient la terre à sa place ? Pour prévenir cette difficulté , il importe de s'accoutumer de bonne heure à cette idée très physique & très simple , que les corps ne changent point de place sans une cause motrice : les étoiles ne sont point suspendues & n'ont pas besoin de l'être , parce que rien ne les déplace ; il suffit qu'elles soient en un lieu pour y être toujours ; il ne faut du soutien qu'aux choses qui ont une disposition à tomber vers un endroit , & les étoiles n'ont aucune tendance vers la terre ; elles en sont trop éloignées.

TRACER UNE LIGNE MÉRIDIENNE.

155. La définition du méridien & des parallèles (19, 27) fait voir que le méridien coupe en deux parties égales & semblables, tous les arcs diurnes des parallèles à l'équateur : le soleil , en paroissant sur l'horizon , s'élève par degrés , en décrivant sensiblement un parallèle à l'équateur , il parvient à midi au plus haut du ciel , & redescend vers le couchant avec la même vitesse , par les mêmes degrés , & dans le même temps qu'il a employé à s'élever jusqu'au méridien : ainsi le méridien partage la durée de l'appari-

tion du soleil en deux parties égales, & marque en même temps la plus grande hauteur du soleil.

156. De là il suit qu'on a deux manières de reconnoître la direction du méridien, & de savoir le moment où le soleil y arrive, c'est-à-dire l'heure de midi : la première consiste à examiner le moment où le soleil est le plus élevé, & cesse de monter, & où les ombres des corps qu'il éclaire sont les plus courtes ; alors l'ombre d'un piquet ou d'un style placé verticalement, ou celle d'un fil à-plomb, indiquera la direction du méridien, & formera ce qu'on appelle la LIGNE MÉRIDIENTE, & la section des plans de l'horizon & du méridien.

Cette méthode seroit exacte, si l'on pouvoit reconnoître avec assez de précision le moment de la plus grande hauteur ; mais aux environs de midi, & lorsque la hauteur approche de son *maximum* ou de sa plus grande quantité, le progrès est si lent, qu'il faudroit une extrême précision pour obtenir quelque exactitude dans cette observation : il faut donc recourir à un autre moyen pour tracer une méridienne ; c'est la seconde méthode que je vais expliquer.

157. Cette méthode consiste à remarquer l'ombre du soleil levant, & l'ombre du soleil couchant, ces deux ombres sont aussi éloignées du méridien l'une que l'autre ; ainsi le milieu de ces deux ombres doit donner celle du midi. Soit le cercle *SMCBDA* (fig. 15.) qui représente la circonférence de l'horizon, *S* le soleil levant, *C* le soleil couchant, *P* le pied d'un style ou d'un piquet dressé perpendiculairement à l'horizon, *PB* l'ombre du style quand le soleil se leve, *PA* l'ombre du même style au soleil couchant ; si l'on partage l'angle *SPC*, ou l'arc *SC* en deux parties égales au point *M*, la ligne *MPD* sera la ligne méridienne, puisque le soleil se levant en *S* & se couchant en *C*, est nécessairement à des distances égales du méridien qui passe en *M*. Cette méthode ne peut se pratiquer sans un horizon extrêmement découvert, & je ne l'indique ici que pour exprimer mieux l'objet qu'on se propose, & l'idée sur laquelle est fondée la méthode générale de tracer une méridienne ; c'est la troisième méthode que je vais expliquer.

158. Cette méthode, qu'on est obligé d'employer, substitue aux deux points de l'horizon dont nous venons de parler, deux autres points qui soient aussi élevés l'un que l'autre, l'un avant midi & l'autre après. Si au lieu de marquer l'ombre du soleil, lorsqu'il étoit à l'horizon même, en S & en C , on la marque une demi-heure après son lever, & ensuite une demi-heure avant son coucher, on aura deux autres ombres PF , PG plus voisines du méridien & plus courtes, mais toujours à distances égales du méridien; il suffira de prendre le milieu H des deux ombres pour avoir la ligne méridienne PHD .

159. Ainsi, l'on peut en général décrire du centre P un arc tel que FG , observer le moment où l'ombre du matin sera en F , & celle du soir en G sur le même arc, (parce qu'alors on sera sûr que la hauteur du soleil a été la même dans les deux instants, & par conséquent les distances au méridien parfaitement égales); ces deux ombres devant être à même distance du méridien, on partagera l'intervalle ou l'arc FG en deux parties égales, & l'on trouvera également un point H où doit passer la méridienne PHD , tirée par le pied du style P .

Pour plus de précision, l'on peut décrire plusieurs cercles concentriques, dont chacun en particulier donnera un des points de la méridienne; & tous ces points pris ensemble, détermineront encore plus exactement la ligne entière que l'on cherche (a).

160. Enfin on peut, au lieu du style que je suppose placé en P , se servir d'un instrument très-portatif & très-commode. C'est une plaque P (fig. 16), d'environ trois pouces, percée d'un petit trou d'épingle, qui laisse passer un rayon solaire; elle est élevée sur un pied de 7 à 8 pouces AB , & le rayon tombe sur la plaque BD du pied, ou sur une table placée de niveau. Du point C qui répond perpendiculaire-

(a) Cette méthode est sujette à quelques secondes d'erreur, hors le temps des solstices, parce que le soleil ne reste pas exactement sur le même parallèle pendant toute la journée. Nous aurons égard à cette petite inégalité dans la figure suivante. (326) Cela est inutile dans l'usage ordinaire.

ment au dessous du trou, & qui est désigné par un à-plomb *TC*, on décrit plusieurs cercles concentriques; on marque sur chaque cercle le point lumineux du matin *K*, & celui du soir *L*. Le milieu *H* de l'intervalle donne la méridienne *CH*.

161. Si la plaque *P* est recouverte d'un grand carton, le point lumineux n'en devient que plus sensible & plus vif, ce qui fait un des avantages de ce petit instrument: d'ailleurs, on y trouve l'avantage de pouvoir placer de niveau la table même par le moyen de l'instrument; en suspendant en *P* un fil à-plomb, où il y ait une pointe, elle devra répondre exactement au point *C*, si l'instrument est bien fait, & que la table soit exactement de niveau; ainsi, l'instrument servira de vérification. On peut aussi, lorsqu'on manque de fil à-plomb & de niveau, verser de l'eau sur le plan, on appercevra aussitôt de quel côté il incline, & cela suffira pour le redresser avec des calles ou petits coins de bois, jusqu'à ce qu'on voie que l'eau reste à l'endroit où on la verse, & ne coule ni d'un côté ni d'autre.

On verra dans la suite de cet ouvrage (322) que le même principe dont nous venons de parler, produit encore la méthode des hauteurs correspondantes, employée par tous les astronomes, pour avoir le moment du midi, avec la plus scrupuleuse exactitude.

162. La ligne méridienne est le premier fondement d'un observatoire; la plupart des observations supposent une excellente méridienne, car c'est sur les hauteurs prises dans le méridien, & sur les passages au méridien que sont fondées toutes les théories astronomiques: aussi dit-on que les astronomes sont tournés sans cesse vers le midi, comme les géographes vers le nord, les prêtres vers l'orient, & les poètes vers le couchant.

*A! Boream terræ, sed cœli Mensor ad austrum;
Præco Dei exortum videt, occasumque Poëta.*

163. On peut tracer une méridienne, par le moyen de l'étoile polaire, aussi bien que par la méthode précédente, peut-être même avec plus d'exactitude. L'étoile polaire n'é-

tant

tant éloignée du pôle que d'environ 2 degrés, elle désigne toujours à peu près le côté du nord, en quel temps qu'on l'observe; mais si l'on choisit à peu près le temps où elle est dans le méridien, quand on s'y tromperoit même de plusieurs minutes, on aura, par le moyen de cette étoile, la direction du méridien, avec une très grande précision; il suffira d'élever deux fils à-plomb, le long desquels on puisse bornoyer, c'est-à-dire, viser & s'aligner à l'étoile.

164. Pour choisir le temps où l'étoile polaire est exactement dans le méridien, on peut calculer l'heure & la minute du passage, par la méthode qui sera expliquée ci-après (363). Mais il y a une manière commode pour trouver, sans aucun calcul, le temps où l'étoile polaire passe au méridien. Il suffit d'observer le temps où elle est dans le vertical de l'étoile ϵ de la grande ourse; c'est la première des trois étoiles de la queue, ou celle qui est la plus voisine du carré de la grande ourse (*fig. 1*). On a reconnu que cette étoile est opposée à l'étoile polaire, de façon qu'elles passent au méridien ensemble, l'une au dessus du pôle, l'autre au dessous; ainsi quand elles sont l'une au dessous de l'autre, ou qu'elles sont ensemble dans un même vertical, dans un même à-plomb, on est sûr qu'elles sont toutes les deux au méridien: si dans ce moment on aligne deux fils ou deux règles verticales vers ces deux étoiles, les deux objets ainsi alignés seront dans le méridien, & marqueront sur le pavé la direction de la méridienne.

165. On peut employer, au lieu de deux fils à-plomb, trois ou quatre mèches faiblement allumées, dont deux seront placées d'avance dans un même vertical, au moyen d'un fil à-plomb: la troisième ou la plus proche de l'œil sera mobile, & elle pourra s'aligner avec les autres vers l'étoile polaire. On peut se servir aussi d'une planche percée de deux trous, par lesquels on puisse voir les deux étoiles à la fois dans un même à-plomb, tandis qu'une autre planche plus près de l'œil servira à s'aligner & à mettre l'œil dans le vertical des deux étoiles: un mur qui seroit bien d'à-plomb serviroit au même usage, mais il s'en trouve rarement.

166. Cette opération peut se faire, sur-tout dans le crépuscule, au mois de mai & au mois de juin, avec deux fils à-plomb, de manière à ne pas se tromper d'une minute sur le temps où ces deux étoiles passent dans le même vertical : & une minute d'erreur ne feroit pas quatre secondes de temps sur le moment du midi, qu'on observeroit ensuite par le moyen de cette méridienne.

167. Pour parler avec plus de précision, je dois observer que ces deux étoiles passoient exactement ensemble dans le méridien au mois de juillet 1751; mais l'étoile α de la grande ourse devance l'autre de $1' 13'' \frac{1}{2}$ tous les dix ans; & au mois de juin 1773, elle a passé $2' 42''$ plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aspirait dans cette opération à une extrême exactitude, il faudroit d'abord s'assurer, par le moyen des deux fils à-plomb, du moment où les deux étoiles ont passé dans le même vertical; attendre ensuite deux minutes & 42 secondes, & diriger alors les deux fils à-plomb à l'étoile polaire seule, sans égard à l'étoile α qui aura déjà passé au delà du méridien & du vertical; mais cette petite différence est insensible dans la pratique.

DU GLOBE CÉLESTE ARTIFICIEL, ET DE SES USAGES.

168. Un globe destiné à représenter les constellations & les mouvements planétaires, l'écliptique, l'équateur, les cercles de latitude, les cercles de déclinaison, le méridien & l'horizon, s'appelle globe céleste.

Celui que nous avons représenté (*fig. 12*) est entouré comme la sphere, d'un horizon *HO* & d'un méridien *PZR*, il tourne sur un axe *PR*. On y marque les étoiles suivant leurs ascensions droites & leurs déclinaisons observées (90, 91), en examinant pendant la nuit les étoiles, qui à leur passage au méridien, ont la même hauteur que l'équateur, ou qui passent un degré, deux degrés, &c. plus ou moins haut que l'équateur.

On trace ensuite sur ce globe un autre cercle qui coupe l'équateur aux deux points équinoxiaux que l'on a remar-

qués parmi les étoiles (67), & qui s'en éloigne de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ de part & d'autre, c'est l'écliptique (64); les deux points de l'écliptique les plus éloignés de l'équateur sont les *solstices ou les points solsticiaux* (68).

Les deux colures dont nous avons parlé ci-dessus (102) doivent se tracer sur le globe, d'un pôle à l'autre, l'un par les équinoxes, l'autre par les solstices, comme dans la sphere.

Tous les cercles passant par les pôles du monde & coupant perpendiculairement l'équateur, s'appellent *cercles de déclinaison*; ils servent à mesurer soit les déclinaisons ou les distances à l'équateur, soit les ascensions droites; car tous les astres qui sont sur un même cercle de déclinaison ont la même ascension droite. Ainsi les colures, les méridiens, les cercles horaires sont aussi des cercles de déclinaison (92).

169. On peut remarquer sur le globe L'ASCENSION OBLIQUE d'un astre: c'est la distance du point équinoxial au point de l'équateur qui se leve en même temps que l'astre: soit *HEZPO* (fig. 20) le méridien, *P* le pôle du monde, *HO* l'horizon, *EC* l'équateur, *S* un astre qui se leve dans l'horizon; le point *B* de l'équateur est celui qui marque l'ascension droite de l'astre *S*; mais le point de l'équateur qui marque l'ascension oblique de l'étoile est en *C*, parce que le point *C* est celui qui se leve en même temps que l'étoile; *BC* est la différence entre l'ascension droite & l'ascension oblique; les anciens astronomes l'appeloient DIFFÉRENCE ASCENSIONNELLE, mais actuellement on n'en fait presque plus d'usage.

170. Les problèmes que l'on peut résoudre par le moyen d'un globe ou d'une sphere, ne sont pas de simples exercices d'amusement; il faudroit à la vérité, pour y trouver quelqu'exacritude, avoir un globe très-grand, tourné avec soin, encore devroit-on préférer le calcul trigonométrique dont nous parlerons dans le livre suivant; mais en étudiant pour la première fois les principes de l'astronomie, il est très-utile de s'exercer sur le globe ou sur la sphere armillaire, pour en bien comprendre les mouvements & pouvoir

les rapporter sans peine aux objets célestes. Je dis qu'on peut se servir du globe ou de la sphere, car il n'y a d'autre différence, si ce n'est que la sphere est évidée & percée à jour, tandis que le globe est plein & solide, pour qu'on puisse marquer à sa surface les différentes constellations, suivant leurs longitudes & latitudes (44, 48). Nous parlerons bientôt aussi du globe terrestre (214).

171. *Connoissant la latitude d'un pays de la terre & le lieu du soleil à chaque jour de l'année, trouver l'heure du lever & du coucher du soleil.*

Supposons que Paris est le lieu donné, dont la latitude est de 49° , & que l'on veuille savoir pour le 20 Avril l'heure du lever & du coucher du soleil. 1^o. Il faut tourner le méridien, sans le sortir de ses entailles & de son support, de maniere que le pole soit élevé de 49° au dessus de l'horizon, c'est-à-dire qu'il y ait 49° depuis le pole jusqu'à l'horizon, ou que le 49^{e} degré soit dans l'horizon. 2^o. Il faut chercher quel est le degré de l'écliptique répondant au jour donné; ces degrés sont marqués pour l'ordinaire un à un, vis-à-vis des jours correspondants, sur le cercle de l'horizon, d'après l'entrée du soleil à chaque signe indiqué ci-dessus (79). Dans le cas proposé, l'on trouve que c'est le premier degré du taureau qui répond au 20 avril. 3^o. L'on place dans le méridien le degré trouvé, c'est-à-dire le degré de l'écliptique où est le soleil; on met sur le midi l'aiguille de la rosette P, (fig. 12) qui étant placée sur l'axe, à frottement dur, peut être mise où l'on veut, & y rester malgré le mouvement du globe, ainsi que dans la sphere (fig. 11). La raison de cette opération est que l'on doit toujours compter midi à Paris lorsque le degré de l'écliptique où se trouve le soleil, c'est-à-dire le soleil lui-même, est dans le méridien. 4^o. On tourne la sphere du côté de l'orient, jusqu'à ce que le degré du jour donné, ou le premier degré du Taureau, soit dans l'horizon; on voit l'aiguille de la rosette sur 5 heures, ce qui nous apprend que le soleil se leve alors à 5 heures. Si l'on tourne

de même la sphere vers le couchant , jusqu'à ce que le même degré de l'écliptique où est supposé le soleil , arrive dans l'horizon , on verra que l'aiguille de la rosette qui tourne avec son axe est arrivée sur 7 heures , ce qui fera connoître que le soleil ce jour-là doit se coucher à 7 heures. Cette opération fait voir aussi que la durée du jour est de 14 heures ; car l'aiguille parcourt un espace de 14 heures tandis que le point de l'écliptique sur lequel nous avons opéré va de la partie orientale à la partie occidentale de l'horizon. Nous expliquerons la maniere de calculer rigoureusement le lever & le coucher des astres (367).

La raison de cette pratique tient à ce que nous avons dit sur la division du jour en 24 heures ; puisque le mouvement diurne se fait uniformément chaque jour autour de l'axe & des poles du monde , il est évident que l'aiguille de la rosette qui suit le même mouvement , parcourt à chaque révolution les 24 heures du cadran , & qu'elle marque 6 heures quand la sphere a fait le quart de son tour , & ainsi des autres heures à proportion ; par conséquent la sphere étant placée dans la position qui convient au lieu & au jour donné , & ayant le même mouvement que le ciel , la rosette suit le mouvement du globe ; elle marque donc les heures du lever & du coucher du soleil.

172. Par une opération inverse , l'on trouvera quelle est la latitude d'un pays , si l'on fait à quelle heure le soleil s'y couche à un certain jour de l'année. Ayant marqué le lieu du soleil sur l'écliptique , & placé l'aiguille de la rosette sur midi , ce point étant dans le méridien , on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille soit arrivée à l'heure où l'on fait que le soleil se couche ; alors on élèvera le pole du globe jusqu'à ce que le point de l'écliptique où est le soleil soit dans l'horizon , & l'on aura la hauteur du pole ou la latitude du lieu cherché ; c'est ainsi que nous jugeons que l'ancienne Baby-lone étoit à 36 degrés de latitude , parce que nous voyons dans Ptolomée que le soleil s'y couchoit à 4^h 48' vers le temps du solstice d'hiver , le soleil ayant 9 signes de longitude.

173. *Trouver quels sont les deux jours de l'année où le soleil se leve à une heure marquée.*

Supposons qu'on demande les jours où le soleil se leve à 5^h à Paris : on placera le pôle à la hauteur de 49°, qui est celle de Paris, on conduira sous le méridien un des colures, & l'on mettra l'aiguille polaire ou horaire sur midi. On tournera le globe vers l'orient, jusqu'à ce que l'aiguille soit sur 5 heures, & l'on marquera le point où le colure coupe l'horizon ; il est évident que si le soleil étoit dans ce point-là, ou à une semblable déclinaison, il se leveroit à 5 heures ; il faut donc savoir quels sont les jours de l'année où il a cette même déclinaison. On conduira sous le méridien le point du colure qui se trouvoit dans l'horizon, & l'on verra sur le méridien que cette déclinaison est de 13° ; on remarquera ce point du méridien, & faisant tourner le globe, on verra 2 points de l'écliptique passer au même point du méridien, c'est-à-dire à 13° de déclinaison ; ce seront les points cherchés, qui se trouveront être le second degré du taureau & le 28^e degré du lion, & l'on trouvera les jours correspondants à ces deux points (art. 79) ; savoir, le 21 avril & le 24 août.

174. *Trouver quels sont les points de l'horizon où le soleil se leve à chaque jour.*

Ayant remarqué sur l'écliptique la longitude du soleil pour le jour donné, & la sphère étant aussi élevée à la hauteur du pôle du lieu dont il s'agit, on conduira le point de l'écliptique à l'horizon, & l'on examinera combien ce point de l'horizon, auquel répond le soleil, s'éloigne du point de l'orient ou de l'occident ; on trouveroit à Paris pour le 21 de juin, que les points où le soleil se leve & se couche sont à 38° des points cardinaux de l'est & de l'ouest, & cela du côté du nord ; ceux où le soleil se leve & se couche le 21 décembre sont à 36° $\frac{1}{2}$ des mêmes points cardinaux de l'est & de l'ouest, mais du côté du midi. Ainsi depuis le

couchant d'été jusqu'au couchant d'hiver, il y a $74^{\circ} \frac{1}{2}$ de distance : cette quantité est encore plus grande quand l'on avance vers le nord ; mais elle diminue, au contraire, pour les pays méridionaux, en sorte que sous l'équateur on ne trouve plus que 47 degrés de différence entre les points où le soleil se leve dans les deux solstices.

175. L'AMPLITUDE *ortive* n'est autre chose que l'arc de l'horizon compris entre le point où le soleil se leve, & le vrai point d'orient ; l'*amplitude occase* est la distance du point d'occident à celui où se couche le soleil ; on trouvera ci-après la manière de la calculer (369).

176. *Trouver l'ascension droite du soleil pour un certain jour.*

Il faut d'abord savoir quel est son lieu dans l'écliptique pour ce jour-là, (79) & conduisant dans le méridien le point de l'écliptique où se rencontre le soleil, on voit le point de l'équateur qui est en même temps dans le méridien ; le chiffre marqué vers ce point de l'équateur indique son ascension droite ou la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur d'occident en orient. Ainsi le 20 avril le soleil étant au premier degré du taureau, c'est-à-dire, sa longitude étant de 30° , l'on verra que l'ascension droite est d'environ 28° .

177. *Trouver à une heure quelconque l'ascension droite du milieu du ciel.*

On cherchera pour le jour donné quel est le lieu du soleil dans l'écliptique (79) : l'on amenera ce point de l'écliptique sous le méridien, & l'on placera l'aiguille polaire sur le midi ; ensuite on fera tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur l'heure donnée, & dans cette position le point de l'écliptique situé sous le méridien sera le point culminant de l'écliptique ; celui de l'équateur, qui sera également dans le méridien, marquera l'ascension droite du milieu du ciel, &c

celle de toutes les étoiles qu'on verra sur le globe le long du méridien, au même instant.

178. Cette méthode peut servir à reconnoître les étoiles dans le ciel, lorsqu'ayant tracé une méridienne (155) on se tournera vers le midi, & qu'on aura reconnu sur le globe quelles sont les constellations situées dans le méridien, & à quelles hauteurs elles sont au dessus de l'horizon.

179. LA DÉCLINAISON du soleil ou d'un autre astre se trouvera de même par le moyen du globe, en conduisant sous le méridien l'astre dont il s'agit; le nombre de degrés compris entre cet astre & l'équateur, compté sur la circonférence du méridien, marquera la déclinaison de cet astre; elle sera boréale si l'astre est au dessus de l'équateur dans nos régions septentrionales; australe s'il est moins élevé que l'équateur, ou du côté du pôle méridional.

180. Quand on ne connoît que la déclinaison du soleil, on peut trouver par la même raison sur le globe, le lieu qu'il occupe dans l'écliptique, pourvu que sur les quatre quarts de l'écliptique on prenne celui qui convient à la saison où l'on est; si par exemple on a observé le 16 avril la hauteur du soleil de 51 degrés; c'est-à-dire de 10° au dessus de l'équateur, ce qui fait 10° de déclinaison, l'on verra qu'en faisant avancer le premier quart de l'écliptique, ou celui du printemps, sous le méridien, le point qui s'y trouve à 10° de l'équateur est le 26^e degré du bélier; c'est le lieu du soleil ce jour-là. Ainsi l'on trouveroit quel est le jour où une semblable observation auroit été faite, par la seule hauteur ou par la déclinaison observée; pourvu que l'on fût dans quelle saison, parce qu'il y a toujours au printemps & en été deux jours où le soleil a la même déclinaison.

181. La hauteur du soleil peut faire trouver par la même raison la latitude du lieu où l'observation a été faite, si l'on fait quelle est la déclinaison du soleil ce jour-là. Je suppose que le 16 avril on ait observé la hauteur du soleil dans le méridien de 51° , on trouvera la déclinaison ce jour-là de 10° septentrionale, par le moyen indiqué dans l'article 179, d'où il suit que l'équateur est élevé de 41° , & que la hauteur

du pôle est de 49° , complément de 41° (34). Si la déclinaison du soleil étoit méridionale, il faudroit l'ajouter à la hauteur observée pour avoir celle de l'équateur; nous supposons encore l'observateur au nord de l'équateur, & le soleil du côté du midi, comme on l'a toujours en Europe. On fait un grand usage de cette méthode pour la géographie & la navigation.

182. Si le lieu de l'observation étoit sous une latitude australe, on feroit le contraire de ce que nous avons prescrit; on ajouteroit la hauteur observée avec la déclinaison septentrionale, & l'on retrancheroit la déclinaison australe de la hauteur observée, pour avoir la hauteur de l'équateur.

183. Si l'on étoit entre les deux tropiques, & que le soleil fût plus éloigné de l'équateur que l'observateur, il faudroit prendre le supplément à 180 degrés de la hauteur observée, avant que d'en retrancher la déclinaison du soleil: ces sortes d'exceptions aux règles de la sphere s'apperçoivent par la seule inspection du globe, si aisément, que nous nous dispenserons à l'avenir de les remarquer, pour n'être pas d'une ennuyeuse prolixité.

184. LE VERTICAL d'un astre est un grand cercle, qui partant du zénith, descend perpendiculairement à l'horizon, & passe par le centre de l'astre (10). On se sert des verticaux pour marquer les hauteurs, parce que la hauteur d'un astre au dessus de l'horizon n'est autre chose que l'arc du vertical, compris entre l'astre & l'horizon; on s'en sert aussi pour marquer L'AZIMUT, c'est-à-dire l'arc de l'horizon compris entre le point du midi & le point de l'horizon auquel un astre répond perpendiculairement; ainsi ZDF (fig. 20.), est le vertical de l'astre D dont DF est la hauteur, & HF l'azimut.

185. On ajoute quelquefois aux globes célestes un quart de cercle de même rayon que le globe, & qui s'applique immédiatement sur sa circonférence, depuis le zénith jusqu'à l'horizon; on le voit représenté en ZV (fig. 12). Il sert à plusieurs usages, comme on le verra par les problè-

mes suivans ; mais quand le vertical y manque , on peut y suppléer avec un compas & une équerre ; le compas sert à prendre le nombre de degrés dont on a besoin pour la hauteur d'un astre ; l'équerre sert à mettre les deux branches du compas dans un plan qui soit vertical , ou perpendiculaire à l'horizon du globe.

186. *Trouver à quelle heure le soleil doit avoir un certain degré d'azimut à un jour donné.*

Ayant placé le pole & l'aiguille de la rosette comme dans les problèmes précédents (171) , on mettra le vertical mobile sur le degré de l'horizon qui marque l'azimut , & l'on amenera le lieu du soleil sous ce vertical ; l'aiguille marquera l'heure qu'il est quand le soleil a le degré donné d'azimut. Par exemple le 23 avril , le lieu du soleil étant à 3 du taureau , on demande à quelle heure le soleil aura 75° d'azimut : on trouvera 8^h du matin. Du côté du couchant à $6^h\ 36'$ du soir , il se trouvera dans la partie occidentale du même vertical , à 75° du méridien du côté du nord ; mais alors on dit qu'il a 105° d'azimut , à compter du point de l'horizon qui est vers le midi.

187. C'est par le moyen de l'azimut qu'on peut trouver l'heure où un mur commence à être éclairé , ou finit de l'être à un jour donné , en supposant qu'on connoisse l'angle qu'il fait avec la méridienne , ce qu'on appelle la déclinaison du plan , que je suppose vertical. Si le mur decline de 75° du midi à l'orient , il s'agit de trouver par le problème précédent , à quelle heure le soleil aura 75° d'azimut du côté de l'orient au jour donné , & à quelle heure il aura 105° d'azimut du côté du couchant ; ce seront les heures où la surface méridionale de la muraille doit commencer & finir d'être éclairée : on a par conséquent la première & la dernière heure qu'on pourra voir sur un cadran solaire , déclinant du midi vers l'orient de 75 degrés.

188. LES ÉTOILES qui sont rapportées sur les globes célestes y ont été marquées par le moyen de la hauteur méridi-

diennne , & de l'heure où on les voyoit passer par le méridien , comme nous l'avons déjà indiqué art. 88 & 92 , & comme on le verra plus au long (art. 231).

189. En faisant tourner le globe céleste, on verra quelles sont les étoiles qui passent par le zénith du lieu donné, ce sont celles dont la déclinaison est égale à la latitude géographique du pays où l'on est ; car si une étoile a 49° de déclinaison, le zénith de Paris étant aussi à 49° de l'équateur, l'étoile doit se trouver au zénith dans le moment où elle passe par le méridien.

190. On verra par la même raison quelles sont les étoiles qui ne se couchent point à Paris , ce sont celles qui sont moins éloignées du pôle que le pôle ne l'est de l'horizon , c'est-à-dire à Paris celles qui ne sont pas à 49° du pôle, ou qui ont plus de 41° de déclinaison ; telles sont les deux Ourfes, le Dragon, Céphée, Andromède, Persée, la Chevre, &c. dont nous parlerons ci-après.

On reconnoîtra de même sur le globe les étoiles qui sont vers le midi à plus de 41° de déclinaison australe , ou à moins de 49° du pôle antarctique , ou méridional , & l'on verra qu'elles ne paroissent point à Paris , & qu'elles ne se levent jamais pour nous.

191. Le quart de cercle mobile qui s'applique sur la circonférence du globe , & qui est représenté en *ZV* (fig. 12) peut servir à marquer la place d'une planète, quand on connoît sa longitude & sa latitude par le moyen des éphémérides (100) ; pour cela on met le pôle de l'écliptique dans le méridien , & l'on attache le cercle mobile à l'endroit du méridien où répond le pôle de l'écliptique ; il représente alors un cercle de latitude , parce qu'il est perpendiculaire à l'écliptique ; on fait tourner ce cercle autour du pôle de l'écliptique jusqu'à ce qu'il touche le point de l'écliptique où l'on fait que la planète doit répondre par sa longitude ; & l'on marque le long de ce cercle de latitude un point qui soit éloigné de l'écliptique autant que la planète a de latitude ; ce point est le vrai lieu de la planète sur le globe céleste.

Si c'est une étoile déjà marquée sur le globe dont on veuille connoître la longitude & la latitude , on fera tourner le

cercle de latitude autour du pôle de l'écliptique, jusqu'à ce qu'il passe sur l'étoile ; on verra le lieu où ce même cercle coupera l'écliptique , & ce sera la longitude ou le lieu de l'étoile sur l'écliptique ; on comptera aussi le nombre des degrés de ce cercle mobile compris entre l'écliptique & l'étoile , & ce sera la latitude de l'étoile.

192. *Trouver quelle est la hauteur d'un astre à un instant donné.*

On remarquera sur le globe le lieu du soleil dans l'écliptique pour le jour donné (171) & le lieu de l'astre dont on cherche la hauteur (191) ; on placera sous le méridien le lieu du soleil , & on mettra l'aiguille de la rosette sur le midi ; ensuite on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille marque sur la rosette l'heure donnée pour laquelle on cherche la hauteur ; alors approchant le vertical (185) de l'endroit où l'astre est marqué , on verra sur quel degré du vertical il répond , & l'on aura sa hauteur.

193. Comme la rosette des globes est ordinairement fort petite , & donneroît peu d'exactitude dans cette opération , on peut s'en passer par la méthode suivante. On convertira en degrés l'heure donnée , pour savoir de combien le soleil étoit éloigné du méridien ; par exemple , à 9 heures du matin il s'en faut trois heures que le soleil ne soit dans le méridien ; ces trois heures valent 45° de l'équateur , parce qu'elles font la sixième partie des 24 heures , comme les 45° font la sixième partie du cercle. On examinera quel étoit le point de l'équateur qui se trouvoit avec le soleil dans le méridien ; on éloignera ce point-là de 45° du méridien , vers l'orient , parce que c'est le matin , en comptant ces 45° le long de l'équateur : le globe étant arrêté dans cette situation , on remarquera la place de l'étoile ; on en approchera le cercle vertical , & l'on verra sur quel degré de hauteur elle répond.

Les astronomes eux-mêmes se servent quelquefois d'un globe céleste pour trouver la hauteur des astres à un instant donné , lorsqu'ils n'ont pas besoin d'une extrême précision ;

par exemple , quand il ne s'agit que de chercher un astre en plein jour par le moyen de sa hauteur , ou de savoir quel est le petit accourcissement que la réfraction a pu produire sur la distance observée entre deux astres : on peut s'en servir aussi avec avantage pour chercher la position des étoiles dans des temps reculés , lorsqu'on trouve dans les Poètes anciens des passages qui sont difficiles à comprendre sans ce secours.

194. On trouvera par la même méthode à quelle heure l'astre aura une hauteur donnée, en mettant le lieu de l'astre sur le degré du vertical, & regardant à quelle heure la rosette répond, pourvu que la rosette ait été sur le midi quand le lieu du soleil étoit au méridien. On cherche aussi par ce moyen le commencement & la fin du crépuscule (108), puisqu'il ne s'agit que de trouver à quelle heure le soleil fera de 18° au dessous de l'horizon, soit avant son lever, soit après son coucher (753).

195. On peut avec un globe savoir l'heure qu'il est au soleil, & cela de deux manières. 1^o. Par le moyen de la hauteur du soleil. Je suppose qu'on ait dirigé un quart de cercle (25) vers le soleil, & qu'on ait mesuré sa hauteur, ou qu'on se soit servi d'un gnomon (72) en mesurant son ombre: connoissant la hauteur du soleil, on élèvera sur le globe à pareille hauteur au dessus de l'horizon, le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là, & l'aiguille de la rosette, que je suppose avoir été mise sur midi comme dans le problème précédent (192) marquera l'heure qu'il est.

La seconde manière de trouver l'heure qu'il est, n'exige que l'inspection de l'ombre seule du globe; je suppose qu'il soit orienté, ou dirigé de manière que son méridien soit aligné sur une méridienne (156, 217), & en plein soleil; il y aura la moitié du globe qui sera lumineuse, & la moitié sera dans l'obscurité; si les points de l'équateur où se joignent l'hémisphère obscur & l'hémisphère éclairé tombent dans l'horizon même, c'est une preuve qu'il est midi; s'ils en sont à 15 degrés le long de l'équateur, c'est une preuve qu'il est une heure; à 30° , il est deux heures, & ainsi de suite; je

suppose que le soleil est à l'occident, c'est-à-dire, que la partie éclairée s'éloigne du point de l'équateur, qui est à l'orient; autrement c'est 11 heures du matin, 10 heures, &c.

196. *Trouver l'heure de la culmination ou du passage d'une étoile par le méridien.*

10. On marquera sur le globe le lieu du soleil & celui de l'étoile. 20. On placera le soleil dans le méridien, & l'on mettra sur midi l'aiguille de la rosette. 30. On amenera le lieu de l'étoile sous le méridien, & l'aiguille de la rosette marquera l'heure qu'il est, au moment où l'étoile passe par le méridien.

Si au lieu d'une étoile vous amenez sous le méridien le point équinoxial, vous aurez ce que les astronomes appellent l'heure du passage de l'équinoxe par le méridien, dont on trouvera une table ci-après (231).

197. On peut obtenir dans cette opération comme dans les suivantes, une exactitude plus grande qu'en y employant la petite rosette; car l'on y distingue à peine un quart-d'heure, tandis que sur un globe de 9 pouces de diamètre, on peut trouver, à 4 minutes près, l'heure du passage au méridien de même que le lever d'une étoile. Pour trouver le passage, on remarquera le point de l'équateur où répond le soleil placé dans le méridien, & ensuite le point de l'équateur où répond l'étoile placée à son tour dans le méridien; on comptera la différence ou l'intervalle de ces deux points de l'équateur, c'est-à-dire la différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile, & l'on aura un nombre de degrés, qui, converti en temps, à raison de 4 minutes de temps pour chaque degré, ou d'une heure pour 15°, donnera l'heure qu'il est, si c'est après midi: ou bien l'on aura ce qu'il s'en faut pour aller à midi, si l'étoile passe le matin, c'est-à-dire, si l'on voit que le soleil passe au méridien après l'étoile, en faisant tourner le globe toujours d'orient en occident.

198. Trouver quel jour une étoile se leve à une certaine heure.

Ayant placé le pôle à la hauteur du lieu, & l'étoile dans l'horizon oriental, on mettra l'aiguille sur l'heure donnée, vers l'orient si c'est une des heures du matin ; ensuite faisant tourner le globe jusqu'à ce que l'aiguille arrive sur le midi ou sur XII^h au haut de la rosette, on verra quel est le lieu de l'écliptique situé dans le méridien ; l'on saura quel jour le soleil est dans ce point de l'écliptique ; ce sera le jour où l'étoile devra se lever à l'heure donnée. Par exemple, si l'on suppose que *Sirius* se leve à 7 heures du soir à Paris, on trouvera le soleil à 11° du capricorne, ce qui répond au premier de janvier ; c'est le jour où *Sirius* se leve à 7 heures du soir à Paris.

199. Par la même raison, sachant quel est le lieu du soleil pour un jour donné, l'on trouvera quelle heure il est quand le soleil se leve : ayant placé le style ou l'aiguille sur midi quand le lieu du soleil étoit au méridien, on conduira l'étoile à l'horizon du côté de l'orient, & l'aiguille marquera l'heure qu'il est.

200. Le lever & le coucher des étoiles ou des planetes se trouveroit aussi sur le globe sans le secours de la rosette, en conduisant d'abord le lieu du soleil sous le méridien, & ensuite le lieu de l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, ou du côté de l'occident, pour voir quel est le point de l'équateur qui passe alors au méridien.

EXEMPLE. Le 13 octobre 1764, on veut trouver, par le moyen du globe, & plus exactement que par la rosette, à quelle heure Saturne doit passer au méridien, & à quelle heure il doit se coucher : on marquera sur le globe le lieu du soleil, qui est à 20° de la balance, après l'équinoxe d'automne ; & conduisant le soleil sous le méridien, on marquera le lieu de l'équateur qui y répond. On marquera encore sur le globe le lieu de Saturne, supposé connu par l'observation, par les tables astronomiques, par les éphémérides, ou

par le moyen du livre de la *Connoissance des Temps*, que l'Académie des Sciences publie chaque année depuis 1679 pour l'utilité des astronomes & des navigateurs (a), on aura le lieu de Saturne à 50° de l'équinoxe du printemps, & 10° au sud de l'écliptique; on conduira ce point du ciel sous le méridien, & l'on marquera sur le globe le point de l'équateur qui y répond; la distance de ces deux points de l'équateur, dont l'un appartient au soleil & l'autre à la planète, se trouve de 150° qui valent 10^h , à raison de 15° par heure; & comme Saturne passe alors au méridien avant le soleil, ainsi qu'on le verra en faisant tourner le globe vers l'occident, il s'ensuit qu'il étoit 2^h du matin, lorsque Saturne a passé au méridien, parce qu'il s'en falloit 10^h que le soleil n'y fût arrivé.

Conduisant ensuite Saturne à l'horizon du côté de l'Orient, on marquera le point de l'équateur qui dans ce moment passe au méridien, & l'on verra qu'il est éloigné de celui où répond le soleil, d'environ 100° , celui du soleil étant le plus occidental des deux; ce qui fera voir que l'heure du lever de Saturne est à $6^h 40'$ du soir; car 90° font 6^h , & 10° font $40'$ de temps.

201. Cette pratique est fondée sur ce que les arcs de l'équateur sont la mesure la plus naturelle du temps: quand le soleil est éloigné du méridien de 15° , il est une heure; & quand il est éloigné de 100° , il est $6^h 40'$; parce que le mouvement diurne se faisant uniformément sur l'équateur, il passe régulièrement au méridien à chaque heure, la 24^e partie de la circonférence entière de l'équateur: aussi le TEMPS VRAI, ou l'heure vraie dans le sens précis & exact de l'astronomie, n'est autre chose que l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle de déclinaison qui passe par le soleil, converti en temps à raison de 15° par heure. On verra dans la suite que le plus souvent, à la place de cet arc de l'équateur, on substitue l'angle au pôle mesuré par cet arc, & qu'on appelle ANGLE HORAIRE (366), & cet angle

(a) J'en ai publié 15 volumes, depuis celui de 1760 jusqu'à celui de 1774 inclusivement. J'ai mis sous presse le septième volume des *Ephémérides* de l'Académie, qui s'étend depuis 1775 jusqu'en 1784.

Horloge à la place de l'heure même, c'est-à-dire, qu'au lieu d'une heure on met 15° , au lieu de deux heures 30° , &c.

202. Le mouvement diurne qui s'achève en 24 heures, & par lequel 360° de la sphere traversent le méridien, étant subdivisé en 24 parties; chacune vaut une heure, & répond à 15° ; car 15° font la 24^e partie de 360 ; en continuant de subdiviser, on pourra trouver de même les parties du temps qui répondent aux parties du cercle; 1^{re} vaudra 4' de temps; une minute de degré vaudra quatre secondes de temps. C'est ainsi que l'on trouve les longitudes en mer par le moyen de l'heure qu'il est sur le vaisseau, & de l'heure qu'il est dans le lieu du départ (54) : je suppose qu'on ait une de ces montres marines qui, dans deux mois de navigation, ne varient pas de deux minutes (a); l'ayant mise à l'heure en partant du port, on y voit tous les jours l'heure qu'il est dans ce port; on voit aussi par le soleil l'heure qu'il est sur le vaisseau; quand la différence est de 6 heures, on est assuré d'être à 90° du méridien d'où l'on est parti, & où la montre des longitudes a été mise à l'heure.

203. Les étoiles circompolaires dans leur révolution diurne, se rencontrent souvent dans le même vertical; c'est un problème d'une application utile, que de trouver à quelle heure elles doivent ainsi se trouver l'une au dessous de l'autre: car en observant leur passage on a une manière de trouver l'heure qu'il est: ce problème a même lieu pour d'autres étoiles remarquables, quoiqu'assez éloignées du pôle, telles qu'*Arcturus* & *l'Épi de la Vierge*. Pour trouver l'heure où arrive ce passage, on place le globe à la hauteur du pôle; on le tourne sur son axe jusqu'à ce que les deux étoiles proposées soient dans le vertical mobile dont je suppose que le globe est accompagné, & l'on voit par l'aiguille de la rose, l'heure cherchée, en supposant toujours qu'elle ait été mise sur midi lorsque le lieu du soleil étoit dans le méridien.

(a) M. Harrison en Angleterre, M. Bernhoud & M. le Roy en France, ont déjà fait de ces montres, qui ont été éprouvées en mer avec le plus grand succès, & qui donnent la longitude du vaisseau à un demi-degré près au bout de deux mois de navigation.

204. Si l'on veut opérer plus exactement, on mettra le lieu du soleil dans le méridien, & l'on examinera sur l'équateur quelle est son ascension droite; on placera les deux étoiles dans le même vertical, & l'on remarquera l'ascension droite du milieu du ciel ou du point de l'équateur qui se trouvera dans le méridien, la différence des deux ascensions droites, converties en temps à raison d'une heure pour 15 degrés, & de 4 minutes pour chaque degré, donnera l'heure cherchée. C'est ainsi qu'on peut construire une figure telle qu'on l'a vue long temps pour Paris dans la connoissance des temps, qui sert à connoître l'heure qu'il est. On voit les principales étoiles circompolaires, & la quantité qu'il faut ajouter pour chaque étoile au passage de l'équinoxe, afin d'avoir l'heure qu'il est au moment où l'on voit l'étoile répondre perpendiculairement au dessous de l'étoile polaire; par exemple la dernière étoile de la queue de la grande ourse marque n dans la figure 1^{re}, étant au dessous de l'étoile polaire, il y a $1^h 33'$ que l'équinoxe a passé par le méridien (196).

205. *Trouver quel jour une étoile cessera de paroître le soir, après le coucher du soleil. C'est le jour de son coucher héliaque.*

Les anciens avoient déjà remarqué qu'une étoile de la première grandeur, telle que *Sirius* ou le *Grand Chien*, peut s'appercevoir du côté du couchant, pourvu que le soleil soit à 10 ou 12 degrés au dessous de l'horizon; on mettra donc l'étoile à l'horizon du côté du couchant, & l'on examinera quel est le point de l'écliptique situé verticalement à 100 sous l'horizon. Ce point de l'écliptique étant connu, l'on trouvera le jour où le soleil y étoit (79), & ce sera le jour du coucher héliaque ou de la disparition de l'étoile; le soleil étant plus près d'elle le lendemain, elle devra se trouver enveloppée dans la lumière du crépuscule, & dans les rayons du soleil, & l'on cessera de l'appercevoir.

206. Supposons que l'on cherche le coucher héliaque de *Sirius* sous la latitude de Paris en 1750; on placera le globe à 49° de hauteur, on mettra cette étoile à l'horizon du côté du couchant, on avancera le quart-de-cercle mobile jusqu'à ce qu'il coupe l'écliptique à 10° au dessous de l'horizon, le point de l'écliptique abaissé de 10 degrés, ou celui que touchera le 10^e degré du vertical, se trouvera être le 19^e degré du taureau; c'est le degré qu'occupe le soleil le 5 de mai; on saura donc que le coucher héliaque de *Sirius* arrive le 5 de mai à Paris.

207. On trouvera de même quel jour l'étoile reparoîtra le matin avant le lever du soleil, c'est-à-dire, son lever héliaque. Pour cela il faut mettre l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, & voir quel est le point de l'écliptique situé à 10° au dessous de l'horizon le long du vertical; le jour où le soleil se trouvera dans ce point de l'écliptique sera le jour du lever héliaque de l'étoile. L'on faisoit autrefois un grand usage de ces sortes de phénomènes; mais le globe seul peut suffire dans bien des cas, sur-tout quand il ne s'agit que d'entendre les anciens auteurs; on peut par cette simple opération, éclaircir des passages qui seroient difficiles à entendre sans le secours du globe.

208. L'année cynique des Egyptiens commençoit au lever héliaque de *Sirius*; mais pour ce qui est de leur année civile qui étoit continuellement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturelle, & tous les quatre ans le lever héliaque de *Sirius* devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile. Après un espace de 1460 ans que Censorinus appelle la grande année des Egyptiens, l'année naturelle se trouvoit commencer au même point de l'année civile; ainsi l'an 1322 avant J. C. & l'an 138 après J. C. le lever de *Sirius* se trouva arriver le premier jour du mois *Thoth*, ou le premier jour de l'année civile, qui répondoit au 20 juillet; c'est cette période *caniculaire* ou *sothiaque* de 1460 ans dont on trouve des vestiges dans quelques anciens Auteurs.

Au lieu de 1460 années, ce n'étoit réellement que 1415

années Égyptiennes ; mais les Anciens n'avoient pas sur ces objets une aussi grande précision.

209. Lorsqu'on calcule le lever de Sirius pour l'année 138, où commence la période sothiaque, on trouve la longitude du soleil $3^{\text{e}} 24^{\circ}$ le premier jour où Sirius paroissant à l'horizon le matin, se trouvoit assez dégagé du soleil pour pouvoir être apperçu : c'est la longitude que le soleil a maintenant le 16 de juillet. On trouve cette longitude plus petite de $12^{\circ} \frac{1}{4}$ en remontant 1460 ans plutôt, où au commencement de la période précédente.

210. Quoique le lever héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les anciens, ils distinguoient encore plusieurs autres especes de levers & de couchers (*Gemini elementa*) ; les modernes, à leur imitation, ont distingué le lever *cosmique* qu'on peut appeler le lever du matin ; & le coucher *cosmique* ou coucher du matin, aussi-bien que le lever & le coucher *acroniques*, qui sont le lever & le coucher du soir. Le moment du lever du soleil règle le lever ou le coucher *cosmique* : lorsque les étoiles se levent avec le soleil ou se couchent au soleil levant, on dit qu'elles se levent ou se couchent *cosmiquement* ; mais quand les étoiles se levent ou se couchent le soir au moment où se couche le soleil, on dit que c'est le lever ou le coucher *acronique* ; d'où il suit que le coucher acronique suit à 12 ou 15 jours près le coucher héliaque, du moins pour les étoiles voisines de l'écliptique, & que le lever cosmique précède de quelques jours le lever héliaque.

211. On trouve des exemples de ces sortes de levers dans les Poètes latins, & sur-tout dans les Fastes d'Ovide. Il parle par exemple, du lever héliaque de la constellation du Dauphin à l'époque du 9 de janvier.

*Interea Delphin clarum super aquora sidus
Tollitur & patriis exeret ora vadis. I. 457.*

La constellation du Dauphin se levoit vers les six heures du matin dans cette saison-là, c'est-à-dire, assez long temps

avant le soleil pour pouvoir être observée le matin, & c'étoit à peu près le commencement de son apparition, ou son lever héliaque. Au contraire il place au 10 de juin le lever acronique, en disant :

*Navita puppe sedens, Delphina videbimus inquit
Humida cum pulso nox erit orta die. VI. 470.*

212. Le coucher cosmique paroît indiqué pour le premier avril au matin.

*Dum loquor, elase metuendus acumine caudas
Scorpior, in virides præcipitatur aquas. IV. 163.*

C'est cependant au 15 avril qu'on le trouve par le calcul, au temps de César, pour l'étoile *Antarès* ; mais on trouve dans les Auteurs latins de grandes variétés sur ces sortes de calculs, qu'ils empruntoient souvent de divers siècles & de divers pays.

213. Pour faire sur les planetes les opérations que nous avons faites dans tous les problèmes précédents sur les étoiles fixes, il faut supposer qu'on ait pris dans les Ephémérides ou dans la *Connoissance des Temps* (200) la longitude & la latitude de la planète, & qu'on l'ait marquée sur le globe à la place qui lui convient ; on fera pour lors sur la planète ce que nous avons expliqué pour les étoiles fixes.

Du Globe terrestre artificiel, & de ses usages.

214. LE GLOBE TERRESTRE artificiel, est fait pour représenter la terre, ses villes, ses continents & ses mers. On résout par le moyen de ce globe différents problèmes relatifs à la terre, comme nous en avons résolus pour les astres, dans les articles précédents.

En faisant tourner un globe on amène un lieu quelconque de la terre, comme Paris, sous le méridien universel fixe de cuivre ou de carton, qui environne le globe, & dans lequel passent les pivots de l'axe ; ce méridien est alors celui

de Paris, & il répond à tous les pays qui ont midi ou minuit au même instant que Paris; midi si le soleil est levé, minuit s'il est couché; mais si c'est un pays où le soleil ne se couche point, on peut appeler minuit l'heure du passage par le méridien au dessous du pôle. Il n'y a que les deux pôles même pour lesquels il n'y a ni midi ni minuit, on ne peut y distinguer les heures, mais seulement les mois & les années.

215. Connoissant l'heure qu'il est à Paris, on peut trouver quelle heure il est dans un autre pays quelconque, par le moyen du globe terrestre artificiel; je suppose qu'il soit 9 heures du matin à Paris, je commence par mettre Paris sous le méridien du globe terrestre, & en même temps l'aiguille de la rosette sur 9 heures du matin, c'est-à-dire du côté de l'orient; pour ne pas s'y tromper, il faut avoir soin d'écrire sur la rosette, orient & occident, comme il est écrit sur l'horizon; je fais tourner le globe jusqu'à ce que l'autre ville dont il s'agit, par exemple *Jérusalem*, soit sous le méridien; je regarde alors quelle heure marque l'aiguille de la rosette, & je trouve 11 heures & un quart, ce qui m'apprend qu'il est 11 heures & un quart à Jérusalem lorsqu'il est 9 heures à Paris.

Toutes les villes d'Asie comptent de même plus qu'à Paris, tandis que celles qui sont situées à l'occident, telles que les villes d'Amérique, comptent moins qu'à Paris; ainsi quand il est midi à Paris, il n'est que 5^h 16' du matin à Mexico, c'est-à-dire 6^h 44' de moins qu'à Paris, mais à Pékin il est déjà 7^h 36' du soir.

216. Pour trouver la latitude d'un lieu sur le globe, on le place sous le méridien du globe, & l'on y voit sur ce méridien le degré de latitude cherché. A l'égard de la longitude du lieu, elle est marquée par le point de l'équateur qui se trouve sous le méridien en même temps que ce lieu-là.

217. Quand on connoît la latitude d'un lieu de la terre, il faut placer le globe à la hauteur qui lui convient, c'est-à-dire, élever le pôle au dessus de l'horizon d'un nombre de degrés qui soit égal à la latitude du lieu, par exemple de 49° pour Paris; cela se fait par le moyen des degrés qui sont

marqués sur le méridien , à commencer du pôle jusqu'à l'équateur. Si le pays dont il s'agit est dans l'hémisphère austral , c'est le pôle antarctique ou méridional qu'il faut élever sur l'horizon.

218. On trouve tous les pays de la terre qui ont la même latitude , & par conséquent la même température qu'un lieu donné , tel que Paris , en faisant faire un tour au globe terrestre , & remarquant tous les lieux qui passent successivement sous le point du méridien marqué 49 , qui est la latitude de Paris ; si l'on tient un crayon fixé sur ce point-là , il tracera sur le globe le parallèle de Paris , où sont tous les points que l'on cherche.

219. Pour trouver les pays de la terre qui peuvent avoir le soleil à leur zénith , & connoître les jours où cela doit arriver , on considérera que tous les pays qui ont moins de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude , ont le soleil verticalement deux fois l'année ; quand on a choisi un lieu à volonté , & qu'on a examiné quelle est sa latitude , en le conduisant sous le méridien , on fait tourner le globe , & l'on voit quels sont les deux points de l'écliptique qui passent au même endroit du méridien ; les jours où le soleil est dans l'un de ces points sont ceux où il paroît au zénith à l'instant du midi ; l'un de ces deux jours est avant le solstice d'été , & l'autre après ; la déclinaison du soleil , dans ces deux jours-là , étant égale à la latitude géographique ou terrestre du lieu dont ils'agit.

220. On trouvera de même pour chaque jour de l'année quels sont les pays qui ont le soleil au zénith ; car ayant amené sous le méridien le point de l'écliptique où est le soleil ce jour-là , on y verra sa déclinaison ; & tous les pays qui auront une latitude égale à cette déclinaison , auront le soleil vertical dans le cours de la journée ; tous les points de la terre qui passeront sous le point du méridien auquel le lieu du soleil répondoit en passant par le méridien , satisferont au problème.

221. On trouvera encore pour chaque jour de l'année quels sont les pays où le soleil ne se couche point , c'est-à-dire , où son centre paroît à l'horizon à minuit , en sorte que

ce soit le premier jour où le soleil ne se couche pas dans ce point-là. Pour cet effet, on marquera le point de l'écliptique où est le soleil au jour donné, & la déclinaison de ce point sera le complément à 90° de la latitude des pays cherchés. Par exemple, le 11 mai le soleil a 18° de déclinaison, & les pays qui ont 72° de latitude voient le centre du soleil raser l'horizon. En effet, le soleil étant à 18 degrés de l'équateur, il est à 72° du pôle, c'est-à-dire aussi éloigné du pôle que le pôle l'est de l'horizon; donc à minuit il doit être sous le pôle & dans l'horizon même. Dans tous les jours suivants, il restera sur l'horizon, & ne se couchera plus, puisqu'il s'éloignera de plus en plus de l'équateur jusqu'au premier août, qu'il rasera de nouveau l'horizon de ce lieu-là, en se rapprochant de l'équateur.

222. Par la même raison, le premier jour où le soleil aura une déclinaison australe égale à 18° , ou au complément de latitude boréale des mêmes pays, le soleil ne se levera plus, & ce sera le dernier jour où il paroîtra dans l'horizon. C'est le 13 de novembre que le soleil disparoît, & cela dure jusqu'au 28 janvier suivant, que le centre du soleil recommence à se montrer dans l'horizon à midi, étant parvenu à 18° de déclinaison australe ou méridionale. Nous en avons déjà parlé à l'article des zones glaciales (138).

223. Les pays qui sont dans la zone glaciale depuis $66^\circ \frac{1}{2}$ de latitude jusqu'au pôle, ont le soleil sur l'horizon pendant un nombre de jours qui est plus grand à mesure que la latitude augmente (138). Pour savoir à chaque latitude quel est ce nombre de jours, on élèvera le pôle de la quantité qui convient à cette latitude; on le fera tourner ensuite en tenant un crayon dans l'horizon, au point du nord; ce crayon tracera sur le globe un parallèle à l'équateur, qui coupera l'écliptique en deux points, & y fera deux segments; le plus petit segment indiquera l'arc de l'écliptique décrit par le soleil pendant tout le temps qu'il sera sans se coucher ou sans toucher l'horizon du lieu donné. En effet, les deux points que l'on a marqués sur l'écliptique par cette opération, sont ceux où se trouvoit le soleil quand il passoit précisément à

l'horizon du côté du nord, ou quand sa déclinaison étoit égale au complément de la hauteur du pôle; ainsi dans tous les points de l'écliptique situés à une plus grande déclinaison, il n'y aura point de coucher du soleil pour le lieu proposé: c'est ainsi qu'on peut former la table des climats de mois dont nous avons parlé (134).

224. Si l'on place le crayon dans le point opposé de l'horizon, c'est-à-dire du côté du midi, il tracera un autre parallèle; celui-ci coupant aussi l'écliptique en deux points également éloignés du solstice d'hiver, marquera tout le chemin que le soleil doit faire sans se lever & sans paroître sur l'horizon du lieu proposé; ce nombre de degrés fera connoître le nombre de jours, en consultant la table où les jours du mois sont écrits vis-à-vis des degrés correspondants de l'écliptique; cette table se met ordinairement sur l'horizon des globes, comme nous l'avons déjà remarqué (171).

225. On peut voir un bien plus grand nombre de questions & de problèmes relatifs à la situation des différents pays de la terre, aux heures, aux jours, aux mois, aux saisons, dans la Géographie générale de VARENIUS, (à Paris, chez Vincent) ; ouvrage élémentaire qui fut fait en Hollande vers le milieu du dernier siècle, mais dont on a fait en Angleterre & en France plusieurs éditions différentes. On y trouve avec un long détail, tous les problèmes de la sphère qui regardent le mouvement diurne, le mouvement annuel, & la situation des différents pays. On en trouvera beaucoup aussi dans *l'Usage des Globes* de Bion.

226. Les globes d'une certaine grandeur ont sur leur pied une boussole qui sert à les orienter; mais pour cet effet il faut connoître la déclinaison de l'aiguille aimantée, pour le temps & pour le lieu donné. Cette déclinaison pour Paris est en 1773 de 10° à l'ouest, & depuis deux ans elle paroît constante; mais elle a augmenté jusqu'ici à Paris d'un degré tous les six ans. J'ai donné mon *Exposition du calcul astronomique*, une table de cette déclinaison pour les différents pays de la terre.

227. Sachant donc que la déclinaison de l'aiguille est de

20° à l'occident de la méridienne, il faut tourner le pied du globe jusqu'à ce que l'aiguille tombe sur le 20° degré de la boussole du côté du couchant, alors la ligne principale de la boussole, marquée d'une fleur de lys, & qui doit être parallèle au méridien du globe, se trouvant dirigée exactement du nord au sud, & le globe étant supposé à la hauteur du pôle, il sera orienté comme la sphère : & c'est ainsi qu'il faudroit le placer pour trouver l'heure qu'il est (195).

228. Si l'on veut aussi le disposer comme il convient à une certaine heure, on placera sous le méridien le degré de l'écliptique où est le soleil pour le jour donné, on mettra l'aiguille de la rosette sur midi; on fera tourner le globe jusqu'à ce que cette aiguille soit sur l'heure donnée, & le globe sera disposé convenablement pour y reconnoître quelles sont les étoiles qui sont dans le méridien, ou celles qui se vent & qui se couchent dans le pays où l'on est, celles qu'on peut appercevoir & celles qui sont sous l'horizon,

Des Constellations.

229. Le nombre des étoiles qu'on apperçoit dans une belle nuit est si considérable, qu'on auroit peine à les distinguer & à les reconnoître sans une méthode qui aide la mémoire; c'est pourquoi l'on a divisé le ciel en plusieurs grandes parties ou constellations, telles que la grande ourse & les signes du zodiaque dont nous avons déjà parlé (76).

Plusieurs causes contribuerent dans l'antiquité à faire diviser le ciel en différentes constellations; quelques ressemblances vagues purent y faire imaginer une couronne, un charriot, une croix, un triangle, &c. On eut besoin, pour les reconnoître de faire une division méthodique des différentes parties du ciel. On voulut consacrer la mémoire des personnages célèbres. Enfin l'on crut reconnoître des propriétés, des influences, des rapports; ce furent autant de causes qui occasionnerent la formation des constellations, & qui en déterminèrent les noms.

230. Les Grecs n'avoient formé que 48 constellations, qui comprenoient 1022 étoiles, & il paroît que leurs déno-

minations remontent à environ 1200 ans avant J. C à l'exception peut être des noms des douze signes du zodiaque, qui paroissent avoir une origine égyptienne & peuvent être plus anciens. Les modernes ont ajouté diverses constellations aux anciennes. Les catalogues de Flamsteed & de M. de la Caille rassemblés, contiennent près de cinq mille étoiles. M. de la Caille, après avoir dressé son grand catalogue des étoiles australes en 1751, a formé 14 nouvelles constellations, qui ne sont point dans le catalogue Britannique de Flamsteed. Toutes ces constellations, au nombre de 100, se trouveront dans la Table suivante.

231. Parmi le grand nombre d'étoiles qui composent ces

T A B L E des cent Constellations qu'on représente sur les Globes célestes.

12 Constellations du zodiaque.	Suite des 23 Constellations boréales.	21 Constel. ajout. par Hevelius, le P. Athelme, Halley, &c.	Suite des constellations australes.
Le Bélier.	Le Serpenteaire ou Ophiucus.	La Giraffe, ou Caméléopard.	Le Phénix.
Le Taureau.	Le Serpent.	Le Fleuve du Jourd.	L'ab. ou la Mouche.
Les Gemeaux.	Hercule.	Le Fleuve du Tygre.	Le Triangle austral.
L'Ecrevisse.	L'Aigle.	Le Sceptre & la Fleur de lys.	L'oiseau de Paradis.
Le Lion.	Antinoüs.	La Colombe.	Le Paon.
La Vierge.	La Flèche.	La Licorne ou Monoceros.	Le Toucan.
La Balance.	La Lyre.	La Croix.	L'Hydre mâle.
Le Scorpion.	Le Cygne.		La Dorade.
Le Sagittaire.	Le Dauphin.		Le poisson volant.
Le Capricorne.			Le Caméléon.
Le Verseau.			
Les Poissons.			
23 Constellations boréales des anciens.	15 Constellations australes des Anciens.	Le Sextant d'Uranic.	On y remarque encore le grand Nuage & le petit Nuage.
La grande Ourse.	Orion.	Le Rhomboïde.	12 Constel. austral. de M. de la Caille.
La petite Ourse.	La Baleine.	Les Chiens de chasse.	L'Atelier du Sculpt.
Le Dragon.	L'Eridan.	Le petit Lion.	Le Four de Chym.
Céphée.	Le Lievre.	Le Linx.	L'Horloge astrono.
Cassiopee.	Le grand Chien.	Le Renard.	Le Réticule Rhomb.
Andromede.	Le petit Chien.	L'Oie.	Le Burin du Grav.
Persee.	L'Hydre femelle.	L'Ecu de Sobieski.	Le Chev. du Peintre.
Pégase.	La Coupe.	Le petit Triangle.	La Bouffole.
Le petit Cheval.	Cerbere.	Le Rameau.	La Machine pneum.
Le Triangle boréal.	Le Corbeau.	Le Léopard, stellio.	L'Ours de réflex.
Le Cocher.	Le Centaure.	Le Mont Ménale.	Le Compas.
La Chévre de Bérénice.	Le Loup.	Le Cœur de Char. II.	L'équerre & la regle.
Le Bouvier.	L'Aurel.	Le Chêne de Ch. II.	Le Téléscope.
La Couronne boréal.	Le poisson austral.	14 Constel. austral. de Theodori, Bayer.	Le Microscope.
	La Navire.	L'Indien.	La Mont. de la Table.
	La Couronne australe.	La Grue.	

100 constellations, on distingue plusieurs grandeurs, première, seconde, troisième, quatrième, cinquième, sixième, septième; mais les étoiles de septième grandeur ne s'apperçoivent pas sans le secours des lunettes d'approche.

On compte ordinairement quinze étoiles de la première grandeur, *Sirius* ou la gueule du grand chien, l'épaule d'*Orion*, le pied d'*Orion* ou *Rigel*, l'œil du taureau *Aldebaran*, la Chevre, la Lyre, *Arcturus*, le cœur du Scorpion ou *Antarès*, l'Epi de la Vierge, le cœur du Lion ou *Regulus*, *Procyon*, *Fomahant*; & deux que nous ne voyons jamais en Europe, *Canopus* & *Acharnar*. Il y a des astronomes qui mettent au même rang le cœur de l'Hydre, la queue du Lion & la queue du Cygne.

232. Pour apprendre à connoître les différentes constellations par leurs figures, leurs situations & leurs noms, le plus simple est d'employer un globe ou des cartes célestes, comme celles de Flamsteed, de Senex, d'Hevelius, du P. Pardies, ou les deux grands hémisphères de M. Robert de Vaugondi; mais voici une Table qui facilitera la connoissance des plus belles étoiles en montrant l'heure où elles passent au méridien le premier jour de chaque mois, & leur hauteur pour Paris.

La dernière colonne de cette table contient l'heure du passage de l'équinoxe au méridien (a), à laquelle on ajoute l'ascension droite d'une étoile quelconque, ou sa distance au point équinoxial, convertie en temps, pour avoir l'heure de son passage au méridien (365). La hauteur méridienne de chaque étoile se trouve en tête de la colonne, & au dessous du nom de l'étoile.

233. EXEMPLE. Le premier octobre je veux connoître dans le ciel l'étoile appelée *Sirius*, ou le grand Chien; je vois dans la table suivante qu'elle passe au méridien le premier octobre à 18^h 2', c'est-à-dire le 2 octobre à 6^h 2' du matin, & que sa hauteur méridienne pour Paris est de 24°.

(a) Je n'entends pas sous ce terme le vrai moment du passage, mais la quantité dont l'équinoxe est éloigné du méridien à midi, convertie en temps, à raison de 15° par heure, ou le complément de l'ascension droite du soleil; mais à l'égard des étoiles, c'est le véritable moment de leur passage que j'ai voulu calculer (365).

HEURES DU PASSAGE AU MÉRIDIEN des principales Etoiles pour le premier jour de chaque mois, avec leur hauteur méridienne pour Paris.

MOIS.	Aldébaran.	La Chèvre.	α d'Orion.	Sirius.	Procyon.	Regulus.
	Hauteur.	Hauteur.	Hauteur.	Hauteur.	Hauteur.	Hauteur.
	57 ^d 12'	86 ^d 54'	39 ^d 46'	25 ^d 45'	47 ^d 3'	54 ^d 15'
JANV.	9 ^h 3'	10 ^h 9'	10 ^h 34'	11 ^h 44'	12 ^h 36'	15 ^h 4'
FÉVR.	7 20	7 57	8 22	9 32	10 25	12 53
MARS.	5 32	6 9	6 34	7 44	8 36	11 4
AVRIL.	3 39	4 16	4 41	5 51	6 43	9 11
MAI.	1 48	2 25	2 50	4 0	4 52	7 20
JUIN.	23 41	0 22	0 47	1 57	2 50	5 18
JUIL.	41 37	22 14	22 39	23 49	0 46	3 14
AOUT.	19 33	20 10	20 35	21 45	22 37	1 10
SEPT.	17 37	18 15	18 39	9 50	20 43	23 10
OCTOB.	15 50	16 27	16 51	18 2	18 54	21 22
NOV.	13 54	14 30	14 55	16 5	16 58	19 26
DÉC.	11 50	12 27	12 51	14 2	14 54	17 22

	L'Epi.	Arcturus.	Antarès.	La Lyre.	Fomalhaut	Passage de l'équi- noxe au méridien.
	Hauteur.	Hauteur.	Hauteur.	Hauteur.	Hauteur.	
	31 ^d 13'	61 ^d 34'	15 ^d 16'	79 ^d 45'	10 ^d 22'	
JANV.	18 ^h 21'	19 ^h 13'	21 ^h 23'	23 ^h 36'	3 ^h 55'	5 ^h 11'
FÉVR.	16 9	17 1	19 11	21 24	1 43	2 59
MARS.	14 21	15 13	17 23	19 36	23 51	1 10
AVRIL.	12 28	13 20	15 30	17 43	21 58	23 17
MAI.	10 37	11 29	13 39	15 52	20 7	21 25
JUIN.	8 34	9 26	11 36	13 50	18 5	19 23
JUILL.	6 30	7 22	9 32	11 46	16 1	17 18
AOUT.	4 26	5 18	7 28	9 41	13 56	15 14
SEPT.	2 30	3 22	5 32	7 46	12 1	13 18
OCTOB.	0 42	1 34	3 44	5 58	10 13	11 30
NOV.	22 43	23 34	1 48	4 2	8 17	9 33
DÉC.	20 38	21 30	23 40	1 58	6 13	7 29

45'; je place un quart-de-cercle dans le plan du méridien à 6^h 2' du matin, & je le mets à la hauteur de 24° $\frac{3}{4}$; j'aperçois à l'instant que ce quart-de-cercle est dirigé vers une belle étoile, & je reconnois que c'est-là Sirius.

J'ai choisi une année moyenne entre deux bissextiles, en sorte qu'il ne peut pas y avoir deux minutes de différence entre l'observation & la table, même en différentes années. Cette table servira de même à trouver l'heure qu'il est quand on aura appris à connoître les étoiles, & qu'on satura de quel côté est le méridien.

Les hauteurs que j'ai marquées au dessus du nom de chaque étoile, diminuent quand on avance vers le nord, & augmentent si l'on s'éloigne vers le midi; ainsi chacun peut les réduire à la latitude du lieu qu'il habite par l'addition ou la soustraction de la différence entre cette latitude & celle de Paris, quarante-huit degrés, cinquante minutes. Ainsi à Marseille, où il y a quarante trois degrés dix-huit minutes de latitude, c'est-à-dire, cinq degrés de moins qu'à Paris, la hauteur d'Aldébaran, au lieu d'être de 57 degrés 12 minutes, devient 62 degrés 44 minutes.

234. Il faut observer que les temps marqués dans la table précédente, sont des temps comptés astronomiquement, c'est-à-dire, d'un midi à l'autre pendant 24 heures; ainsi quand on voit dans la première colonne que l'étoile *Aldébaran* passe au méridien le premier juin à 23^h 41', cela veut dire dans l'usage ordinaire, le 2 juin à 11^h 41' du matin, parce que le premier de juin ne commence qu'à midi de ce jour-là, suivant les astronomes, & il ne finit, suivant eux, qu'à midi du lendemain, lorsque dans la société il y a déjà 12 heures que l'on compte le 2 de juin, temps civil.

235. Cette méthode pour reconnoître les étoiles de la première grandeur, pourroit s'appliquer à toutes les autres; mais elle est longue, & exige peut-être trop d'assujettissement, sur tout en hiver. J'ai donc cru devoir indiquer ici quelques alignements propres à faire reconnoître les principales constellations; ce sera un petit secours offert à la curiosité de ceux qui sont dépourvus de globes, de planisphères & d'ins-

truments. On doit être d'abord prévenu que ces alignements ne sauroient avoir une exactitude & une précision bien rigoureuse; mais quand il ne s'agit que de reconnoître la forme d'une constellation, il suffit que les alignements indiquent à peu près le lieu où elle est, pour qu'on ne prenne jamais une constellation pour l'autre.

Méthode des Alignements.

236. Je suppose que dans une soirée d'hiver, au mois de janvier ou de février, on soit dans un lieu dégagé vers les 7 ou 8 heures du soir, on verra du côté du midi, du moins en Europe, la grande constellation d'ORION; elle est formée de 3 étoiles de la seconde grandeur, qui sont fort près l'une de l'autre, sur une ligne droite, & dans le milieu d'un très-grand quadrilatère; on en voit la forme dans la figure 19, & sans avoir vu cette figure, il est impossible de méconnoître cette constellation après les caractères que je viens d'indiquer.

237. Ces trois étoiles, qu'on appelle le *Baudrier d'Orion*, vulgairement les *trois Rois* ou le *Râteau*, indiquent par leur direction d'un côté *Sirius*, & de l'autre les *Pléiades*. *Sirius*, la plus belle étoile du ciel, se fait remarquer par sa scintillation & son éclat; elle est du côté de l'orient ou du sud-est, par rapport à Orion.

238. Les *Pléiades* sont du côté de l'occident en tirant vers le nord; c'est un groupe d'étoiles qui se distingue facilement; il est d'ailleurs sur le prolongement de la ligne menée de *Sirius* par le milieu des étoiles du baudrier d'Orion; & la direction de ces trois étoiles du baudrier, qui tend presque vers les *Pléiades*, ou un peu plus au midi, les fera connoître aisément; elles sont sur le dos du Taureau.

239. ALDEBARAN, ou *Palilicium*, qui forme l'œil du Taureau, est une étoile de la première grandeur, située fort près des *Pléiades*, sur la ligne menée de l'épaule occidentale d'Orion aux *Pléiades* (a). PROCYON ou le petit

(a) Tous les astronomes se servent de lettres grecques pour désigner les étoiles, d'après les cartes célestes ou l'*Uranométrie* de Bayer, publiée en 1603.

Chien, est une étoile de la première grandeur, située au nord de Sirius, & plus orientale qu'Orion; elle fait avec Sirius & le baudrier d'Orion, un triangle presque équilatéral, & cela suffit pour la distinguer.

240. ARCTURUS, qui est la principale étoile du Bouvier, est une étoile de la première grandeur, pour laquelle nous nous servons de la grande Ourse (*fig. 1*), plutôt que d'Orion; elle est presque désignée par la queue de la grande Ourse (ϵ), dont elle n'est éloignée que de 310. Les 2 dernières étoiles de la grande Ourse ζ & η (*fig. 1*), forment une ligne qui va presque se diriger vers Arcturus.

241. LES GÉMEAUX sont deux étoiles de la seconde grandeur, assez proches l'une de l'autre, situées dans le milieu de l'espace qu'il y a entre Orion & la grande Ourse. On les distinguera encore par le moyen d'Orion; car en tirant une ligne de Rigel ou β d'Orion, qui est la plus occidentale & la plus méridionale de son grand quadrilatère, par l'étoile ζ , qui est la troisième ou la plus orientale des trois du baudrier, elle se dirige aussi vers les deux têtes des Gémeaux. Enfin, les deux premières étoiles de la queue de la grande Ourse ζ , ϵ , (*fig. 1*) avec la diagonale du carré menée par δ & β , forme une ligne qui va encore se diriger vers les deux têtes des Gémeaux, après avoir passé sur une des pattes de la grande Ourse.

242. Cette ligne prolongée au delà des têtes des Gémeaux, passe sur les pieds des Gémeaux, qui sont quatre étoiles sur une ligne droite perpendiculaire à la première. Enfin, cette même ligne tirée de la grande Ourse aux Gémeaux, étant prolongée au delà des pieds des Gémeaux, va aboutir à l'épaule orientale d'Orion, c'est-à-dire, à l'étoile α qui est la plus orientale & la plus boréale du grand quadrilatère d'Orion (236).

243. La ligne menée de Rigel par l'épaule occidentale d'Orion γ , va rencontrer vers le nord la corne australe du Taureau ζ , de troisième grandeur, à même distance de γ d'Orion que celle-ci l'est de Rigel, c'est environ 14° . La corne boréale du Taureau β est de seconde grandeur; elle est

est sur la ligne menée par l'épaule orientale α , & par la corne australe ζ , à 8° de celle-ci. L'écliptique passe entre les deux cornes du Taureau.

244. La constellation du LION peut se reconnoître par les deux étoiles précédentes α & β du carré de la grande Ourse (fig. 1) ; car ces deux étoiles qui nous ont servi à trouver l'étoile polaire du côté du nord (6), indiquent par leur alignement le Lion du côté du midi à 4° de la grande Ourse. Le Lion est un grand trapeze, où l'on remarque sur-tout une étoile de la première grandeur, appelée *Régulus* ou le cœur du Lion.

245. Le cœur du Lion est sur la ligne menée de Rigel par Procyon, mais à 37° de celui-ci ; ainsi l'on a une seconde manière de le reconnoître. La queue du Lion β est une étoile de la seconde grandeur, située un peu au midi de la ligne qui va de Régulus à Arcturus : elle est à 15° de Régulus vers l'orient.

246. Le CANCER ou l'Ecrévisse, est une constellation formée de petites étoiles qui sont difficiles à distinguer. La nébuleuse du Cancer est un amas d'étoiles, moins sensible que celui des Pléiades ; on le rencontre à peu près en allant du milieu des Gémeaux au cœur du Lion, ou de Procyon à la queue de la grande Ourse.

247. Au midi des trois étoiles du baudrier d'Orion, on voit une traînée d'étoiles qui forme ce qu'on appelle l'épée, & la nébuleuse d'Orion (296) : la direction de ces étoiles prolongée sur l'étoile ϵ , au milieu du Baudrier, va passer sur la corne australe ζ du Taureau, & ensuite sur le milieu de la constellation du COCHER : c'est un grand pentagone irrégulier, dont la partie la plus septentrionale a une étoile de la première grandeur, appelée la CHEVRE. On rencontre aussi la Chevre par le moyen d'une ligne menée sur les deux étoiles δ & α , les plus boréales du carré de la grande Ourse.

248. Le BÉLIER, la première des douze constellations de zodiaque, est formée principalement de deux étoiles de troisième grandeur, assez voisines l'une de l'autre, dont la plus

occidentale ϵ est accompagnée d'une plus petite étoile de 4^e grandeur, appelée γ , ou la *première étoile du Bélier*, parce qu'elle étoit autrefois la plus près du point équinoxial; on reconnoît cette constellation par une ligne menée de *Procyon* à *Aldébaran*, qui va se diriger vers le Bélier, 36° plus loin qu'Aldébaran.

249. La Ceinture de PERSÉE est composée de trois étoiles, dont une de la seconde grandeur, passe à peu près au zénith de Paris. Elles forment comme un arc courbé vers la grande Ourse; la ligne tirée de l'étoile polaire aux Pléiades, passe sur la ceinture de Persée, & suffit pour la reconnoître, mais on y peut encore employer un autre alignement, celui des Gémeaux & de la Chèvre, dont la ligne se dirige vers la ceinture de Persée. La ligne menée du baudrier d'Orion par Aldébaran, va sur la tête de Méduse β , que Persée tient dans sa main.

250. Le CYGNE est une constellation fort remarquable, où il y a une étoile de la seconde grandeur; cette constellation a la forme d'une grande croix; la ligne menée des Gémeaux à l'étoile polaire, va rencontrer le Cygne de l'autre côté, & à pareille distance de l'étoile polaire. Cette remarque ne sert que dans les temps de l'année où on les voit en même temps sur l'horizon. Nous donnerons ci-après un autre alignement pour le Cygne (256).

251. Le carré de PÉGASE est formé par quatre étoiles de seconde grandeur, la plus boréale des quatre de ce carré forme la *tête d'Andromède*: la ligne tirée des deux précédentes de la grande Ourse β & α , par l'étoile polaire, va passer au delà du pôle, sur le milieu du carré de Pégase. La ligne menée du baudrier d'Orion par le Bélier, va sur la tête d'Andromède; la ligne menée des Pléiades par le Bélier, va sur l'aile de Pégase γ , ou *Algénib*, qui est une des quatre du carré; les deux autres sont à l'occident; la plus boréale des deux occidentales est β , *Scheat*; la plus méridionale, α ou *Markab*.

252. CASSIOPÉE est une constellation directement opposée à la grande Ourse par rapport à l'étoile polaire, en sorte

que la ligne ou le cercle qui va du milieu de la grande Ourse ou de l'étoile ϵ , par l'étoile polaire, va passer au milieu de Cassiopée de l'autre côté du pôle. Cette constellation est formée de six à sept étoiles en forme d'un γ , ou, si l'on veut, d'une chaise renversée; cette forme est assez équivoque, mais les étoiles de Cassiopée se font suffisamment remarquer, plusieurs étant de la seconde grandeur.

253. Céphée est une constellation comprise entre l'étoile polaire, Cassiopée & le Cygne. La ligne menée de l'étoile polaire à la queue du Cygne α , passe près des étoiles β & α de Céphée, l'une sur le ventre & l'autre sur l'épaule en les laissant toutes deux un peu du côté de Cassiopée. Avant que d'arriver à β , on laisse plus loin du même côté l'étoile γ , qui est sur la ligne menée des Gardes de la petite Ourse par le milieu de Cassiopée.

254. LA PETITE OURSE a presque la même figure que la grande Ourse, & lui est parallèle, mais dans une situation renversée. L'étoile polaire (6), qui est de la troisième grandeur, fait l'extrémité de la queue; les quatre étoiles suivantes sont fort petites, n'étant que de la quatrième grandeur, mais les deux dernières du carré sont encore de troisième grandeur; on les appelle les *Gardes* de la petite Ourse; elles sont sur la ligne menée par le centre du carré de la grande Ourse, perpendiculairement à ses deux grands côtés.

255. LE DRAGON a une partie entre la Lyre & la petite Ourse, où les quatre étoiles de sa tête font un losange assez visible: sa queue est entre l'étoile polaire & le carré de la grande Ourse. La ligne menée par les deux Gardes de la petite Ourse β & γ , va se diriger vers l'étoile η du Dragon (qui est marquée par erreur ϵ dans le planisphère de Senex). Cette étoile est entre δ , plus méridionale, & ζ plus boréale, sur une même ligne qui se dirige presque vers le pôle de l'écliptique (281), & un peu plus loin vers δ & ϵ du Dragon, pour aller traverser ensuite la constellation de Céphée, entre β & α .

256. L'une des diagonales du carré de Pégase se dirige au nord-ouest vers la queue du Cygne α ; l'autre diagonale

du carré de Pégase se dirige au nord-est vers la ceinture de Persée ; elle passe d'abord vers l'étoile β de la ceinture d'ANDROMÈDE, & ensuite vers l'étoile γ au pied d'Andromède. Ces deux étoiles β & γ , de seconde grandeur, divisent en trois parties égales l'espace compris entre la tête d'Andromède & la ceinture de Persée : la ligne qui les joint passe entre Cassiopée & le Bélier.

257. LES CONSTELLATIONS qui paroissent le soir en été n'ont pas des caractères aussi marqués que celles d'hiver ; mais on les reconnoît par le moyen des précédentes. Quand le milieu de la queue de la grande Ourse, ou l'étoile ζ , est dans le méridien au dessus de l'étoile polaire, & au plus haut du ciel, ce qui arrive à 9^h du soir à la fin de mai, on voit l'épi de la VIERGE dans le méridien du côté du midi, à 31° de hauteur à Paris ; c'est une étoile de la première grandeur. La diagonale du carré de la grande Ourse menée par α & γ , va marquer aussi à peu près cette étoile par sa direction, quoiqu'elle en soit éloignée de 68°. Enfin, cette étoile fait à peu près un triangle équilatéral avec Arcturus & la queue du Lion, dont elle est éloignée d'environ 33° (244).

258. On voit alors un peu à droite & plus bas que l'épi de la Vierge, un trapeze formé par les 4 principales étoiles du CORBEAU, qui sont aussi sur la ligne menée par la Lyre & l'épi de la Vierge.

259. La ligne menée des dernières étoiles du carré de la grande Ourse δ & γ , par le cœur du Lion, *Regulus*, va rencontrer à 22° plus au midi, le cœur de l'Hydre femelle. Sa tête est au midi de l'Ecrevisse, entre Procyon & *Regulus*, ou un peu plus méridionale. L'Hydre s'étend depuis le petit Chien jusqu'au dessous de l'épi de la Vierge.

260. LA COUPE est située entre l'Hydre & le Corbeau, à l'occident de celui-ci ; le trapeze formé par les quatre principales étoiles de la coupe est assez remarquable.

261. LA LYRE est une étoile de la première grandeur, l'une des plus brillantes de tout le ciel, qui fait presque un triangle rectangle avec Arcturus & l'étoile polaire, l'angle droit étant vers l'orient, à la Lyre.

262. LA COURONNE est une petite constellation, située près d'Arcturus, sur la lignée menée d'Arcturus à la Lyre. On la reconnoît facilement par les sept étoiles en forme de demi-cercle dont elle est composée : il y en a une de la seconde grandeur. Les deux premières étoiles de la queue de la grande Ourse ϵ & ζ , formant une direction qui va rencontrer aussi la Couronne.

263. L'AIGLE contient une belle étoile de la seconde grandeur, qui au midi de la Lyre & du Cygne ; on la distingue facilement, parce qu'elle est entre deux autres étoiles β & γ , de troisième grandeur, qui forment une ligne droite avec la belle étoile, & qui en sont fort proches.

264. ANTINOUX est une petite constellation située au dessous de l'Aigle.

265. La ligne ou le grand cercle qui passe par Régulus & l'épi de la Vierge, (c'est à peu près l'écliptique) va rencontrer plus à l'orient la constellation du SCORPION, qui est fort remarquable ; elle est composée de trois étoiles au front du Scorpion, dont une est de la seconde grandeur, qui forment un grand arc du nord au sud, & d'une étoile plus orientale, qui est comme le centre de l'arc ; cette étoile est de la première grandeur, & s'appelle ANTIARÈS ou le cœur du Scorpion. Les étoiles du front, en commençant par le nord, sont β , δ , π , ρ .

266. LA BALANCE contient deux étoiles de la seconde grandeur, qui en forment les deux bassins ; la ligne de ces deux étoiles est à peu près perpendiculaire sur le milieu de celle qui est menée depuis Arcturus jusqu'au front du Scorpion, c'est-à-dire qu'elles sont placées dans le milieu de l'intervalle, quoiqu'un peu à l'occident de cette ligne. Le bassin austral est entre l'épi de la Vierge & Antarès, toutes trois étant fort près de l'écliptique ; il y a $21^\circ \frac{1}{4}$ entre l'épi & le bassin austral, & $24^\circ \frac{2}{3}$ entre celle-ci & Antarès.

267. LE SAGITTAIRE est une constellation qui suit le Scorpion, c'est-à-dire, qui est un peu à l'orient ; elle est sur la direction de l'épi de la Vierge & d'Antarès, qui suit à

peu près l'écliptique. Le Sagittaire contient plusieurs étoiles de troisième grandeur, qui forment un grand trapeze, & deux étoiles du trapeze en forment un plus petit, avec deux autres étoiles; mais ce second trapeze est dans un sens perpendiculaire au premier.

268. Cette constellation est aussi marquée par une ligne menée depuis le milieu du Cygne sur le milieu de l'Aigle, car le Sagittaire est environ 35° au midi de l'Aigle, comme le Cygne est au nord de l'Aigle. Le Sagittaire est encore indiqué par la diagonale du carré de Pégase, menée de la tête d'Andromède par α de Pégase, & prolongée du côté du midi; c'est cette diagonale, qui, prolongée du côté du nord, indiquoit la ceinture de Persée (256).

269. Le cercle mené depuis Antarès jusqu'à l'étoile polaire, traverse d'abord la constellation d'OPHIUCUS ou du Serpentaire, & plus haut rencontre celle d'HERCULE. Ces deux constellations étant un peu difficiles à débrouiller, je vais les suivre avec quelque détail. La ligne menée depuis Antarès jusqu'à la Lyre, passe entre les deux têtes d'Hercule & d'Ophiucus, qui sont deux étoiles de seconde grandeur, fort proche l'une de l'autre, dont la ligne se dirige vers la Couronne. La plus méridionale & la plus orientale des deux est la tête d'Ophiucus.

270. La ligne menée par ces deux têtes va rencontrer γ d'Hercule 13° plus loin, & l'étoile β d'Hercule est à 3° au nord-est de γ . La ligne menée de γ à β d'Hercule, va rencontrer ϵ d'Hercule vers le nord, & α du Serpent vers le midi, ou plutôt vers le sud-ouest; celle-ci forme aussi un triangle équilatéral avec la tête d'Hercule & la Couronne. La ligne tirée de la tête d'Ophiucus au bassin austral de la Balance, passe sur les étoiles ϵ & δ , l'une de la quatrième grandeur, l'autre de la troisième, qui sont à $1^{\circ} \frac{1}{3}$ l'une de l'autre, sur une direction perpendiculaire au milieu de cette ligne; l'étoile δ est la plus septentrionale & la plus occidentale. Ces étoiles se dirigent au sud-est vers ζ au genou occidental d'Hercule, qui est à $7^{\circ} \frac{1}{2}$ de ϵ , & presque vers η au genou oriental, qui est $9^{\circ} \frac{1}{2}$ plus loin que ζ , du côté du nord.

ouest. Ces étoiles δ & ϵ se dirigent un peu au dessous de α du Serpent ; le groupe de ces deux étoiles δ & ϵ d'Ophiucus, fait à peu près un triangle équilatéral avec β de la Balance ou le bassin boréal, & α du Serpent. Près de celle-ci est δ du Serpent, $4^{\circ} \frac{1}{2}$ au nord-ouest, & ϵ qui est 2° au sud-est. La direction de ces trois étoiles indique encore δ & ϵ d'Ophiucus, qui sont à 10° de ϵ du Serpent.

271. Les étoiles β & γ , sur l'épaule orientale d'Ophiucus, sont sur la ligne menée de la tête d'Hercule à celle du Sagittaire (267), sur le même méridien que la tête d'Ophiucus; β est à 8° , & γ à 10° plus au midi que la tête d'Ophiucus; leur direction passe entre les deux têtes d'Ophiucus & d'Hercule.

272. La ligne menée de la tête d'Hercule à celle d'Ophiucus, se dirige vers θ , extrémité de la queue du Serpent, qui est à 21° de la tête d'Ophiucus, vers l'occident; c'est une étoile changeante (291), que nous désignerons encore ci-après (276).

273. La ligne menée des étoiles les plus orientales de la Couronne, qui regardent la Lyre, jusqu'à α du Serpent, passe sur la tête du Serpent entre γ & β de troisième grandeur: celle-ci est la plus occidentale des deux. Le pied occidental d'Ophiucus est entre Antarès & β , ou la boréale au front du Scorpion. Son pied oriental est entre Antarès & μ , qui est la supérieure & l'occidentale, ou précédente de l'arc du Sagittaire: ses deux pieds sont sur l'écliptique même.

274. Le CAPRICORNE est marqué par le prolongement de la ligne qui passe par la Lyre & l'Aigle; il y a deux étoiles de troisième grandeur α & β , à deux degrés l'une de l'autre, placées sur le prolongement de cette ligne, qui marquent la tête du Capricorne; & à 20° de là, du côté de l'orient, deux autres étoiles γ & δ , situées de l'orient à l'occident à 2° l'une de l'autre, marquent la queue du Capricorne.

275. FOMAHANT, ou la bouche du Poisson austral, étoile de la première grandeur, est indiquée par la ligne menée

de l'Aigle à la queue du Capricorne, & prolongée 20° au delà. Tycho l'appelle *Fomahant*. M. Hyde *Pham-Al-Hut*. Flamsteed l'appelle *Fomalhaut*.

276. Le DAUPHIN est une petite constellation située environ 15° à l'orient de l'Aigle, formée par un losange de quatre étoiles de la troisième grandeur. La ligne menée du Dauphin par le milieu des trois étoiles de l'Aigle, perpendiculairement à la ligne que forment ces étoiles, va passer vers θ , extrémité de la queue du Serpent, du côté de l'occident (272).

277. Le VERSEAU est désigné par une ligne menée de la Lyre sur le Dauphin, prolongée vers le midi, à la même distance du Dauphin que le Dauphin de l'Aigle, c'est-à-dire environ à 30° : le Verseau est un peu à l'orient de cette ligne. En allant du Dauphin à Fomahant, on traverse dans toute sa longueur la constellation du Verseau, & l'on passe d'abord entre les deux épaules α & β , qui sont deux étoiles de troisième grandeur, à 10° l'une de l'autre, les plus remarquables de toute cette constellation.

278. La BALEINE est une grande constellation, située au midi du Bélier au dessous de l'espace qui est entre les Pléiades & le carré de Pégase. La ligne menée de la ceinture d'Andromède entre les deux étoiles du Bélier, va passer sur l'étoile α à la mâchoire de la Baleine, qui est une étoile de la seconde grandeur, à 25° des deux cornes du Bélier. La ligne menée de la Ceinture par les Pléiades, va passer aussi vers α de la Baleine. La ligne menée par Aldébaran & la mâchoire de la Baleine, va passer sur la queue β de la Baleine, autre étoile de seconde grandeur, qui est à 42° plus loin, tout près de l'eau du Verseau.

279. Les POISSONS qui forment le douzième signe du zodiaque sont peu remarquables dans le ciel; l'un des poissons est placé le long du côté méridional du carré de Pégase (251), sous α & γ de Pégase; l'autre Poisson est placé à l'orient du carré de Pégase, entre la tête d'Andromède & la tête du Bélier. L'étoile α au nœud du Ven des Poissons, qui est de la troisième grandeur, est située sur la ligne me-

née du pied d'Andromede par la tête du Bélier; & sur celle menée des pieds des Gemeaux par Aldébaran, à 40° à l'occident de celle-ci; elle fait aussi un triangle rectangle avec α de la Baleine & β ou γ du Bélier, au midi de celles-ci; c'est l'étoile la plus remarquable de la constellation des Poissons.

280. Je ne conduirai pas plus loin ce détail des constellations; les autres étant plus petites & moins remarquables, on aura besoin des cartes célestes pour les bien distinguer (232).

281. Après avoir appris à connoître le pôle du monde (5), on doit être curieux de distinguer aussi le pôle de l'écliptique, puisque c'est un des points les plus remarquables dans le ciel. Le pôle boréal de l'écliptique est situé dans la constellation du Dragon, sur la ligne menée par les deux suivantes γ & δ de la grande Ourse; il fait un triangle presque équilatéral avec la Lyre & α du Cigne; il est aussi sur la ligne menée par les deux précédentes du quarré de la grande Ourse & par les gardes de la petite Ourse (254); 3^d au delà de l'étoile ϵ du Dragon, qui est à peu près sur la même ligne que les étoiles θ , η , ζ , ϵ , φ du Dragon, dont la direction s'étend d'Arcturus à Céphée & Cassiopée. L'étoile η est celle vers laquelle se dirigent les Gardes de la petite Ourse. Enfin, le pôle de l'écliptique fait un triangle-rectangle & isoscèle avec l'étoile polaire & β de la petite Ourse, qui est la plus septentrionale des deux dernières de la petite Ourse, l'angle droit est à l'étoile β .

282. Pour se mettre à portée d'estimer en degrés les distances des étoiles, il faut les mesurer sur le globe, on y verra par exemple qu'Arcturus est éloigné de $30^{\circ} 29'$ de la dernière étoile η de la queue de la grande Ourse; les deux extrêmes des 3 étoiles du baudrier d'Orion; sont éloignées de $2^{\circ} \frac{1}{2}$; les deux épaules sont distantes de 7° ; Aldébaran est éloigné de Sirius de 46° ; d'ailleurs j'en ai indiqué plusieurs dans les articles précédents.

Des Etoiles Changeantes & Nébuleuses.

283. L'HISTOIRE fait mention de plusieurs étoiles remarquables & nouvelles qui ont paru, & disparu ensuite totalement; nous en connoissons encore actuellement qui disparaissent de temps à autre, qui augmentent de grandeur & diminuent ensuite sensiblement. Il y en a d'autres qui ont été décrites par les anciens, comme des étoiles remarquables, & qui ne paroissent plus; d'autres enfin, qui paroissent constamment aujourd'hui, quoiqu'elles n'aient pas été décrites par les anciens; mais on peut attribuer une partie de ces différences à leur inattention, ou à l'erreur du catalogue des anciens, qui ne nous a été conservé qu'avec beaucoup de fautes, dans l'Almageste de Ptolomée.

284. Les plus anciens auteurs, tels qu'Homere, Attalus & Géminus, ne comptoient que six Pléiades; Simonide, Varron, Pline, Aratus, Hipparque & Ptolomée dans le texte Grec, les mettent au nombre de sept, & l'on prétendit que la septieme avoit paru avant l'embrasement de Troie; mais cette différence a pu venir de la difficulté de les distinguer, & de les compter à la vue simple.

285. L'histoire raconte plus précisément des apparitions d'étoiles nouvelles, 125 ans avant J. C. au temps d'Hipparque: (*Voyez Pline, l. II, c. 24, 26*); & au temps de l'Empereur Adrien, 130 ans après J. C.

286. Fortunio Liceti, Médecin célèbre, mort à Padoue en 1656, a composé un *Traité de novis Astris*, où l'on peut trouver une ample érudition sur les étoiles nouvelles, dont les anciens ont parlé. Il rapporte, page 259, que Cuspinianus observa une étoile nouvelle l'an 389, près de l'Aigle, qu'elle parut aussi brillante que Vénus pendant trois semaines, & disparut ensuite. Il en cite plusieurs autres de différents siècles.

287. Mais une des plus fameuses de toutes les étoiles nouvelles a été celle de 1572: elle fut remarquée au commencement de novembre, faisant un rhombe parfait avec les

étoiles α , β , γ , de la constellation de Cassiopée. Cette étoile parut dès le commencement fort éclatante, comme si elle se fût formée tout-à-coup avec tout son éclat ; elle surpassoit Sirius, la plus brillante des étoiles, & même Jupiter lorsqu'il est péréigé : on l'appercevoit même pendant le jour. Dès le mois de décembre 1572, elle commença à diminuer jusqu'au mois de mars 1574, qu'on la perdit de vue. Elle n'avoit aucune parallaxe sensible (441) ni aucun mouvement propre apparent ; d'où il est aisé de conclure qu'elle étoit beaucoup plus loin de nous que Saturne, la plus éloignée de toutes les planètes ; sans quoi elle auroit eu une parallaxe annuelle sensible ; elle n'avoit point de chevelure comme les comètes ; mais elle brilloit comme les étoiles fixes.

288. La nouvelle étoile du Serpentaire, qui parut le 10 octobre 1604, fut à peu près aussi brillante que celle de 1572. Képler assure qu'elle n'avoit aucune parallaxe ni aucun mouvement par rapport aux autres étoiles ; d'où il paroît qu'elle étoit aussi beaucoup au dessus de la sphère de Saturne ; car la parallaxe annuelle produite par le mouvement de la terre, l'eût fait varier en apparence de plusieurs degrés, si elle eût été à la distance de Saturne (447).

289. On a observé dans le Cygne trois étoiles changeantes : la plus remarquable des trois est celle qui est appelée α dans Bayer, & dont on observe encore les variations. M. Kirch remarqua en 1686 ces diversités de lumière. Dans la suite, M. Maraldi & M. Cassini ayant observé plusieurs fois cette étoile, trouverent la période de son plus grand éclat de 405 jours. Voici les temps où elle sera la plus brillante d'ici à quelques années ; le 29 avril 1773, 9 juin 1774, 19 juillet 1775, le 27 août 1776, 7 octobre 1777 (*Mém. Acad.* 1759, p. 247). On doit observer que ces retours sont sujets à des inégalités physiques.

290. La deuxième changeante du Cygne est située près de l'étoile γ qui est dans la poitrine. Elle fut découverte par Képler en 1600 ; pendant 19 ans qu'il l'observa, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait si

grande que γ à la poitrine du Cygne , mais plus que celle qui est dans le bec. M. Cassini l'observa de nouveau en 1655 ; Hevelius en 1665 ; en 1677 , 1682 & en 1715 , elle n'étoit que comme une étoile de sixieme grandeur.

191. La troisieme changeante du Cygne fut découverte le 10 juin 1670 par le P. Anthelme , près la tête du Cygne du côté de la fleche ; elle étoit de 3^e grandeur ; mais le 10 août elle n'étoit plus que de 6^e. Il la revit le 17 mars 1671 , & la jugea de 4^e grandeur. M. Cassini y remarqua cette année-là plusieurs variations. Elle n'a pas reparu depuis 1672.

M. Cassini le fils a parlé de plusieurs autres étoiles , ou qui sont perdues , ou qui paroissent changeantes ou nouvelles , telles que des étoiles de Cassiopée , de l'Eridan , de la Baleine , &c. (*Elém. d'Astron. p. 73.*)

192. Il est difficile de se former une idée nette de la cause qui peut faire changer & disparaître les étoiles , ou nous en montrer de nouvelles. Le P. Riccioli croyoit que peut-être il y avoit des étoiles qui n'étoient pas lumineuses dans toute leur étendue , & dont la partie obscure pouvoit se tourner vers nous , plus ou moins par une rotation des étoiles (93.).

M. de Maupertuis , dans son *Discours sur les différ. fig. des astres* , publié à Paris en 1732 , ayant fait voir que le mouvement de rotation d'un astre sur son axe peut produire dans cet astre un applatissement considérable , s'en sert pour expliquer le phénomène des étoiles nouvelles. Si quelqu'une de ces étoiles applaties a autour d'elle quelque grosse planète dans une orbite fort excentrique , & inclinée au plan de l'équateur de l'étoile , l'attraction de la planète , lorsqu'elle approchera de son périhélie , changera l'inclinaison de l'étoile plate , qui par-là nous paroîtra plus ou moins lumineuse. Une étoile que nous n'appercevions point , parce qu'elle nous présentoit le tranchant , peut être visible , quand elle nous présentera une partie de son disque ; c'est ainsi qu'on peut rendre raison du changement de grandeur qu'on a observé dans quelques étoiles , de leurs disparitions , de leurs retours , quoique l'hypothese paroisse d'abord peu vraisemblable.

293. LA VOIE LACTÉE est une blancheur irrégulière qui semble faire le tour du ciel en forme de ceinture. On l'a appelée Cercle de Junon, Chemin de S. Jacques, &c. Démocrite jugea autrefois que la blancheur de cette trace céleste devoit être produite par une multitude d'étoiles trop petites pour être apperçues distinctement; c'étoit le sentiment de Manilius. Si cela est probable, il faut convenir au moins que cela n'est pas démontré; on voit avec les télescopes des étoiles dans toutes les parties du ciel, à peu près comme dans la voie lactée. On trouvera la voie lactée tracée sur mon nouveau globe céleste, plus exactement qu'elle ne l'avoit été jusqu'à présent.

294. De même que la voie lactée forme une blancheur autour du ciel, on trouve aussi dans d'autres parties, où la voie lactée ne s'étend point, de petites blancheurs qui, à la vue simple, ressemblent à des étoiles peu lumineuses, & qui dans le télescope font une blancheur large & irrégulière, dans laquelle on ne trouve point d'étoiles, ou des espaces mêlés de cette blancheur & de petites étoiles; c'est ce qu'on appelle proprement NÉBULEUSES; car il y en a quelques unes qui, dans la lunette, ne paroissent autre chose que des amas de petites étoiles.

295. La première nébuleuse proprement dite qu'on découvrit après l'invention des lunettes d'approche, fut celle d'Andromède, remarquée en 612 par Simon Marius: elle ne paroît à la vue simple que comme un nuage; mais dans la lunette; elle paroissoit formée par trois rayons, blancs, pâles, irréguliers, qui étoient plus clairs en approchant du centre. M. le Gentil dit qu'elle change de forme. (*Mém.* 1759, p. 445, 465). Elle occupe environ un quart de degré. Boulliaud est persuadé qu'elle avoit été vue plus de 600 ans auparavant.

296. La nébuleuse d'Orion est au dessous du Baudrier ou des trois Rois (247). C'est la plus remarquable de toutes les nébuleuses. Cependant M. Huygens fut le premier qui l'observa, par hazard en 1656; elle est d'une figure irrégulière, alongée & courbe; sa blancheur est vive dans la lu-

nette, & l'on n'y distingue cependant que sept petites étoiles dans une clarté pâle, mais uniforme. Il y a encore plusieurs autres nébuleuses : celles du Sagittaire, d'Antinoüs, d'Hercule, du Centaure, d'Andromède, du Serpenteaire, du Sagittaire, &c. M. l'Abbé de la Caille, en travaillant à son catalogue des étoiles australes qu'il a observées au Cap de Bonne-Espérance, en a remarqué 41 dont il a donné la position, & M. Messier en a observé plusieurs dans l'hémisphère boréal.

297. LA LUMIÈRE ZODIACALE que M. de Mairan compare à celle des nébuleuses, est une clarté ou une blancheur souvent assez semblable à celle de la voie lactée. On l'aperçoit après le coucher du soleil, sur-tout au commencement de mars, en forme de pyramide ou de fuseau dont le soleil est la base ; elle a plus de 100° de longueur : il paroît que cette lumière n'est que l'athmosphère du soleil ; elle a une situation semblable à celle de l'équateur solaire (959), & paroît en forme de sphéroïde applati comme l'exige la rotation du soleil (945). Cette lumière zodiacale est amplement décrite dans le *Traité des Aurores boréales* par M. de Mairan, imprimé en 1751 & en 1754.

298. LES AURORES BORÉALES, qui sont le sujet principal de cet ouvrage, sont un phénomène lumineux, ainsi nommé parce qu'il a coutume de paroître du côté du nord ou de la partie boréale du ciel, & que sa lumière, lorsqu'elle est proche de l'horizon, ressemble à celle du point du jour ou à l'aurore.

On voit souvent de ces Aurores boréales dans les pays du nord ; on en observe rarement en Italie. On en vit une fameuse le 19 octobre 1726 à Paris, qui fut suivie de plusieurs autres ; elles portèrent M. de Mairan à rechercher la cause de ces phénomènes, & il pensa l'avoir trouvée dans la lumière zodiacale (297) ou athmosphère du soleil, qui venant à rencontrer les parties supérieures de notre air, y dépose quelques particules lumineuses qui tombent dans l'athmosphère terrestre, à plus ou moins de profondeur, selon que sa pesanteur spécifique est plus ou moins grande.

199. Mais les Aurores boréales me semblent avoir bien plus de rapport avec les phénomènes électriques; elles font varier sensiblement la direction de l'aiguille aimantée; elles électrifient des pointes isolées, placées dans de grands tubes de verre; on assure même avoir entendu dans les Aurores boréales un pétilllement semblable à celui des étincelles électriques. Suivant les rapports qu'on observe entre la matière de l'aimant & celle de l'électricité, je ne serois point étonné que la matière électrique se portât vers le nord, & sortît par les poles de la terre, vers les parties sur-tout où il y a le plus de minéraux; dans ce cas, elle pourroit produire les aurores boréales, qui sont en effet presque continuelles dans les régions septentrionales, comme on le voit dans la *Figure de la terre de MM. de Maupertuis, &c.*

Nous n'avons renfermé dans ce 1^{er} livre que les premiers principes de la sphère & la connoissance la plus simple des constellations & des étoiles fixes; le détail de leurs mouvements, soit réels soit apparents, se trouvera dans le livre VII, à peu près dans l'ordre des temps où l'on s'en est occupé, ou de la difficulté qu'on doit trouver à en suivre les détails.



LIVRE SECOND.

FONDEMENTS DE L'ASTRONOMIE, ET SYSTEMES DU MONDE.

300. **L**ES premiers fondements de l'astronomie sont ceux dont l'application doit être la plus générale, & influer le plus sur tout le reste de cet ouvrage. J'ai renfermé sous ce titre, 1°. la recherche des mouvements du soleil, auquel nous sommes obligés de rapporter tous les autres mouvements; 2°. les positions des étoiles fixes qui servent à connoître exactement celles de tous les autres astres; 3°. la mesure du temps, ses inégalités, & son équation, qui est un préliminaire de tout calcul astronomique; 4°. la manière de trouver l'heure du passage au méridien, du lever & du coucher d'un astre; enfin, j'y ai joint, à mesure que l'occasion s'en est présentée, les problèmes qui sont les plus usités dans l'Astronomie sphérique.

301. Il sembleroit qu'on ne peut lire cette partie sans connoître un peu les regles de la trigonométrie sphérique, ou savoir du moins les employer, c'est-à-dire, faire une règle de trois par le moyen des sinus & des logarithmes; mais on peut avoir une idée assez complete de l'astronomie, sans en exécuter les calculs, & l'on peut encore les exécuter même sans connoître les démonstrations de la trigonométrie sphérique. On les trouvera dans les traités de M. de Parcieux, de M. Mauduit, d'Ozanam, de Rivard, de la Caille & de M. Bézout, comme dans mon grand ouvrage d'astronomie, & après une première lecture des principes de cette science, on pourra s'exercer sur la trigonométrie sphérique pour relire l'astronomie avec plus de fruit, surtout dans le cas où l'on se proposeroit d'approfondir cette science & d'en faire des applications.

301. Il importe seulement de bien remarquer trois choses avant que d'entrer en matière. 1°. Les angles sphériques dans le ciel sont formés par la rencontre de deux grands cercles, & sont mesurés par un autre arc de grand cercle, qui auroit son pôle dans le sommet de l'angle que l'on mesure; ainsi l'angle $\angle V$, (fig. 18) formé par l'équateur VQ , & par l'écliptique VC , est de la même quantité que l'arc CQ décrit à 90° du sommet V ; l'arc est la mesure de l'angle. 2°. Les arcs perpendiculaires à un grand cercle vont tous se rencontrer au pôle de ce cercle. 3°. Dans tout triangle sphérique, dont on connoît trois choses prises à volonté parmi les trois côtés ou les trois angles, on peut toujours trouver les trois autres par les règles de la trigonométrie sphérique. Ces notions suffisent pour entendre ce que nous avons à dire dans ce livre; je n'ai pas voulu embarrasser les commencements de ce traité par un détail ennuyeux de formules & de calculs.

Du mouvement & des inégalités du Soleil.

303. L'OBSERVATEUR qui veut lui seul former un cours d'observations, & suivre les progrès des anciens astronomes dans leurs recherches, doit commencer par déterminer la hauteur du pôle, ou la latitude du lieu où il est (33); il reconnoîtra la direction de l'écliptique ou du cercle que décrit le soleil en un an; enfin il reconnoîtra les points où l'écliptique coupe l'équateur (66), l'angle qu'elle fait avec ce cercle, ou la quantité dont elle s'éloigne de l'équateur dans les points solsticiaux (70); il sera pour lors en état de déterminer le progrès du soleil dans l'écliptique, & les points où il se trouve chaque jour; c'est la première espèce d'observations dont il ait besoin.

Soit EQ (fig. 21) l'équateur, HO l'horizon, ES l'écliptique inclinée en E de $23^\circ \frac{1}{2}$ sur l'équateur; S le soleil à midi au moment qu'il passe par le méridien SAB ; si j'observe (art. 23), de combien de degrés est sa hauteur au dessus de l'horizon, c'est à-dire que je mesure l'arc SB , &

que j'en retranche la hauteur AB de l'équateur, qui est toujours la même, (à Paris de $41^{\circ} 10'$) je reconnoîtrai SA , distance du soleil à l'équateur, quel'on appelle *Déclinaison du soleil* (91); or, dans le triangle sphérique SEA , formé par des arcs de l'équateur, de l'écliptique & du méridien, on connoît l'angle E de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, & le côté opposé SA qui est la déclinaison du soleil, avec l'angle A qui est droit, parce que les méridiens sont nécessairement perpendiculaires à l'équateur (21); on trouvera par le trigonométrie sphérique l'hypothénuse ES , qui est la longitude du soleil, c'est-à-dire, sa distance au point équinoxial E , mesurée le long de l'écliptique.

304. EXEMPLE. Le 22 mars 1752, à l'observatoire royal de Berlin, avec un quart-de-cercle de 5 pieds de rayon, j'observai la hauteur du bord du soleil, & je conclus de mon observation, que la hauteur vraie du centre du soleil étoit de $38^{\circ} 22' 27''$; j'avois déterminé précédemment la hauteur de l'équateur de $37^{\circ} 28' 30''$; celle-ci étant ôtée de celle du soleil, il reste $0^{\circ} 53' 57''$ pour la déclinaison vraie du soleil, & supposant pour l'obliquité de l'écliptique $23^{\circ} 28' 11''$, j'ai fait cette proportion pour résoudre le triangle sphérique ESA : le sinus de $23^{\circ} 28' 11''$, ou de l'angle E , est au sinus de $53' 57''$, qui est le côté AS , comme le sinus total, qui est toujours l'unité, est au sinus de l'hypothénuse ES , ou de la longitude du soleil, qui s'est trouvée par cette proportion être de $2^{\circ} 14' 47''$.

305. Le côté ES trouvé par cette proportion n'est que la distance à l'équinoxe le plus prochain E ; si l'observation avoit été faite au mois de septembre, dans le temps que le soleil se rapproche de l'équateur & que sa déclinaison va en diminuant, le résultat de notre proportion seroit seulement la distance à l'équinoxe d'automne mesurée le long de l'écliptique. Soit $\vee DKCB \hat{= NR}$, fig. 22, l'équateur développé en ligne droite, $\vee H \hat{= } \wp$ l'écliptique dont la première moitié $\vee H \hat{=}$ étant au dessus ou au nord de l'équateur, a une déclinaison boréale, tandis que les six derniers signes $\hat{= } \wp R$ ont une déclinaison australe; si le soleil étoit en \odot

avec une déclinaison BG , la règle précédente auroit fait trouver l'hypothénuse $G \triangle$, & son supplément à six signes, γSHG seroit la longitude du soleil. Si la déclinaison du soleil étoit australe, telle que AF , sa hauteur seroit moindre que la hauteur de l'équateur, du moins dans nos régions septentrionales, il faudroit retrancher la hauteur observée de la hauteur de l'équateur pour avoir la déclinaison; l'hypothénuse trouvée par l'analogie précédente seroit $\triangle A$ distance à l'équinoxe d'automne, & il faudroit y ajouter 180° ou le demi-cercle entier $\gamma H \triangle$ pour avoir la longitude du soleil comptée depuis l'équinoxe du printemps ou depuis le Bélier, c'est-à-dire l'arc $\gamma H \triangle A$.

Enfin, si la déclinaison du soleil étant encore australe étoit comme PQ , entre le solstice d'hiver \mathfrak{P} & l'équinoxe du printemps R , on ne trouveroit par notre règle que l'hypothénuse PR , & il faudroit prendre son complément à 12 signes ou à 360° pour avoir la longitude entière $\gamma SHGAP$ comptée d'occident en orient depuis le point d'où l'on étoit parti pour compter les longitudes.

306. Telle est la méthode dont les anciens astronomes se sont servis pour trouver chaque jour la longitude du soleil, par le moyen de sa hauteur & de sa déclinaison, (Coper-nic, *liv. II. c. 14.*) Les astronomes modernes ont cherché le moyen de supprimer dans cette méthode la nécessité de connoître la hauteur de l'équateur, & par conséquent la déclinaison du soleil: suivant la méthode de Flamsteed suivie par M. de la Caille & par tous les astronomes, on compare le soleil à une étoile E ou L (*fig. 22*) lorsqu'il est dans le même parallèle que l'étoile, ou du moins qu'il en est également éloigné; par ces deux observations faites à 4 ou 5 mois l'une de l'autre, on a ces différences d'ascensions droites BC & CD , c'est-à-dire le mouvement total B dont la moitié BK est le complément de $B \triangle$ ou γD , c'est-à-dire de l'ascension droite du soleil.

C'est ainsi qu'on détermine le lieu du soleil, & par conséquent ses inégalités: connoissant la durée de l'année solaire (80), c'est-à-dire le temps qu'il emploie à décrire 360° ,

il est aisé de trouver combien de degrés de longitude il doit avoir tous les jours de l'année, & de voir si cela est d'accord avec les degrés de la vraie longitude observée de jour à autre. On dut trouver bientôt qu'en effet le soleil étoit quelque fois plus avancé d'environ 2° qu'il n'auroit dû l'être, en suivant cette longitude moyenne, égale ou uniforme, distribuée proportionnellement sur tous les jours de l'année, & que six mois après la longitude vraie étoit au contraire moins avancée, ou plus petite de 2° que la longit. moyenne.

307. Lorsqu'on partage 360° ou $1296000''$ en $365 \frac{1}{4}$ parties, on trouve que le soleil doit faire $59' 8''$ & $\frac{3}{10}$ par jour, ainsi en additionnant cette quantité 365 fois de suite, il est aisé de trouver par chaque jour combien de degrés & de minutes doit avoir la longitude du soleil, en supposant qu'elle croisse régulièrement & d'une manière uniforme, c'est-à-dire, tous les jours d'une même quantité : la longitude ainsi trouvée pour chaque jour, par l'addition successive du mouvement diurne ou de $59' 8''$, s'appellera désormais LONGITUDE MOYENNE.

308. Lorsque les astronomes eurent observé pendant une année de suite, en suivant la méthode précédente (303), le lieu vrai du soleil dans l'écliptique tous les jours à midi, ils virent que cette longitude vraie observée n'étoit pas toujours égale à la longitude moyenne calculée par avance pour chaque jour : la longitude vraie du soleil n'est égale à la longitude moyenne que vers le commencement de janvier & de juillet ; elle est plus grande au mois d'avril d'environ 2° , ou plus exactement $1^{\circ} 55' 31''$, c'est-à-dire, que le premier avril le soleil est réellement au point où il devoit être le 3, ou deux jours après, s'il avoit avancé uniformément dans l'écliptique depuis le premier de janvier, & si sa longitude vraie étoit toujours égale à sa longitude moyenne ; au contraire vers le commencement d'octobre, la longitude vraie est moins avancée de la même quantité que n'est la longitude moyenne : cette inégalité du soleil, ou cette différence s'appelle EQUATION DE L'ORBITE ou *équation du centre*.

309. La première idée que l'on dut avoir de la cause de cette inégalité, fut qu'elle étoit seulement apparente. Le soleil, disoient les premiers Philosophes, doit décrire un cercle, puisque c'est la plus parfaite de toutes les figures, & il doit le décrire uniformément, puisque le mouvement uniforme est le plus parfait de tous; mais si la terre où nous sommes placés, n'est pas le centre de ce cercle, dès-lors les parties du cercle les plus éloignées de nous, paroissent plus petites que les portions les plus voisines, & le mouvement du soleil nous paroît plus lent dans les parties les plus éloignées. Soit E (fig. 23) le centre du cercle $NAPB$ que décrit le soleil chaque année, & F un autre point où la terre soit placée; le soleil étant en N , sera plus éloigné de nous que lorsqu'il sera en P , les espaces qu'il parcourt chaque jour nous paroîtront plus petits, & le soleil sera plus longtemps à parcourir la portion BA que la partie CD , quoique l'une & l'autre nous paroisse être de 90° , étant mesurées par des angles droits BFA , CFD .

Si l'on tire par le centre E les lignes GE , HE , qui fassent aussi des angles droits, on verra bien que le quart de la révolution moyenne s'achève de G en H , quoique le quart de la révolution vraie n'ait lieu que de A en B ; les arcs BH & AG marquent l'inégalité du soleil.

310. Le point N du grand orbe qui est le plus éloigné de la terre, s'appelle APOGÉE (a), & le point opposé P , où il est le plus près de nous, se nomme PÉRIGÉE (b) la quantité EF , ou la distance entre le centre de l'orbite & le point où est supposé l'observateur, s'appelle L'EXCENTRICITÉ DU SOLEIL; la distance du soleil à son apogée s'appelle L'ANOMALIE (c), c'est par exemple l'arc AN lorsque le soleil est en A . Quand nous aurons démontré dans le livre suivant que c'est véritablement la terre qui décrit une orbite semblable autour du soleil, nous appellerons APHÉ-

(a) Ἀπὸ, *longè, procul.*

(b) Περὶ, *propter*; γῆ, *Terra.*

(c) Ἀνῳμαλίας; *inequalis, Anomalie*, signifie proprement en astronomie l'indication ou l'argument de l'inégalité.

112 (a), le point N où la terre fera la plus éloignée du soleil F & PÉRIHELIE le point P qui en fera le plus près.

On donne aussi en général le nom d'APSIDES (b) aux deux points extrêmes N & P d'une orbite lorsqu'on les considère relativement au point F où l'observateur est placé, & autour duquel se fait le mouvement.

311. Ce que nous venons d'expliquer par un cercle excentrique, peut s'expliquer tout de même par un cercle *homocentrique*; c'est-à-dire dont le centre répond au centre même de la terre, chargé d'un épicycle. Soit F (fig. 24), le centre du cercle ABL que le soleil est supposé décrire autour de la terre placée au centre; GHK un petit cercle appelé épicycle, dont le centre B parcourt uniformément la circonférence ABL d'occident en orient, tandis que le soleil lui-même parcourt l'épicycle en sens contraire de G en H , ou d'orient en occident. On suppose que le point G de l'épicycle qu'on appelle l'apogée, parce qu'il est le plus éloigné de la terre, se soit trouvé sur le rayon FA au commencement du mouvement; on prend l'arc GH du même nombre de degrés que l'arc AB , & le point H est le lieu où l'on suppose le soleil, tandis que le point B est le centre de l'épicycle. Si nous prenons ensuite FE parallèle & égale à BH , & que du point E , comme centre, nous décrivions un autre cercle $NHPC$, dont le rayon EH soit égal à FB ou FA ; ce cercle NHC sera précisément la même chose que l'excentrique décrit par le soleil dans l'hypothèse précédente (309), tel que le supposoit Ptolomée; l'angle NEH est le même dans les deux cas, c'est le mouvement vrai & uniforme du soleil égal à l'arc NH , tandis que le mouvement vu du point F , est plus petit, parce que la distance FN du soleil dans l'apogée est plus grande que la distance FP dans le Périgée; l'arc NH décrit sur l'excentrique dans

(a) $\lambda' \pi \delta$, longè, $\pi \epsilon \rho \iota$, propè, $\eta' \lambda \iota \sigma$, sol.

(b) *Apside* vient de $\lambda' \psi \iota$, *curvatura in rotam*, qui signifie aussi une tortue, parce que les Apsides sont les points où l'orbite se replie, pour ainsi dire, en changeant de direction.

la première hypothèse, est le même que l'arc AB décrit par le centre de l'épicycle dans la seconde hypothèse ; l'un & l'autre est proportionnel au temps, c'est-à-dire, augmente de $59' 8''$ par jour : l'inégalité dans la première hypothèse consiste en ce que l'arc NH est vu du point F , au lieu d'être vu de son centre E ; & dans l'hypothèse des épicycles, c'est toujours la quantité NH vue du point F , qui est le véritable arc décrit par le soleil, puisqu'il étoit en N au commencement du mouvement, & qu'il se trouve parvenu en H . Ainsi l'on expliquoit également dans ces deux hypothèses l'inégalité apparente du soleil, vue de la terre, en supposant le mouvement du soleil circulaire & uniforme.

312. Cette inégalité du soleil, que tous les anciens expliquoient par le moyen d'une orbite excentrique, ou d'un épicycle, fut également observée dans les planètes, qui toutes ont en effet des orbites excentriques ; mais ce n'est que dans le temps de leurs conjonctions & de leurs oppositions au soleil, c'est-à-dire quand elles sont du même côté que le soleil ou directement opposées, que l'on peut mesurer cette inégalité. Toutes les fois qu'elles sont à droite ou à gauche du soleil, & qu'elles ne sont pas, par rapport à nous, dans la même ligne que cet astre, les planètes ont pour nous une autre inégalité encore plus considérable : elle vient de ce que nous ne sommes point dans le soleil, auquel se rapportent réellement leurs orbites, & autour duquel elles tournent ; mais les anciens qui ne connoissoient pas cette explication, & qui ne comprennoient rien à la cause de cette *seconde inégalité*, se contentoient de l'expliquer par un second épicycle, ou bien par un cercle excentrique qu'ils chargeoient d'un épicycle (380).

313. La hauteur méridienne du soleil qui a servi à déterminer sa longitude (303), peut servir également à trouver son ascension droite : lorsqu'on connoît la déclinaison AS (fig. 21), on peut dans le triangle SEA , où l'on connoît trois choses, trouver également le côté AE , qui est la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur, & l'angle S formé par l'écliptique ES & par le cercle de la déclinaison

SA; le complément de ce dernier angle est l'angle du cercle de latitude & du cercle de déclinaison, que l'on appelle *angle de position*.

314. Quand on connoît tous les jours ou la longitude ou l'ascension droite du soleil, il est aisé de voir le jour & l'heure où arrive l'équinoxe, c'est-à-dire où le soleil a zéro pour longitude, & où son ascension droite & sa déclinaison sont également nulles. Les anciens observoient les équinoxes par le moyen d'un cercle ou anneau de bronze qui étoit incliné comme l'équateur, & dont la concavité cessoit d'être éclairée le jour que le soleil étoit dans le plan de l'équateur.

315. LA DURÉE DE L'ANNÉE est encore une suite de la détermination des équinoxes, car l'intervalle entre un équinoxe & celui de l'année suivante, est la durée de l'*année solaire* ou du retour des saisons. Si l'on prend deux équinoxes observés à mille ans l'un de l'autre, & qu'on partage l'intervalle total en mille parties, on aura plus exactement la longueur de l'année; c'est ainsi que je l'ai trouvée de 365 jours $5^h 48' 45''$. Nous parlerons ci-après de l'année *sydérale* qui se rapporte aux étoiles & non aux équinoxes, ce qui fait une petite différence pour les retours du soleil (321).

316. L'ascension droite du soleil trouvée immédiatement par la méthode précédente, sert à trouver celles des étoiles, & à former nos catalogues. En effet, pour connoître la longitude d'une étoile ou d'un astre quelconque, il faut en observer d'abord l'ascension droite & la déclinaison. Pour connoître l'ascension droite d'un astre, il suffit de le comparer avec le soleil, dont l'ascension droite peut être connue tous les jours par la méthode de l'art. 313, ou bien avec une des étoiles qu'on a déterminées en même temps. Ainsi le problème se réduit à trouver l'ascension droite du soleil; c'est ici le terme fixe donné par la nature. d'où il faut absolument partir, & auquel on doit tout rapporter. En effet les longitudes se comptent d'un point qui n'est donné & connu que par le mouvement du soleil, (puisque c'est l'intersection de la route du soleil avec l'équateur); ce point n'est pas marqué dans le ciel, c'est le soleil qui nous en in-

dique la place : ce n'est donc que par le moyen du soleil qu'on peut déterminer la distance d'un astre au point équinoxial, en déterminant séparément la distance de l'astre au soleil, & celle du soleil à l'équinoxe.

317. Quand on connoît exactement l'ascension droite du soleil ou d'une étoile, on observe la différence entre son passage au méridien & celui des autres étoiles, & l'on en conclut l'ascension droite de chacune. Pour avoir l'heure du passage au méridien d'une étoile, ou la différence entre le temps de son passage & celui d'une autre étoile, on pourroit se servir d'une méridienne sur laquelle on auroit élevé des fils à-plomb ; mais on se sert actuellement de la méthode des hauteurs correspondantes (322) ou bien d'une lunette méridienne qui tourne autour d'un axe horizontal, sans quitter le plan du méridien.

Pour avoir la déclinaison d'une étoile, il suffit d'observer sa hauteur méridienne, & de prendre la différence entre cette hauteur & celle de l'équateur, ainsi que nous l'avons fait pour le soleil (303).

318. Connoissant l'ascension droite & la déclinaison d'un astre, on trouvera sa longitude & sa latitude par la trigonométrie sphérique ; mais à cause de l'usage des sinus, il faut avoir soin de prendre, au lieu de l'ascension droite donnée, la distance au plus prochain équinoxe (305).

Soit AE (fig. 25) l'ascension droite d'un astre quelconque, ou sa distance au plus prochain équinoxe, comptée sur l'équateur & moindre que 90° ; AS la déclinaison du même astre, ou sa distance à l'équateur, EC l'écliptique, SB la latitude cherchée de l'astre S , mesurée par un arc perpendiculaire à l'écliptique, & EB sa longitude, ou plutôt sa distance à l'équinoxe le plus prochain, comptée sur l'écliptique ; on imaginera un grand cercle ES , allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle sphérique SEA , rectangle en A , avec l'ascension droite & la déclinaison de l'astre, & un autre triangle sphérique SBE rectangle en B avec la longitude & la latitude du même astre. On résoudra d'abord le triangle SAE , rectangle en A , dans

lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle SEA & l'hypothénuse SE . Par le moyen de l'angle SEA & de l'angle BEA , qui est l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, on formera l'angle SEB , qui sera leur différence, si le point S & le point B sont tous les deux au dessus ou tous les deux au dessous de l'équateur EA , au contraire l'angle SEB sera la somme de l'angle SEA & de l'obliquité AEB , si l'astre S & le point B de l'écliptique qui lui répond, sont l'un au nord & l'autre au midi de l'équateur, comme dans la fig. 26. Lorsqu'on aura formé l'angle SEB , on s'en servira avec l'hypothénuse SE pour connoître la longitude EB & la latitude BS , d'une étoile rapportée à l'écliptique, c'est ainsi que l'on a construit les catalogues d'étoiles où sont marquées les longitudes & les latitudes de chacune, en signes, degrés, minutes & secondes. Les plus considérables sont le catalogue Britannique de *Flamsteed*, & celui des étoiles australes de la *Caille*.

En même temps qu'on calcule la longitude d'une étoile, il est facile de calculer l'angle de position BSA ou BSF , formé par le cercle de latitude BS & le cercle de déclinaison SA . On le trouveroit également par la figure 27, en supposant que PZ soit le colure des solstices, P le pôle du monde & Z le pôle de l'écliptique, l'angle P le complément de l'ascension droite, l'angle Z le complément de la longitude, PS le complément de la déclinaison, ZS le complément de la latitude; ainsi l'on peut prendre trois de ces quantités pour trouver l'angle de position PSZ .

319. Lorsqu'on eut ainsi déterminé les positions des différentes étoiles, on ne tarda pas à reconnoître que leurs longitudes augmentoient peu à peu. Hipparque de Rhodes, le plus célèbre des anciens astronomes, reconnut 128 ans avant l'ère vulgaire, que les longitudes des étoiles, par rapport aux équinoxes, étoient plus grandes que suivant les observations de Tymocharès & d'Aristylle, 294 ans avant J. C. & suivant la sphere d'Eudoxe, qui avoit écrit 400 ans avant J. C. mais dont la sphere se rapportoit à des siècles encore plus éloignés. Ce changement des étoiles en longi-

rude est bien plus sensible aujourd'hui, quand on compare le catalogue de Ptolomée avec les nôtres, ou les observations qu'il rapporte avec celles que nous faisons.

L'épi de la Vierge, suivant les observations d'Hipparque, 128 ans avant J. C. précédoit de 6 degrés l'équinoxe d'automne, c'est-à-dire, que sa longitude étoit de $3^{\text{h}} 14^{\text{d}} 0^{\text{m}}$.

Mais on trouve pour 1750 cette longitude $3^{\text{h}} 20^{\text{d}} 21^{\text{m}}$.

La différence ou l'augmentation est de . . . $26^{\text{d}} 21^{\text{m}}$,

320. Après un grand nombre de comparaisons semblables, je trouve que le changement des étoiles, ou la précession des équinoxes est de $1^{\text{d}} 23' 10''$ par siècle, & que la révolution totale des étoiles, ou plutôt celle des équinoxes par rapport aux étoiles, est de 25972 ans. Cette quantité n'est pas parfaitement uniforme, on trouve quelque différence d'un siècle à l'autre (758).

321. Les étoiles n'étant pas toujours à la même distance des équinoxes, & s'en éloignant chaque année de $50''$, le soleil ne revient aux mêmes étoiles que 20' plus tard qu'aux équinoxes, parce qu'il lui faut 20' pour faire $50''$; ce retour est ce qu'on appelle l'année *sydérale*, & sa durée est de $365^{\text{d}} 16^{\text{h}} 9' 11''$, tandis que le retour des saisons, qu'on appelle aussi *année tropique*, n'est que de $365^{\text{d}} 5^{\text{h}} 48' 45'' \frac{1}{2}$; c'est cette année tropique dont on se sert pour former les années civiles, qui sont de 365 jours, & quelquefois de 366.

De la Méthode des Hauteurs correspondantes.

322. Les différences d'ascension droite étant le fondement de la méthode par laquelle nous venons de déterminer les lieux du soleil & des étoiles fixes (316), il est nécessaire d'expliquer ici la méthode la plus naturelle & la plus exacte qu'on ait pour déterminer ces différences d'ascension droite, ou les différences des passages au méridien entre deux astres, c'est-à-dire, pour déterminer le moment où chacun des deux astres a passé par le méridien.

On a vu, à l'occasion de la manière de tracer une méridien,

dienne (155), que les astres sont également élevés une heure avant le passage au méridien & une heure après; ainsi pour avoir rigoureusement le temps où un astre a passé au méridien, il suffit d'observer, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où il s'est trouvé à une certaine hauteur vers l'orient en montant & avant son passage par le méridien, & d'observer ensuite le temps où il se trouve à une hauteur égale en descendant vers le couchant après le passage au méridien: le milieu entre ces deux instants à l'horloge, sera le temps que l'horloge marquoit quand l'astre a été dans le méridien.

323. Supposons que le bord du soleil ait été observé le matin avec le quart-de-cercle, dont nous donnerons bientôt la description, & qu'on ait trouvé sa hauteur de 21° lorsque l'horloge marquoit $8^h 50' 10''$; supposons que plusieurs heures après, & le soleil ayant passé au méridien, on retrouve encore sa hauteur de 21° vers le couchant, au moment où l'horloge marque $2^h 50' 30''$; il s'agit de savoir combien il y a de temps écoulé entre $8^h 50' 10''$ du matin, & $2^h 50' 30''$ du soir; on prendra le milieu de cet intervalle, & ce sera le moment du midi, sur l'horloge dont on s'est servi, soit qu'elle fût bien à l'heure, ou qu'elle n'y fût pas.

324. Pour prendre le milieu entre ces deux instants, il faut, suivant une règle de la plus simple arithmétique, ajouter ensemble les deux nombres, & prendre la moitié de la somme; mais au lieu de 2 heures après midi il faut écrire 14 heures, parce que l'horloge doit être supposée avoir marqué de suite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 heures jusqu'à 14, au lieu que dans le fait & par l'usage de l'horlogerie, elle a fini à 12 pour recommencer 1, 2, &c Cette irrégularité de l'horloge dérangerait le calcul, si l'on n'y avoit pas égard.

Heure où le bord du soleil étoit à 21° le matin, $8^h 50' 10''$	
Heure où le bord étoit à 21° le soir	14 50 30
Somme des deux nombres	<u>23^h 40' 40''</u>
Moitié de la somme	11 50 20

Ainsi quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande hauteur, & à distances égales des deux hauteurs observées, l'horloge marquoit $11^h 50' 20''$, c'est-à-dire qu'elle étoit en retard sur le soleil de $9' 40''$. Les astronomes s'inquiètent peu que leurs horloges avancent ou retardent, pourvu qu'ils connoissent exactement la quantité de l'avancement ou du retard, & ils la connoissent toujours par la méthode précédente. Cette opération n'a pas besoin d'être démontrée; on voit assez que de $8^h 50' 10''$ à $11^h 50' 20''$, il y a $3^h 0' 10''$ d'intervalle, & qu'il y a la même distance entre $11^h 50' 20''$ & $2^h 50' 30''$ du soir.

325. On ne se contente pas ordinairement de prendre une seule fois le matin la hauteur du bord du soleil, & une fois le soir, pour déterminer l'instant du midi; on en prend huit ou dix le matin, & autant le soir sur le même bord du soleil & sur les mêmes degrés correspondants, on compare chaque hauteur du matin avec celle du soir, qui a été prise au même degré, & l'on a autant de résultats différents qu'il y a de degrés ou de hauteurs comparées. Si l'on avoit rigoureusement bien opéré, on trouveroit par chacune le même résultat; mais il est rare qu'il n'y ait pas de différence d'une seconde, alors on prend le milieu entre tous les résultats, en les additionnant ensemble & divisant la somme par le nombre des résultats.

326. L'OPÉRATION précédente suppose que le soleil ait décrit le matin & le soir un seul & même parallèle, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire, qu'il ait été depuis neuf heures du matin jusqu'à trois heures du soir, à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire (201) ait été le même à la même hauteur. Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte, car le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ 1 degré, il s'approche ou s'éloigne nécessairement un peu de l'équateur & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure.

327. On a vu (119) que l'arc diurne du parallèle que décrit un astre dans la sphère oblique, est d'autant plus grand

que l'astre est plus près du pôle élevé, c'est-à-dire par rapport à nous, plus septentrional; il en est de même de l'arc SEMI-DIURNE, c'est-à-dire de l'arc du parallèle compris entre le méridien & l'horizon: si le soleil en se couchant est plus près du pôle qu'il ne l'étoit en se levant, l'arc sémi-diurne du soir est plus grand que l'arc sémi-diurne du matin, c'est-à-dire, qu'il y a eu plus de temps depuis le midi jusqu'à son coucher, qu'il n'y en avoit eu depuis le lever jusqu'à midi; ainsi le midi vrai ne s'est pas trouvé à égales distances entre le lever & le coucher; il ne suffiroit donc pas de prendre un milieu entre le lever & le coucher du soleil, pour avoir le moment du midi. En prenant ce milieu, l'on feroit la même chose que si l'on ajoutoit ensemble les deux arcs sémi-diurnes exprimés en temps, & que l'on prît la moitié de la somme, comme nous venons de le faire (324). Mais s'il y a dans le vrai un des deux nombres plus grand que l'autre de 40'', la demi-somme devra être plus grande de 20'' que le premier nombre, & l'on aura dans le résultat 20'' de trop; il faudroit donc ôter 20'' (dans le cas où le soleil s'est rapproché du pôle élevé), de la demi-somme, ou du milieu trouvé entre le lever & le coucher, pour avoir le moment du vrai midi. Le milieu pris entre les deux instants approche également du lever & du coucher; il en est à des distances égales, puisqu'on a pris exactement un milieu; mais le méridien est plus près du soleil levant, le soleil est donc arrivé au méridien plutôt qu'il n'est arrivé au point qui tient le milieu entre le lever & le coucher, il faut donc retrancher quelque chose de ce milieu pour avoir le moment du midi vrai.

328. Ce que nous venons de dire du lever & du coucher du soleil, il le faut dire d'une hauteur quelconque, par exemple, d'un cercle parallèle à l'horizon imaginé à 21° de hauteur; le temps qu'emploiera le soleil à aller depuis ce cercle de 21^d parallèle à l'horizon jusqu'au méridien, sera moindre que le temps employé à aller depuis le méridien jusqu'au même cercle du côté du soir, si le soleil dans cet intervalle s'est rapproché du pôle élevé: au lieu des arcs sémi-diurnes, dont nous venons de parler, ce seront ici les

angles horaires (201) qui augmenteront; ainsi il faudra ôter quelque chose du milieu pris entre les temps de deux hauteurs égales pour avoir le midi vrai. Ce seroit le contraire si le soleil, au lieu de s'être rapproché du nord, s'en étoit éloigné du matin au soir, l'angle horaire du soir seroit plus petit que celui du matin, & il faudroit ajouter une petite quantité à l'instant du milieu pour avoir celui du midi.

329. Soit P le pôle élevé (fig. 27), Z le zénith, S le soleil, $ASBC$, un cercle parallèle à l'horizon, en sorte que le point B & le point S soient à la même hauteur; PS la distance du soleil au pôle le matin, PB la distance au pôle devenue plus petite le soir. Au moment où le soleil sera parvenu le soir au point B , que je suppose élevé de 21° , comme dans l'observation du matin, l'angle horaire du soir ZPB , ou la distance du soleil & de son cercle horaire PB au méridien PZA , sera plus grand que l'angle horaire du matin ZPS ; on a donc deux triangles ZPS , ZPB , qui ont chacun le côté commun PZ & les côtés égaux ZS , ZB , tous les deux de 69° , puisqu'ils sont le complément de la hauteur, qui est de 21° dans les deux cas; les côtés PS & PB sont différents de la quantité dont la déclinaison du soleil a changé dans l'intervalle des deux hauteurs; si l'on résout séparément ces deux triangles pour trouver les deux angles horaires ZPS , ZPB , on les trouvera différents; la moitié de leur différence réduite en temps à raison de 15^d par heure, sera la correction qu'il faudra faire au temps du milieu des deux hauteurs égales pour avoir le véritable instant du midi.

330. Par exemple, au commencement de mars, où le soleil change de déclinaison de $21' 53''$ par jour, si l'on prend des hauteurs à 9 heures du matin & à 3 heures du soir, on trouvera $10''$ à ôter de l'heure trouvée par les hauteurs correspondantes. Il y a des formules pour trouver cette équation du midi sans résoudre les deux triangles; mais il suffit d'avoir indiqué la méthode la plus facile à comprendre.

Description du quart-de-cercle mobile.

331. Le principal instrument d'astronomie & celui qui sert pour les hauteurs correspondantes dont nous venons de parler, est le quart-de-cercle mobile; c'est de tous nos instruments celui dont l'usage est le plus ancien, le plus général, le plus indispensable, le plus commode: c'est pourquoi je vais en donner ici la description; on a déjà vu la manière dont il faut concevoir l'usage du quart-de-cercle pour mesurer des hauteurs (13): il ne s'agit plus que des détails de l'instrument, porté à sa dernière perfection.

Je suppose un quart-de-cercle de trois pieds de rayon, *CBA* (*planche V. fig. 33*). Le limbe qui forme la circonférence *ADB* est assemblé avec le centre *C* par trois règles de fer *CA*, *CD*, *CB*, de deux pouces de large, fortifiées chacune par derrière d'une règle de champ qui en empêche la flexion. Vers le centre de gravité *X* de la masse entière du quart-de-cercle, est fixé un axe ou cylindre de deux pouces de diamètre sur 5 à 6 pouces de long, perpendiculairement au plan de l'instrument; ce cylindre entre dans une douille, c'est-à-dire dans un cylindre creux *E* représenté séparément en *EE* (*fig. 37*): cette pièce qu'on appelle *le genou*, est composée non-seulement d'une douille horizontale *EE*, mais d'un autre cylindre *e*, fondu tout d'une pièce avec la douille, & que l'on place verticalement en *n* sur le pied de l'instrument sur lequel il tourne librement. Pour empêcher que le quart-de-cercle ne sorte de sa place, on applique derrière la douille ou le canon *E* (*fig. 35*) une plaque de fer qui recouvre le tout; cette plaque est arrêtée par une forte vis, qui pénètre dans l'axe du quart-de-cercle, & qui tourne avec cet axe sans lui permettre de sortir de la douille.

Le double genou représenté en *VST* (*fig. 37*) ne sert que dans les cas où l'on veut placer le quart-de-cercle horizontalement, ou l'incliner à l'horizon pour prendre des angles sur le terrain.

Il y a des vis de pression au dessus de la douille horizontale

tales E , & à côté de la douille verticale F , comme on le voit au dessous de p , avec lesquelles on presse le canon dans la douille lorsqu'on veut fixer le quart-de-cercle à une hauteur donnée, ou dans un vertical déterminé, & l'empêcher de tourner.

332. Vers l'un des rayons CB du quart-de-cercle, on fixe une lunette GM ; c'est une découverte importante que M. Picard fit en 1667 pour les quarts de-cercles : cette lunette passe dans une douille de cuivre, fixée en G par des rebords ou empattements, où passent de fortes vis qui l'assujettissent inébranlablement sur la carcasse de l'instrument; à l'autre extrémité M est la boîte du micromètre (534), fixée aussi par des empattements. A l'égard du tuyau qui s'étend de G en M , il n'importe de quelle manière il soit fait, ce n'est que pour donner de l'obscurité dans la lunette : la solidité en est indifférente; mais celle des deux pièces GM , qui portent les verres, est essentielle, parce que leur solidité assure celle de l'axe optique de la lunette, qui doit être exactement parallèle au plan de l'instrument, & au premier rayon qui passe par le point B de 90° .

333. Au centre C de l'instrument, est un cylindre de cuivre exactement tourné, qui porte à son centre un point très-délicat & très-fin. Dans ce point, on place la pointe d'une aiguille, sur laquelle on fait passer la boucle du fil à plomb; on voit séparément en AA (fig. 34) le cylindre, ainsi que l'aiguille placée au centre, qui y est supportée par une pièce d'acier a recourbée & percée d'un trou, au travers duquel passe l'aiguille pour aller se loger au centre du cylindre. Quand elle est bien placée, on a soin de la fermer dans le trou de la pièce a avec une vis de pression qui paroît au dessus de a . Autour de l'aiguille a , l'on fait une boucle avec un cheveu ou un fil d'argent très-fin; à cette boucle placée tout contre le cylindre du centre, on suspend le fil à-plomb chargé d'un poids que l'on voit en q (fig. 33); ce fil marque sur la division du limbe le degré de la hauteur à laquelle est dirigée la lunette MG . L'extrémité du cylindre AA (fig. 34), qui porte le point du centre & la

pointe de l'aiguille, doit être un peu arrondie ou convexe, pour que le fil n'y éprouve pas un trop grand frottement. On peut aussi mettre à la place de l'aiguille *a* une vis qui se termine en une pointe très-fine, & qui tourne dans la pièce *a*, comme dans une espee de pont.

334. Autour du cylindre qui porte le centre du quart-de-cercle, il y a une plaque de cuivre plus large, ronde, fixée sur la charpente de l'instrument. Sur cette pièce est suspendu le *garde-filet* *CH* (*fig. 33*); c'est une longue boîte de cuivre, mince, soutenue vers le centre, autour duquel elle tourne pour se mettre toujours d'à-plomb, & contenir le fil à-plomb ou le cheveu qui pend du centre pour marquer la division. Ce garde-filet a une longue porte qui se ferme avec deux petits crochets, pour garantir mieux le fil de l'agitation de l'air; on la voit ouverte sur la gauche. A la partie inférieure *H* est une boîte plus large: il y a des astronomes qui y placent un vase d'eau où trempe le poids du fil à-plomb, afin que la résistance de l'eau diminue les oscillations & en abrège la durée. La boîte inférieure a une porte *Z* où est attaché un microscope & une lampe à deux meches; la lampe sert à éclairer le limbe & le fil à-plomb, pour voir sur quelle division il répond; le microscope sert à grossir les points, pour mettre facilement & exactement le fil du quart de-cercle sur le point que l'on veut.

335. La verge de conduite ou *verge de rappel* *LKI* est une addition utile introduite pour mettre le fil sur tel point du limbe que l'on veut; on la voit représentée séparément en *IL* (*fig. 35* & *36*), avec tous ses détails; mais il faut supposer que la partie *L* (*fig. 35*), est placée au dessus & sur le prolongement de la partie *I* (*fig. 36*.) La tringle a trois pieds de long, elle est logée par ses deux bouts dans deux boîtes de cuivre *I*, *L*. Quand elle est arrêtée en *I* (*fig. 33*), au moyen de la vis de pression *c* qui l'empêche de glisser dans la boîte *I*, l'extrémité inférieure sert de point d'appui: en tournant l'écrou qui est en *B*, l'on fait monter la boîte *L*, qui est fixée par une pièce ou mâchoire *r*, derrière le quart-de-cercle, à la règle de champ du limbe, par le

moyen d'une cheville qui traverse & la mâchoire & la règle de champ ; en faisant mouvoir ainsi la boîte *L* , on fait avancer le quart-de-cercle.

336. La manière dont l'écrou *B* est tenu sur la boîte *L* , paroît assez dans la fig. 35. Cette boîte est évidée par en haut ; à sa base supérieure est pratiquée une rainure dans laquelle tourne un écrou , qui y est retenu par le moyen d'un collet , ou qui est seulement rivé par-dessous au dedans de la boîte. Cet écrou , qui tient nécessairement à la boîte , avance quand on le tourne sur la vis *B* qui est à l'extrémité de la verge , parce que celle-ci est fixée par son autre extrémité ; l'écrou fait avancer aussi le quart-de-cercle qui est obligé de suivre la boîte *L* , fixée par la partie *r* sur l'instrument.

337. A l'extrémité inférieure *I* de la verge de rappel , on a pratiqué un semblable mouvement , pour que l'observateur qui est occupé à regarder le fil à-plomb en *q* , puisse faire tourner le quart-de-cercle d'une petite quantité , & le mettre exactement sur celui des points de la division qui approche le plus de la hauteur de l'astre qu'on se propose d'observer. Pour cet effet , la boîte *I* (fig. 36) , est fixée sur une pièce coudée de fer ou de cuivre *f* , qui passe dans une autre boîte *g* , & se termine par une autre vis *m* , qui est prise dans un écrou , arrêté par un collet sur la base de la boîte *g* dans laquelle il tourne librement ; en faisant tourner l'écrou *m* , on fait avancer la vis , la pièce *f* & la boîte *I* , dans laquelle est serrée la verge de rappel , par une vis de pression *c* : cette verge est obligée d'avancer & de faire mouvoir avec elle le quart-de-cercle.

338. Le montant *ON* ou pied du quart-de-cercle est un arbre de fer de deux pouces de diamètre sur 3 pieds & demi de hauteur , il se termine par un carré , qui passe au travers des barres *P* , *P* , qui font les traverses du pied. Dans ce carré l'on passe une clavette au dessous de *Q* ; aussitôt que les quatre arcs-boutants *R* ont été mis en place , on serre cette clavette *Q* à coups de marteau , cela fait descendre l'arbre *NO* sur les arcs-boutants , & forme un assemblage

ferme & invariable de l'arbre avec ses arc-boutants *R* & les traverses *PP*.

339. Pour caler l'instrument ou le mettre droit, on emploie les 4 vis que l'on voit aux extrémités *P, P*, des traverses du pied; elles sont de cuivre, & ont un pouce de diamètre; elles servent à soutenir le pied de l'instrument, à l'incliner, à rendre son arbre *ON* exactement vertical, de maniere qu'on puisse faire tourner le quart-de-cercle sur son pied sans que le plan cesse d'être vertical, du moins sensiblement. Ces vis portent sur des coquilles de fer, qui servent par leur frottement à empêcher que le quart-de-cercle ne change de place quand on tourne la vis.

340. Le cercle azimutal *ph*, a 6 pouces de diamètre; il est fixé à une douille de cuivre qui est attachée sur le pied de l'instrument; le canon *F* du genou porte à son extrémité inférieure une alidade *k*, qui tourne avec le quart-de-cercle, tandis que la plaque azimutale est fixe; l'alidade marque par son mouvement le degré d'azimut, ou le point de l'horizon auquel le plan est dirigé, du moins à peu près.

341. Le limbe *ADB* du quart-de-cercle est la piece la plus essentielle, il a deux pouces de large, son épaisseur qui est de quatre lignes est formée de deux lames, une de fer & l'autre de cuivre; il est important que le limbe de cuivre soit bien dressé, & que toutes ses parties soient dans un seul & même plan avec le point du centre. Pour parvenir à cette opération difficile, on se sert d'une regle qu'on fait tourner autour d'un grand axe, & l'on voit si, malgré son mouvement, l'extrémité de la regle est toujours également proche du limbe dans tous ses points. On peut aussi reconnoître si le limbe d'un instrument est dans un seul & unique plan, en établissant un canal plein d'eau qui parte du centre, & touche la circonférence; on y place une espece de petite barque, dont le mât est un fil de fer recourbé, & qui touchant presque le centre & le limbe, indique par sa distance en divers points si tous sont dans le même plan; c'est ainsi que l'on nivelle les grandes méridiennes.

342. Les divisions les plus ordinaires consistent en des

points très-fins marqués de dix en dix minutes, mais que je n'ai pu indiquer que de deux en deux degrés dans la figure. Le fil du micromètre *M* suffit pour tenir lieu des minutes intermédiaires. Lorsqu'on n'a point de micromètre, on divise le limbe en minutes par des *transversales* que l'on voit dans la figure 38, l'arc *AB* & l'arc *CD* étant chacun de dix minutes, & la ligne *AC* étant divisée en dix parties égales, si l'on tire une transversale *AD* avec dix cercles concentriques dans l'intervalle *AC*, le fil à-plomb *AC* marquera une minute, six minutes, &c. suivant qu'il tombera sur la première intersection *a* ou sur la sixième *f*.

343. En Angleterre les quarts-de-cercles mobiles ont une alidade ou lunette mobile; en sorte que le limbe du quart-de-cercle ne change point, & que la lunette seule tourne autour du centre, comme dans un quart-de-cercle mural (c'est-à-dire fixé contre un mur), dont les astronomes font aussi un usage fréquent. On se contente alors d'employer un fil à-plomb, qui pend sur le dernier point de la division, ou du moins qui est parallèle au rayon vertical de 90° ; quelquefois même on n'y emploie qu'un niveau, dont l'usage est plus commode que celui du fil à-plomb, sans être moins exact quand le niveau est bien fait; dans ce cas-là on est obligé d'employer un *vernier*.

344. Cette division fut imaginée en 1631, à l'imitation d'une autre division donnée par Nonnius en 1542. L'auteur fut Pierre Vernier, dont on donne le nom à cette partie de nos instruments. Le vernier est une alidade ou pièce de cuivre *AB* (fig. 39) qui glisse sur le limbe d'un quart-de-cercle, & dont les divisions en nombres pairs correspondent à un nombre impair de la division du limbe: si le vernier est divisé en 20 parties égales, il sera placé sous une portion de 21 parties du quart-de-cercle, il procurera le moyen de diviser chacune de celles-ci en 20 parties: en effet si l'on pousse l'alidade d'un vingtième de division, l'on verra concourir la seconde division du vernier avec une division du limbe; & si l'on voit concourir la troisième, on sera certain

d'avoir avancé l'alidade de deux parties ou de deux vingtièmes de division.

- De la Mesure du temps.

345. Le soleil étant l'objet le plus frappant de l'univers entier, il a été pris dans tous les siècles & chez tous les peuples du monde, pour la mesure naturelle du temps; les jours marqués par ses apparitions ont été les premières portions de temps qu'on ait entrepris de compter. Dans la suite les mois lunaires, & enfin les années solaires, ont servi à compter les temps éloignés, comme les heures ont été introduites pour subdiviser les jours, & exprimer les petits intervalles de temps.

Tous ces intervalles sont supposés d'abord égaux entre eux: les 24 heures du jour sont 24 intervalles égaux, les heures d'aujourd'hui doivent être égales à celles d'hier, & le mouvement diurne du soleil autour de la terre, qui se partage en 24 parties égales, doit être supposé uniforme pour former tous les jours 24 portions égales, dont chacune répond à 15° de l'équateur ou de l'angle au pôle (202).

Ce changement diurne est produit, comme nous le ferons voir bientôt par la rotation de la terre autour de son axe: rotation qui est supposée uniforme, parce que l'on n'a point encore apperçu de phénomènes qui puissent y dénoter quelque inégalité, on la suppose même parfaitement égale, soit pour le temps où nous sommes, soit pour les siècles passés.

346. Le soleil, par son mouvement propre d'occident vers l'orient, avance tous les jours d'environ un degré ou $59' 8''$, par rapport aux étoiles fixes (61, 307); ainsi quand une étoile qui avoit passé au méridien à midi & avec le soleil, paroît avoir fait le tour du ciel, & qu'elle est revenue au méridien le jour suivant, le soleil n'y est pas encore, ayant avancé d'un degré vers l'orient; il est éloigné de l'étoile, & par conséquent du méridien d'un degré, & comme

il lui faut environ 4 minutes de temps pour parcourir un degré (202), par le mouvement diurne, le soleil passera par notre méridien 4' plus tard que l'étoile, ou si l'on veut, l'étoile y passera 4' plutôt que le soleil; car le soleil étant l'objet le plus frappant, c'est à lui que nous rapportons tout, c'est son retour qui fait nos 24^h; & nous disons que les étoiles reviennent au méridien en 23^h 56', tandis que le soleil y revient au bout de 24 heures. Les horloges à pendule, qu'on appelle souvent par abréviation *des Pendules*, & dont on se sert dans la société, sont réglées sur le moyen mouvement du soleil, marquent les heures solaires, moyennes c'est à-dire, qu'au bout de chaque année ces horloges doivent se retrouver d'accord avec le soleil, comme elles l'étoient au commencement de l'année, & tous les jours marquer 23^h 56', dans l'intervalle du passage d'une étoile par le méridien au passage suivant. La plupart des astronomes régulent les leurs de même; afin que l'horloge puisse indiquer toujours à peu près l'heure qu'il est, pour les usages de la société, & donner à peu près le temps vrai des différentes observations qu'ils ont à faire. Cependant les étoiles étant fixes, tandis que le soleil avance ou paroît avancer tous les jours d'un degré, plus ou moins, le retour de l'étoile au méridien seroit une mesure bien plus fixe, bien plus égale que le retour du soleil; c'est le retour de l'étoile qui nous indique le mouvement entier de la sphère & la rotation complète de la terre; aussi y a-t-il eu des astronomes célèbres, tels que M. de l'Isle, M. de la Caille, qui régloient leurs horloges sur les étoiles, & qui pour cela les faisoient avancer de 4' tous les jours sur le soleil. Ils y trouvoient un avantage, c'est que quand il s'est écoulé une heure sur cette horloge, on est sûr qu'il a passé par le méridien 1^d de la sphère étoilée, & l'on a ainsi les différences d'ascension droite entre les astres qu'on observe, en convertissant à raison de 1^o par heure les temps qu'on a observés entre leur passage; c'est ce que nous appelons le *temps du premier mobile*, dont une heure fait toujours 15^o.

du ciel par le mouvement diurne & commun, qu'on appeloit autrefois le *premier mobile*.

347. LES HEURES SOLAIRES sont plus longues que les heures du premier mobile, puisque le soleil emploie 4' de plus qu'une étoile à revenir au méridien; parlons d'abord des heures solaires moyennes, c'est-à-dire de celles que le soleil indique quand on fait abstraction des inégalités de son mouvement (308); nous parlerons bientôt aussi des heures solaires vraies, qui n'ont pas la même uniformité (362).

348. Les 24 heures répondent à $360^{\circ} 59' 8''$, puisqu'en 24 heures solaires moyennes, non-seulement l'étoile revient au méridien, ce qui complete les 360° ; mais le soleil lui-même, qui avoit fait $59' 8''$ en sens contraire, y arrive à son tour, ce qui termine les 24 heures solaires moyennes. Une horloge réglée sur ces 24 heures n'indique plus 15° par heure, mais $15^{\circ} 2' 8''$, qui est la 24^e partie de $360^{\circ} 59' 8''$, & ainsi des autres parties du temps; c'est ce qu'on appelle *convertir les heures solaires moyennes en degrés*; on trouve une table pour cet effet dans la *Connoissance des Temps* de chaque année, & elle est d'un usage continuel pour les astronomes dont les horloges suivent les heures solaires moyennes; car ils observent les différences d'ascension droite d'un astre à l'autre, en prenant pour chaque heure de leur horloge $15^{\circ} 2' 8''$ de la sphere étoilée.

349. Les horloges réglées sur les heures du premier mobile, & qui suivent le mouvement diurne des étoiles, ou la rotation véritable de la terre (346), avancent tous les jours de $3' 56''$ à midi moyen, sur le moyen mouvement du soleil, & ne marquent jamais l'heure du soleil, si ce n'est le jour de l'équinoxe: on trouve un avantage dans cette manière de régler une horloge, c'est que les étoiles passent tous les jours au méridien à la même heure comptée sur l'horloge, au lieu qu'elles y passeroient $3' 56''$ plutôt sur les autres horloges, mais ce *plutôt* étoit relatif au soleil, sur lequel on a coutume de régler les horloges ordinaires; c'est une extrême facilité pour ceux qui observent beaucoup d'étoiles

au méridien, que d'appercevoir d'un coup d'œil sur l'horloge quelle est l'ascension droite de l'étoile qui va passer; mais aussi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire une règle de trois pour savoir quel est le temps vrai de chaque observation, & pour se préparer à observer le passage du soleil & de chaque planète au méridien.

350. L'ACCELERATION diurne des étoiles fixes est la quantité dont une étoile précède chaque jour le soleil, comptée en temps solaire moyen, à l'instant où l'étoile passe au méridien; c'est la quantité dont il s'en faut alors que le soleil ne soit arrivé au méridien, ou le temps qu'il lui faut pour parcourir encore les $59^{\circ} 8''$ dont il avance vers l'orient, par rapport à l'étoile en 24 heures solaires moyennes. Cette accélération se trouve en faisant cette proportion: $360^{\circ} 59' 8'' \frac{1}{4}$ sont à 24^h , comme 360° sont à $23^h 56' 4''$, 098 (a); temps que l'étoile emploie à décrire les 360° ou à revenir au méridien; pour aller à 24^h , il reste $3' 55'' 902$, c'est l'accélération diurne des étoiles. Les $59^{\circ} 8''$ que je viens d'employer pour le mouvement diurne du soleil sont moindres de $0''$, 1264, que le mouvement qu'on emploie dans les tables astronomiques de $59^{\circ} 8'' 3305$, par rapport aux équinoxes, parce que dans le calcul de l'accélération, c'est le mouvement par rapport aux étoiles dont on doit faire usage, & celui ci est plus petit, parce qu'il est la différence entre le mouvement du soleil & celui des étoiles (310).

351. L'horloge réglée sur les étoiles fixes ou sur le premier mobile, marque toujours $0^h 0' 0''$ au moment où l'équinoxe passe au méridien, & marque toujours l'ascension droite du POINT CULMINANT (177), c'est à dire, du point de l'écliptique qui est dans le méridien; réduite en temps à raison de 15^d par heure; ainsi au moment que le soleil est dans le méridien, l'horloge des étoiles marque l'ascension droite du soleil en temps, & il suffit, pour savoir quelle heure elle marquera chaque jour à midi, de convertir en temps l'ascension droite du soleil pour ce jour-là. On trouve

(a) Les chiffres que nous plaçons quelquefois après les secondes sont des fractions décimales, dixièmes, centièmes, millièmes, &c. de secondes.

chaque année dans le Livre de la *Connoissance des Temps*, une colonne qui a pour titre, *Distance de l'équinoxe au soleil*, & qui n'est autre chose que le complément à 24 heures de l'ascension droite du soleil; il suffira donc à ceux qui auront ce livre entre les mains, de prendre chaque jour le complément à 24 heures de la distance de l'équinoxe au soleil, & ce sera l'heure de l'horloge à midi. Ainsi, le premier janvier la distance de l'équinoxe est $5^h 11'$ (233), son complément est $18^h 49'$. c'est l'heure que l'horloge doit marquer à midi, ou plutôt $6^h 49'$; puisque dans l'usage on ne met que 12 heures sur les cadrans.

352. Les heures solaires vraies different aussi des heures solaires moyennes; mais la différence ne va jamais au delà de 30 secondes; nous en parlerons après avoir expliqué la différence qu'il y a entre le temps moyen & le temps vrai (362).

Trouver le Temps vrai d'une Observation.

353. APRÈS avoir vu le moyen de chercher l'heure vraie du midi, par des hauteurs correspondantes du soleil (322), l'on aura aisément l'heure vraie de toute autre observation: je suppose que l'on ait trouvé par cette méthode que le premier janvier une horloge marquoit à midi $0^h 3' 57''$, & que le lendemain ou le 2 janvier on ait encore trouvé par la même méthode, que l'horloge marquoit $0^h 4' 45''$ à midi, c'est-à-dire $48''$ de plus que la veille; dans ce cas là on voit que l'horloge avançoit de $48''$ par jour sur le soleil, elle faisoit 24^h & $48''$, tandis qu'elle ne devoit faire que 24^h 0' 0'' juste, par rapport au temps vrai. Supposons actuellement qu'on ait observé le soir un phénomène céleste, par exemple, le commencement d'une éclipse, lorsque l'horloge marquoit $9^h 30' 57''$, il s'agit de savoir quel est le temps vrai qui répond à cette heure de l'horloge; on prendra d'abord la différence entre $0^h 3' 57''$ & $9^h 30' 57''$, & l'on trouvera que l'éclipse est arrivée $9^h 27' 0''$ plus tard sur l'horloge que le midi vrai. Mais puisque l'horloge avance de

48" par jour ou pendant qu'elle marque 24^h 0' 48", on fera cette règle de trois : 24^h 0' 48" sont à 48", comme 9^h 27' 0", dont l'observation est arrivée plus tard sur l'horloge que le midi de l'horloge, sont à 19", quantité dont elle a dû avancer entre midi & l'observation dont il s'agit ; on ajoutera ces 19" avec ch 3' 57" que marquoit l'horloge à midi, puisque l'avancement augmente d'un jour à l'autre, & l'on aura ch 4' 16", quantité dont l'horloge avançoit à l'heure de l'observation ; c'est ce qu'il faut ôter de l'heure qu'elle marquoit au moment de l'observation, c'est-à-dire, 9^h 30' 57", & il reste 9^h 26' 41" pour le temps vrai cherché.

354. Il est indifférent pour les astronomes que l'horloge soit à l'heure ou n'y soit pas, que les heures en soient plus longues ou plus courtes que les 24 heures du soleil ; que l'horloge marque l'heure qu'il est, ou qu'elle ne la marque pas ; la méthode que nous venons d'indiquer, fait trouver dans tous les cas la quantité dont l'horloge avance ou retarde au moment de l'observation, & les astronomes n'ont pas besoin d'autre chose. Tout ce qu'on suppose nécessairement dans ce calcul, c'est l'uniformité du mouvement de l'horloge ; si dans 24 heures elle avance de 48", il faut que dans 12 heures elle avance de 24", sans quoi l'uniformité ne s'y trouveroit plus, & son mouvement ne pourroit plus servir à mesurer le mouvement diurne des astres qui est uniforme, ou du moins que l'on suppose tel (345).

De l'Equation du Temps.

355. JUSQU'ICI nous n'avons parlé que du TEMPS VRAI ou temps apparent que nous observons par des hauteurs correspondantes, du temps qui est marqué par le soleil sur nos méridiennes & nos cadrans, & qui s'emploie dans les différents usages de la société, aussi bien que dans l'astronomie. Nous avons supposé que le soleil revenoit au méridien au bout de 24^h, & qu'il employoit le même temps à y revenir d'un midi au suivant, que de celui-ci au troisième ; les anciens astronomes durent s'en tenir long temps à cette

supposition; mais en observant plus exactement, on remarqua bientôt que le soleil n'avoit pas une marche uniforme (308), & que le temps vrai mesuré par cette marche inégale, ne pouvoit pas être régulier & égal. Ainsi le soleil n'est pas, à proprement parler, une juste mesure du temps, & l'heure vraie qu'il indique ne peut pas servir à mesurer le temps dont l'essence est l'égalité; mais le temps vrai ayant l'avantage de pouvoir être observé en tout temps, nous nous en servirons d'abord, pour trouver ensuite un *temps moyen* & uniforme, qui puisse être employé dans nos calculs.

356. LE TEMPS MOYEN ou égal, est celui que marquerait à chaque instant une horloge absolument parfaite, qui dans le cours d'une année auroit continué de marcher sans aucune inégalité, en marquant midi le premier & le dernier jour de l'année, au même instant où le soleil est dans le méridien; cette horloge n'a pas dû marquer également midi à tous les autres jours intermédiaires, avec le soleil, car il faudroit pour cela que le soleil eût été tous les jours avec la même vitesse, ce qui n'arrive point (308).

Quand le soleil quitte le méridien, & y retourne le lendemain, il a décrit 360° en apparence, mais véritablement il a parcouru non-seulement les 360° , qui font une révolution entière de tout le ciel étoilé, mais encore un degré de plus, qui est la quantité dont le soleil s'est avancé vers l'orient parmi les étoiles fixes, dans l'intervalle de son retour au méridien, & qu'il a parcouru de plus pour arriver au méridien (61, 346).

357. Pour que tous les retours du soleil au méridien fussent égaux, il faudroit que ce mouvement propre du soleil vers l'orient fût tous les jours de la même quantité, c'est-à-dire, de $59' 8''$; mais à cause des inégalités dont nous avons parlé, il arrive qu'au commencement de juillet le soleil ne fait que $57' 11''$ par jour vers l'orient, & qu'au commencement de janvier il fait $61' 11''$, c'est-à-dire, $4'$ de plus qu'au mois de juillet, le long de l'écliptique par son mouvement propre. Telle est la première cause qui rend les jours inégaux; l'on compte toujours 24 heures

d'un midi à l'autre, mais ces 24 heures seront plus longues quand le soleil aura fait $61^{\circ} 11''$, que quand il n'aura fait que $57^{\circ} 11''$ vers l'orient, parce qu'il sera obligé de parcourir $4'$ de plus par le mouvement diurne d'orient en occident avant que d'arriver au méridien.

358. A cette première cause qui dépend de l'inégalité du mouvement solaire dans l'écliptique, il s'en joint une autre qui dépend de la situation de l'écliptique : il ne suffit pas que le mouvement propre du soleil sur l'écliptique soit égal pour rendre les jours égaux, il faut que ce mouvement soit égal par rapport à l'équateur & par rapport au méridien où il s'observe ; la durée des 24 heures dépend en partie de la petite quantité dont le soleil avance chaque jour vers l'orient ; mais cette quantité devoit être mesurée sur l'équateur, parce que c'est autour de l'équateur que se comptent les heures ; ce n'est donc pas seulement son mouvement propre qu'il faut considérer par rapport à l'inégalité des jours, mais c'est ce mouvement rapporté à l'équateur ; & si le soleil avoit un mouvement tel qu'il continuât de répondre perpendiculairement au même endroit de l'équateur, l'équation du temps n'existeroit point, puisque les retours au méridien seroient égaux.

359. Soit O le soleil (*fig. 21*), SB le méridien auquel le soleil doit arriver lorsque le point O sera plus avancé, & que le point Q de l'équateur sera arrivé au point A du méridien, en sorte que OQ soit un cercle horaire qui à midi sera confondu sur le méridien SA ; quelle que soit la longueur de l'arc OS de l'écliptique, cet arc n'emploiera à passer que le temps qui est mesuré par l'arc AQ de l'équateur, c'est-à-dire, que si l'arc AQ est d'un degré, il faudra quatre minutes à l'arc SO , grand ou petit, pour traverser le méridien : sa situation oblique ou inclinée, peut rendre sa longueur OS plus grande que celle de l'arc AQ ; sa distance à l'équateur peut aussi faire que l'arc OS soit plus petit que l'arc AQ , parce qu'il est compris entre deux cercles de déclinaison SA & OQ , qui sont perpendiculaires à l'équateur EAQ , & qui vont se rencontrer au pôle, en

sorte que leur distance est moindre vers *O* que vers *Q*; mais c'est toujours l'arc *AQ* de l'équateur qui règle le temps employé par le soleil à venir du point *O* jusqu'au méridien *AB*.

360. Pour combiner ensemble ces deux causes qui rendent inégaux les retours du soleil au méridien, concevons un soleil moyen & uniforme qui tourne dans l'équateur, de manière à faire chaque jour $59' 8''$ (307), & les 360° en même temps que le soleil par son mouvement propre, c'est-à-dire, dans l'espace d'un an, & qu'il parte de l'équinoxe du printemps au moment où la longitude moyenne du soleil est zéro; toutes les fois que ce soleil moyen arrivera au méridien, nous dirons qu'il est midi moyen, & si le soleil vrai se trouve plus ou moins avancé, en sorte qu'il soit plus ou moins de midi, nous appellerons la différence *EQUATION DU TEMPS*.

361. L'ascension droite moyenne du soleil se trouve marquée par le lieu de ce soleil moyen qui tourne uniformément dans l'équateur; l'ascension droite vraie du soleil, celle qui est marquée par le cercle de déclinaison qui passe par le vrai lieu du soleil, peut différer de plus de 4 degrés de la moyenne, par les deux causes dont nous avons parlé (357, 358); le soleil vrai peut passer un quart-d'heure plutôt ou plus tard que le soleil moyen; l'équation du temps va même jusqu'à $0^h 16' 10''$, ou à peu près, le premier de novembre.

Il suit de ces principes que la différence entre l'ascension droite moyenne du soleil & son ascension droite vraie, convertie en temps, donnera l'équation du temps, mais l'ascension droite moyenne est nécessairement de la même quantité que la longitude moyenne, puisque l'une & l'autre commencent & finissent à l'équinoxe, sont toujours proportionnelles au temps, & augmentent chaque jour de $59' 8''$, ainsi *l'équation du temps est la différence entre la longitude moyenne & l'ascension droite vraie du soleil, convertie en temps*.

Mais comme nous ne pouvons dans la pratique trouver cette différence que par une double opération, & d'après

deux principes différents (357, 358), il s'ensuit que l'équation de temps a deux parties; la première est la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, ou l'équation de l'orbite (308, 497) convertie en temps; la seconde est la différence entre la longitude vraie & l'ascension droite vraie, aussi convertie en temps: on trouve des tables de l'une & de l'autre partie jointes à toutes les tables du soleil.

362. La première partie, ou la première table quia pour argument l'anomalie du soleil, ou sa distance à l'apogée, va jusqu'à $7^{\circ} 42''$ de temps lorsque le soleil est dans les moyennes distances, c'est-à-dire, à 3 & à 9 signes d'anomalie moyenne; cette partie est chaque année la même, parce que l'équation du centre est toujours de $1^d 55' 31'' 6$; mais le temps de l'année où elle arrive n'est pas toujours le même, parce que le soleil arrive chaque année un peu plus tard à son apogée, à cause du mouvement de cet apogée (514).

La seconde partie de l'équation du temps qui a pour argument la longitude vraie du soleil, va jusqu'à $9^{\circ} 53' 7''$, lorsque le soleil est vers $46^{\circ} \frac{1}{4}$ des équinoxes; mais comme cette partie dépend de l'obliquité de l'écliptique dont la quantité diminue peu à peu, cette partie de l'équation du temps diminue de $0''$, 014 pour chaque seconde de diminution de l'obliquité de l'écliptique, ce qui fait $1''$ de temps dans l'espace d'environ 71 ans: il seroit aisé de s'en assurer en calculant la différence entre ES & EA (fig. 21), lorsque ES est de $46^{\circ} \frac{1}{4}$; car cette différence est alors de $2^d 58' 24''$, 8; en supposant l'angle E de $23^{\circ} 28' 20''$, ce qui fait $9^{\circ} 53' 7''$ de temps; on aura une équation plus petite quand on diminuera l'angle E .

La combinaison de ces deux causes d'équation, qui s'augmentent ou se détruisent réciproquement, forme l'équation du temps, qui ne passe jamais $16' 12''$, & qui est nulle quatre fois l'année.

Cette équation du temps, qui change quelquefois de $30''$ par jour, fait que les 24 heures solaires vraies different des 24 heures solaires moyennes, tantôt en plus, tantôt en

moins, les heures solaires vraies sont plus longues à la fin de décembre qu'à la fin de mars de 2 secondes chacune.

Des Passages au Méridien, du lever & du coucher des Astres.

363. LE PASSAGE d'une étoile au méridien se calcule par le moyen de sa différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile : en effet, pour trouver l'heure où l'étoile doit passer, il suffit de savoir de combien elle a suivi le soleil, ou de combien son ascension droite surpasse celle du soleil; si cette différence est de 15° au moment où elle passe dans le méridien, on est sûr qu'il est une heure de temps vrai, qu'il y a une heure que le soleil a passé au méridien, c'est-à-dire que l'étoile passe à une heure; tel est l'esprit de la méthode générale, à laquelle il est nécessaire d'ajouter quelques considérations.

Toutes les ascensions droites qu'on trouve dans le catalogue des étoiles, & qui y sont exprimées en degrés, minutes & secondes de degrés, étant converties en temps, si l'on en retranche l'ascension droite du soleil, aussi convertie en temps, pour un jour donné, l'on aura l'heure du passage de chacune de ces étoiles pour ce jour-là. On a vu en quoi consiste la conversion des degrés en temps (204).

364. Soit ∇ (fig. 29) l'équinoxe du printemps, que je mets toujours à l'occident ou à la droite dans toutes mes figures, M une étoile dans le méridien, ∇M l'ascension droite de l'étoile en M comptée de l'occident vers l'orient, ou de droite à gauche quand on regarde le midi; $\nabla \odot$ l'ascension droite du soleil; $M \odot$ leur différence, ou l'ascension droite de l'étoile moins celle du soleil; cette distance $M \odot$ du soleil au méridien marque toujours l'heure, ou le temps vrai (201) : cette distance est de 15° à une heure, de 30° à deux heures. La figure fait voir que pour avoir l'heure du passage au méridien, il suffit de retrancher l'ascension droite du soleil pour le même instant de celle de l'étoile, la différence $M \odot$, distance du soleil au méridien, étant convertie

temps, est l'heure cherchée. Pour éviter les conversions de temps en degrés & de degrés en temps, les astronomes ont coutume d'employer ces ascensions droites du soleil & des étoiles déjà réduites en temps.

365. On demande le passage de la Lyre au méridien le premier mai 1760, compté astronomiquement, c'est-à-dire, le passage qui suivra le midi du premier mai dans l'espace de 24 heures. Je suppose l'ascension droite apparente de la Lyre pour ce jour-là $277^{\circ} 12' 17''$, qui convertie en temps est de $18^h 28' 49''$; la distance de l'équinoxe au soleil le 1^{er} mai à midi, tirée des éphémérides, ou le complément de l'ascension droite du soleil, de $21^h 23' 51''$: j'ajoute l'ascension droite de la Lyre avec la distance de l'équinoxe, la somme est $39^h 53'$; j'en retranche 24^h qui font un jour entier, & j'ai $15^h 53'$ pour l'heure cherchée. Cette première règle d'approximation pourroit être défectueuse de 4' si l'étoile passoit à 23^h , parce que la différence d'ascension droite a été prise pour midi, & non pour 23 heures; c'est à l'heure même où l'étoile est dans le méridien, que la différence d'ascension droite donne le temps vrai; mais le changement n'est pas considérable dans l'espace de quelques heures, si ce n'est pour la lune; dans ce cas on en est quitte pour refaire le calcul une seconde fois, afin de corriger l'erreur de la première opération.

On se fait quelquefois de ce calcul une idée qui n'est pas exacte: on dit, par exemple, l'équinoxe passoit au méridien le 1^{er} mai à $21^h 24'$, la Lyre passoit $18^h 29'$ plus tard, donc elle passoit le 2 mai à $15^h 53'$. Cela seroit juste, si tous ces temps-là étoient des temps solaires vrais; mais comme ce temps solaire est trop inégal en différents mois de l'année, on préfère de convertir les ascensions droites en temps du premier mobile, & dès-lors il n'est pas exact de dire que l'équinoxe passoit au méridien à $21^h 24'$, & que la Lyre y passoit $18^h 29'$ après; il y a quelques minutes de différence, & on leve tous les embarras en calculant la différence des ascensions droites pour l'heure même où l'étoile est dans le méridien, comme je l'ai expliqué. Il est vrai que

dès-lors on suppose connue la chose même qu'on veut chercher, c'est-à-dire l'heure du passage; mais on la suppose connue à peu près, & on la cherche exactement; or pour la connoître à peu près, on n'a pas besoin des considérations que je viens de détailler, il ne faut qu'ajouter la distance de l'équinoxe au soleil, & l'ascension droite de l'étoile.

366. L'ANGLE HORAIRE d'un astre est l'angle au pôle formé par le méridien du lieu de l'observateur, & le cercle de déclinaison qui passe par l'astre dont il s'agit; c'est encore, si l'on veut, l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire de l'astre; c'est la distance de l'astre au méridien. Cet angle horaire est essentiel dans les calculs astronomiques pour trouver la hauteur d'un astre à un moment donné, son azimut & son angle parallaxique.

Soit QEM l'équateur (fig. 30), MCD le méridien, M le milieu du ciel, ME l'arc de l'équateur qui mesure l'angle horaire, ou la distance d'une étoile au méridien, comptée d'un passage par le méridien à l'autre, c'est-à-dire d'orient en occident jusqu'à 360° ; $\gamma \odot$ est l'ascension droite du soleil, $\odot M$ est l'angle horaire du soleil mesuré par le temps vrai donné; on les ajoutera pour avoir γM ascension droite du milieu du ciel, dont on ôtera l'ascension droite γE de l'étoile, & l'on aura l'arc ME , qui mesure l'angle horaire de l'étoile d'où résulte la règle suivante: *le temps vrai réduit en degrés, moins la différence des ascensions droites (qui est celle de l'astre moins celle du soleil) sera l'angle horaire de l'astre, compté jusqu'à 24 heures, & d'orient vers l'occident.* Cela revient au même que d'ajouter l'ascension droite du soleil avec le temps vrai réduit en degrés, & d'en ôter l'ascension droite de l'astre, pour avoir l'angle horaire.

367. Lorsqu'une planète ou une étoile est précisément dans l'horizon, sa distance au méridien ou son angle horaire (366) s'appelle *arc semi diurne*, & c'est la première chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du lever ou du coucher des astres (171). Soit HZO (fig. 31.) la moitié du méridien, HO la moitié de l'horizon, EQ la moitié de l'équateur, P le pôle, Z le zénith; L un astre placé à l'horizon.

zen au moment de son lever; ZL sa distance au zénith qui est de 90° ; j'entends sa distance apparente, car la distance au zénith nous paroît augmentée par la parallaxe, & diminuée par la réfraction, dont nous parlerons dans la suite; PL est la distance vraie de l'astre au pôle boréal du monde; c'est le complément de sa distance à l'équateur, ou de sa déclinaison LA , si elle est boréale; mais c'est la somme de 90° & de cette déclinaison, si elle est australe. L'arc PZ est la distance du pôle au zénith dans le lieu où l'on est, c'est-à-dire, le complément de la latit. ZE ou de la hauteur du pôle PO ; les trois côtés PL , PZ & ZL du triangle PZL étant connus, on en peut tirer la valeur de l'angle P par les règles de la trigonométrie sphérique; cet angle P ou ZPL est l'angle horaire de l'astre; c'est sa distance au méridien dans le moment où il se leve, ou son arc semi-diurne; quand l'arc semi-diurne du soleil est de 8^h , on est sûr que le soleil se lèvera à 4^h du matin. De même pour trouver l'heure du coucher du soleil, il suffit d'avoir l'arc semi-diurne du soir, c'est l'heure même du coucher du soleil; car si l'arc semi-diurne est de $4^h 5'$, comme cela arrive le 21 décembre à Paris, on est sûr que le soleil se couchera à $4^h 5'$; la raison est évidente: puisque le soleil étant en L dans l'horizon, l'arc semi-diurne EA de l'équateur ou l'arc ML du parallèle mesure l'angle horaire P , ce même angle P marque aussi le temps vrai; donc l'arc semi-diurne est lui même le temps vrai du coucher du soleil. Ainsi pour calculer exactement le lever du soleil, il suffit d'avoir sa déclinaison pour le moment où il se leve, & de faire le côté ZL de $90^\circ 32' \frac{1}{2}$, parce que la réfraction horizontale fait paroître le soleil trop élevé de $32' \frac{1}{2}$ (744). Sa parallaxe n'étant que $8'' 5$ peut ici se négliger. A l'égard des planetes & des autres étoiles fixes, il faut connoître l'heure du passage au méridien (363) aussi bien que la déclinaison de la planete, & quand on a trouvé l'arc semi diurne, on l'ajoute avec le passage au méridien pour savoir l'heure du coucher de la planete ou de l'étoile; on le retranche pour avoir le lever.

368. Les calculs des éclipses, & ceux de beaucoup d'ob-

servations, exigent que l'on connoisse la HAUTEUR d'un astre au dessus de l'horizon pour un moment donné; on la trouve en supposant également connues les quantités suivantes, 1°. la distance du pôle au zénith, ou le complément de la latitude du lieu; 2°. la distance de l'astre au pôle, égale à 90° plus ou moins la déclinaison; 3°. l'angle horaire formé au pôle du monde par le méridien du lieu, & par le cercle de déclinaison qui passe par l'astre; cet angle horaire, quand il s'agit du soleil pour l'après-midi, est égal à l'heure donnée, convertie à raison de 15° par heure; mais pour le matin, c'est son complément à 12^h, converti également en degrés. Quand il s'agit d'une étoile, c'est l'ascension droite du soleil, moins celle de l'étoile, ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés (366). Il faut alors résoudre le triangle PZS (fig. 31), dans lequel on connoît deux côtés & l'angle compris, savoir le côté PZ , complément de la latitude du lieu, PS complément de la déclinaison de l'astre, & l'angle P compris entre ces côtés, ou l'angle horaire, on trouvera le côté ZS opposé à l'angle connu, dont le complément à 90°, est la hauteur SL de l'astre au dessus de l'horizon.

369. L'angle formé par le vertical & par le cercle de déclinaison, ou cercle horaire d'un astre, s'appelle quelquefois *angle parallactique*, parce qu'il sert principalement à calculer les parallaxes, tel est l'angle PSZ (fig. 31). On peut le trouver en résolvant le triangle PZS avec les mêmes données.

Dans le même triangle PZS , connoissant l'angle horaire P & les deux côtés adjacents PZ & PS , on trouvera l'angle PZS ou l'angle HZL , qui est l'*azimut*; il est égal à l'arc LH de l'horizon compris entre le point du midi H & le point L de l'horizon auquel l'astre répond perpendiculairement.

L'AMPLITUDE est l'arc de l'horizon QL , compris entre le vrai point d'orient Q & le point où se leve l'astre L (175); cette amplitude se trouve de même que l'azimut, puisqu'elle est la différence ou la somme de 90°, & de l'azimut d'un astre qui est dans l'horizon.

DU SYSTEME DU MONDE.

370. La question du mouvement de la terre est un des objets qui ont été les plus discutés parmi les astronomes ; cependant elle n'étoit pas difficile pour de véritables Physiciens : mais la peine que les esprits ont toujours à s'élever au dessus de leurs anciens préjugés , ensuite le scrupule malentendu des Théologiens , ont retardé long-temps le progrès de la lumière ; enfin depuis environ un siècle il n'y a pas eu d'astronome un peu distingué , qui se soit refusé à l'évidence du *système de Copernic* ; c'est donc celui-là que j'appellerai le *système du monde* , & je ne parlerai des autres , que parce que l'histoire des progrès de l'esprit est toujours liée avec l'histoire de ses erreurs.

371. Le système du monde (a) comprend les planetes principales, les satellites & les cometes ; les planetes principales sont , 1°. le soleil , ou la terre à la place du soleil dans le système de Copernic ; 2°. Mercure ; 3°. Vénus , 4°. Mars ; 5°. Jupiter ; 6°. Saturne : leurs éléments particuliers , ou les détails de chacun , feront la matiere du livre suivant ; il ne s'agit ici que de leur disposition générale. La lune est réputée un satellite par rapport à la terre ; & comme elle a des inégalités d'une espèce toute différente , elle fera seule la matiere du livre IV. La théorie des satellites de Jupiter & de Saturne sera expliquée dans le IX^e livre , & celle des cometes dans le X^e.

372. Mais avant que de parler de la véritable situation des orbites planétaires , qui pour être connue exigeoit des observations & des réflexions approfondies , nous parlerons de ce qu'il y a de plus apparent & de plus simple à concevoir , & d'abord de l'hypothèse ancienne , imaginée pour représenter le mouvement annuel du soleil ; c'est le système suivant lequel Ptolomée & plusieurs anciens astronomes expliquoient la disposition générale du monde ; nous viendrons

(a) *Σύστημα, Constitutio, Collectio*, c'est-à-dire l'arrangement & l'assemblage des corps célestes.

ensuite au système de Copernic, & nous donnerons les preuves des mouvements réels de la terre, dont il importe au Lecteur d'être bien convaincu, avant que de passer à la théorie des planètes. Le système de Tycho-Brahé, postérieur à celui de Copernic, se trouvera réfuté par les preuves même de celui-ci; enfin, les phénomènes qui résultent du mouvement de la terre, viendront naturellement à la suite des preuves de ce mouvement.

373. Les anciens philosophes qui connoissoient très-peu les circonstances du mouvement des planètes, n'avoient pas de moyens évidents pour connoître la véritable disposition de leurs orbites, & ils varient beaucoup sur ce sujet. Pythagore & quelques-uns de ses disciples supposèrent d'abord la terre immobile au centre du monde, comme chacun est porté à le croire avant que d'avoir discuté les preuves du contraire; il est vrai que dans la suite, plusieurs disciples de Pythagore s'écarterent de ce sentiment, firent de la terre une planète, & placèrent le soleil immobile au centre du monde. Mais Platon fit revivre le système de l'immobilité de la terre; Eudoxe, Calippus, Aristote, Archimede, Hipparque, Sosigènes, Cicéron, Vitruve, Plin, Macrobe & Ptolomée suivirent ce sentiment, (Riccioli, *Almagestum*, t. II. p. 276, 279). On peut voir dans Plin, (*lib. II, c. 22.*) & dans Censorinus, (*de die natali, cap. 13.*) la manière dont Pythagore appliquoit les intervalles des tons à ceux des distances des planètes à la terre.

374. Ptolomée qui écrivit environ l'an 140 de J. C. ou vers les premières années de l'empereur Antonin, est celui qui a donné son nom à ce système, parce que son *Almageste* est le seul livre détaillé qui nous soit parvenu de l'ancienne astronomie: il essaie de prouver dans deux chapitres de cet ouvrage, que la terre est véritablement immobile au centre du monde, & il place les autres planètes autour d'elle dans l'ordre suivant: la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne; sa principale raison pour placer Mercure & Vénus au dessous du Soleil, étoit de suivre en cela le système le plus ancien, & de placer le Soleil au milieu des



planètes, enfin de le placer entre celles qui ne s'en écartent jamais que jusqu'à un certain point (Mercure & Vénus), & celles qui lui paroissent quelquefois opposées. Pour ce qui est de l'ordre des trois autres planètes, il pensa qu'elles devoient être d'autant plus près de nous, qu'elles tournoient en moins de temps; cette loi étoit du moins indiquée par l'exemple de la lune, qui tournant beaucoup plus vite que le soleil, étoit évidemment plus près de nous, puisqu'elle éclipsoit si souvent le soleil; il voyoit aussi que Saturne étoit la moins lumineuse de toutes les planètes, ce qui la faisoit présumer la plus éloignée, en même temps qu'elle étoit la plus lente de toutes. C'est à cela que je réduis les neuf raisons apportées par le P. Riccioli dans son *Almagestum novum*, (T. II. pag. 279.) en faveur de cette partie du système de Ptolomée.

Le système de Ptolomée est représenté dans la figure 40, d'après le IX^e livre de l'*Almageste* de Ptolomée; chaque planète y est marquée sur son orbite par le signe qui lui convient (83); en sorte que cette figure n'a besoin d'aucune explication.

275. Platon avoit changé quelque chose au système de Pythagore; plusieurs auteurs disent qu'il mettoit Mercure & Vénus au delà du Soleil; sa raison, disent-ils, étoit que Vénus & Mercure n'avoient jamais éclipsé le soleil, ce qui devoit arriver si ces planètes étoient, aussi bien que la lune, plus basses que le soleil. Ce système fut soutenu par *Théon* dans son Commentaire sur l'*Almageste*, & ensuite par *Géber*, le seul, entre les auteurs Arabes, qui se soit écarté du système de Ptolomée.

276. Les premiers observateurs remarquèrent certainement que Vénus ne s'écartoit jamais du soleil que d'environ 45° , mais il étoit très-naturel de croire que si elle eût tourné comme le soleil autour de la terre, elle auroit paru très-souvent opposée au soleil, ou éloignée de lui de 180° ; aussi les Egyptiens imaginèrent que Vénus devoit tourner autour du soleil comme dans un épicycle, au moyen de quoi ils expliquoient très-bien pourquoi elle paroissoit plus ou

moins brillante dans certains temps, sans jamais cesser d'accompagner le soleil, & il en étoit de même de Mercure. C'est Macrobe qui raconte avec éloge ce sentiment des anciens Egyptiens. (*Somm. Scip. lib. I, cap. 19*).

377. Cicéron, en faisant parler Scipion sur le système du monde, paroît dire que les orbites de Vénus & de Mercure accompagnent & suivent le soleil; *hunc ut comites sequuntur Venus alter, alter Mercurii cursus.* (*Somm. Scip.*)

Vitruve dit formellement que Mercure & Vénus entourent le soleil, & tournent autour de son centre, ce qui produit leurs stations & leurs rétrogradations apparentes (*Archit. lib. IX. c. 4*); en sorte qu'on peut le regarder comme un des anciens qui ont soutenu ce système des Egyptiens.

378. Martianus Capella, auteur que l'on croit avoir vécu dans le cinquième siècle, développe encore mieux ce système, & il y a un chapitre exprès de ses mélanges, dont voici le titre: *Quod tellus non sit centrum omnibus planetis*; il explique très-bien dans ce chapitre que les orbites de Vénus & de Mercure n'environnent point la terre, mais seulement le soleil qui est au centre de leurs cercles; que ces planètes sont quelquefois au delà du soleil, quelquefois en deçà; que dans le premier cas Mercure est moins éloigné de nous que Vénus; que dans l'autre il est plus loin de nous. Ce système des Egyptiens fut le principe des belles idées de Copernic sur le système général du monde: indépendamment de la preuve tirée de la proximité constante de Vénus au soleil, on y trouvoit l'avantage de rendre raison de ces inégalités appelées *stations & rétrogradations*, sans la ressource absurde des épicycles.

Le système des Egyptiens est représenté dans la figure 41, tel que nous venons de le décrire; la terre est placée au centre de la figure, elle est environnée par les orbites de la lune & du soleil; le globe du soleil en décrivant son orbite, est environné & accompagné des orbites de Mercure & de Vénus. Au dessus du soleil sont les trois autres orbites, placées comme dans le système de Ptolomée (374), & désignées par les caractères dont nous avons donné l'explication (83).*

379. L'hypothèse des Egyptiens satisfaisoit aux inégalités les plus remarquables de Mercure & de Vénus : à l'égard de Mars , de Jupiter & Saturne , il restoit dans ces planetes des inégalités bien étranges à expliquer, soit dans le système de Ptolomée, soit dans celui des Egyptiens. Toutes les fois que ces planetes approchent de leur conjonction avec le soleil , ou qu'elles sont dans la même région du ciel , elles ont un mouvement propre (85) , prompt & direct , c'est-à-dire vers l'orient , elles paroissent petites & fort éloignées de nous ; lorsqu'elles sont opposées au soleil ou à 180° de cet astre , elles paroissent plus grosses , plus brillantes , & semblent reculer vers l'occident , & leur mouvement propre paroît *rétrograde* (392). Dans les temps intermédiaires, elles sont *stationnaires*, paroissent immobiles dans le ciel , & d'une grandeur moyenne. Ces inégalités revenant toujours les mêmes toutes les fois que les planetes paroissoient à même distance du soleil , il sembloit à quelques philosophes que les aspects & les rayons du soleil avoient une force ou une influence qui produisoient dans les planetes toutes ces alternatives , qui étoient en effet toujours les mêmes quand les planetes étoient à même aspect , à même elongation ou distance apparente par rapport au soleil ; c'est ce qu'ils appeloient la deuxième inégalité, la premiere étant de même espece que celle du soleil , & n'ayant lieu toute seule que dans les oppositions.

380. Pour que le lecteur pût comparer la simplicité du système de Copernic avec l'absurde complication du système de Ptolomée , il faudroit rapporter l'hypothèse de la seconde inégalité des planetes selon Ptolomée , au moyen de l'épicycle porté sur un excentrique ; mais il vaut mieux passer à des choses plus satisfaisantes : il suffira de dire que chaque planete étant en conjonction avec le lieu moyen du soleil , étoit supposée partir du sommet ou de l'apogée de son épicycle ; elle employoit à parcourir cet épicycle tout le temps qui s'observe entre une conjonction moyenne & la suivante , c'est-à-dire le temps d'une révolution synodique ; (454) Saturne un an & 13 jours , suivant les anciens : Ju-

Jupiter , un an & 34 jours ; Mars , deux ans & 59 jours ; Vénus , un an & 219 jours ; Mercure , 116 jours , tandis que chaque épicycle parcouroit le cercle , appelé pour lors déférent , pendant la durée de la révolution périodique de la planète (85 , 454).

Je ne parlerai pas des exceptions que ces regles éprouvoient , des suppositions qu'il falloit y ajouter pour expliquer le mouvement des apsidés ; on trouveroit tout cela , si l'on en étoit curieux , dans le premier tome de l'Almageste du P. Riccioli , expliqué avec un détail immense & une extrême exactitude.

381. Copernic , qui préféroit les cercles concentriques aux excentriques , se servoit d'un premier épicycle pour la premiere inégalité , & en faisant tourner le centre d'un second épicycle sur la circonférence du premier , il auroit pu exprimer la seconde inégalité ; mais on va voir avec quel succès il rejeta celle-ci sur le mouvement de la terre.

Toutes les planetes décrivoient leurs épicycles , suivant les anciens , précisément dans l'intervalle de temps qu'il leur falloit pour revenir en conjonction avec le soleil. La *seconde inégalité* paroissoit donc dépendre du soleil ; ainsi elle dut inspirer l'idée d'examiner si un œil placé dans le soleil ne pourroit pas voir les choses dans un ordre plus simple , & si le soleil ne seroit pas le véritable centre de tous ces mouvements , qui avoient tant de rapport avec lui ; on avoit eu recours à cet expédient pour sauver les inégalités de Mercure & de Vénus , il étoit naturel d'y recourir pour les autres planetes.

Du Système de Copernic.

382. Ce fut l'embarras que trouva Copernic dans les hypotheses des anciens pour expliquer la seconde inégalité des planetes (380) , qui lui fit souhaiter de pouvoir les simplifier , ou en imaginer une qui fût moins absurde & moins compliquée ; il nous apprend dans la préface de son livre de *Revolutionibus Orbium* , que dans cette intention il avoit commencé par lire tout ce qu'il avoit pu trouver là-dessus

dans les anciens philosophes, pour sçavoir s'il n'y en avoit aucun qui eût attribué à la sphere d'autres mouvements que ceux dont on parloit depuis si long-temps dans les écoles; voici ce qu'il y trouva de plus remarquable.

Cicéron dit que *Nicetas* de Syracuse, au rapport de Théophraste, avoit pensé que le ciel, le soleil, la lune, les étoiles, ne tournoient point chaque jour autour de la terre, mais que la terre seule tournant sur son axe avec une très grande vîtesse, faisoit paroître tout le reste en mouvement. Plutarque raconte aussi que *Philolaüs* le Pythagoricien vouloit que la terre eût un mouvement annuel autour du soleil dans un cercle oblique, tel que celui qu'on attribuoit au soleil. *Héraclide* de Pont, & *Ephantus* Pythagoricien, attribuoient, à la vérité, un mouvement à la terre, mais seulement sur son axe, semblable à celui d'une roue. *Héraclide* & les autres Pythagoriciens soutenoient que chaque étoile étoit un monde qui avoit, comme le nôtre, une terre; une atmosphère & une étendue immense de matière éthérée: Aristote, (*de celo, lib. II, cap. 13*), dit aussi que les philosophes d'Italie appelés *Pythagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, & mettoient la terre au nombre des planetes qui tournoient autour du soleil comme leur centre commun.

383. Diogene Laërce dans la vie de *Philolaüs*, dit que les uns lui attribuoient la première idée du mouvement de la terre, & que les autres l'attribuoient à *Nicetas*: *Philolaüs* avoit été disciple de Pythagore, & vivoit environ 450 ans avant J. C. On peut ajouter à ces idées sublimes des plus anciens philosophes, les passages où Sénèque explique de la manière la plus philosophique, les rétrogradations des planetes. “ Il s'est trouvé des philosophes qui nous ont dit, „ vous vous trompez, en croyant qu'il y ait des astres qui „ rétrogradent & qui s'arrêtent, cette bizarrerie ne peut avoir „ lieu dans les corps célestes: ils vont du côté où ils ont été „ jetés; ils ne suspendent jamais leurs cours, ils ne changent „ jamais leur direction; pourquoi donc paroissent-ils quel- „ quefois retourner en arrière? c'est le soleil qui en est cause:

„ leurs orbes ou leurs cercles sont placés de manière à nous
 „ tromper dans certains temps ; tout ainsi qu'on croit sou-
 „ vent immobile un vaisseau qui va pourtant à pleines
 „ voiles „. (*Sen. quest. nat. l. VII. c. 25 & 26*).

Des autorités si positives donnerent de la confiance à Copernic, & lui firent admettre d'abord le mouvement diurne, ou le mouvement de rotation de la terre sur son axe ; ce simple mouvement retranchoit de la physique des centaines de mouvements à chaque jour ; la simplicité de cette hypothèse suffisoit pour la rendre vraisemblable, & c'est une véritable démonstration pour tout homme qui veut s'affranchir des préjugés de son enfance.

384. En effet, quand on voit cette concavité immense de tout le ciel remplie d'une multitude d'étoiles, qui sont toutes à des distances prodigieuses de nous, des planètes qui ont toutes des mouvements contraires à ce mouvement de tous les jours : quand on réfléchit à la petitesse de la terre, en comparaison de toutes ces énormes distances, il devient impossible de concevoir que tout cela puisse tourner à la fois d'un mouvement commun, régulier & constant en 24 heures de temps, autour d'un atôme tel que la terre. Non seulement le mouvement diurne de tous les astres en 24 heures autour de la terre est une chose peu vraisemblable, j'ose dire qu'elle est absurde, & qu'il faut être aveuglé par le préjugé ou l'ignorance pour pouvoir se prêter à cette idée. Toutes ces planètes qui sont à des distances si différentes, & dont les mouvements propres sont si différents les uns des autres ; toutes ces comètes qui semblent n'avoir presque aucune ressemblance avec les autres corps célestes ; toutes ces étoiles fixes que les lunettes nous font voir par millions dans toutes les parties du ciel ; tous ces corps, dis-je, qui n'ont aucun rapport les uns avec les autres, qui diffèrent tout autant que le ciel & la terre, qui sont indépendants l'un de l'autre, & à des distances que l'imagination a peine à concevoir, se réuniroient donc pour tourner chaque jour tous ensemble, & comme tout d'une pièce, autour d'un axe ou essieu, lequel même change de place. Cette égalité dans le mouvement de

tant de corps , si inégaux d'ailleurs à tous égards , devoit seule indiquer aux philosophes qu'il n'y avoit rien de réel dans les mouvements diurnes , & quand on y réfléchit , elle prouve la rotation de la terre d'une manière qui ne laisse point de soupçon , & à laquelle il n'y a point de réplique.

Enfin , depuis qu'à l'aide des lunettes , nous voyons sans aucune espece d'incertitude le Soleil & Jupiter tourner sur leur axe (970) il est encore plus difficile de révoquer en doute la rotation de la terre qui est incontestablement moins grosse que le soleil.

385. Les anciens étoient obligés de supposer des sphares solides & transparentes comme le crystal , où ils enchaîsoient tous les astres , & ils faisoient tourner ces calottes sphériques les unes dans les autres ; le P. Riccioli même est obligé d'y avoir recours (*Almag. nov. II. 288*). Mais depuis qu'on a vu les planetes se rapprocher visiblement de nous , & s'en éloigner ensuite ; depuis qu'on a vu des cometes descendre si près de la terre , & remonter ensuite à perte de vue , les cieux solides sont une absurdité démontrée ; il devient donc également absurde de supposer que le soleil entier puisse tourner tous les jours & tout à la fois , tandis qu'il est composé de tant de milliers de pieces détachées , sans qu'aucune paroisse jamais recevoir plus ou moins de mouvement que les autres , même en décrivant des cercles qui sont tous de grandeurs différentes , à moins qu'on n'y applique des intelligences conductrices , occupées sans cesse à empêcher l'effet des loix du mouvement qui sont établies d'ailleurs dans toute la nature.

386. Le P. Riccioli oppose à tout cela des passages de l'Ecriture Sainte , où il est dit que le soleil se leve & se couche (410). Il propose ensuite 77 arguments contre le mouvement de la terre , & réfute 49 arguments qu'il suppose que l'on peut faire en faveur du système de Copernic : de toutes les preuves qu'il produit contre le mouvement de la terre , les seules qui me paroissent mériter quelque considération , se réduisent toutes à l'argument de Ptole-

158 ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE, LIV. II.
mée, (*Almag. lib. I.*), que Buchanan a exprimé dans les
vers suivans :

*Ipse etiam volucres tranantes aëra leni
Remigio alarum, celeri vertigine terræ
Abreptas gement sylvas, nidosque tenellâ
Cum sobole, & carâ forsan cum conjuge; nec se
Auderet zephиро solus committere turur. Sphæra, L. I.*

« Les oiseaux dans les airs, verroient la terre & les forêts
» fuir sous leurs pieds; ils verroient leurs nids, leurs petits,
» & peut-être leurs femelles, entraînés par le mouvement
» diurne de la terre vers l'orient; la tourterelle n'oseroit
» jamais s'éloigner de la surface de la terre par la crainte
» de perdre sa demeure ».

‡ 387. Copernic, (*L.I. c. 8*) Képler, Ptolomée lui-même
y avoient déjà répondu; il est impossible que des corps ter-
restres, & que l'athmosphère de la terre, qui depuis tant de
siècles tiennent à la terre, & tournent avec elle, n'en aient
pas reçu un mouvement commun, une impression & une di-
rection communes; la terre tourne avec tout ce qui lui ap-
partient, & tout se passe sur la terre mobile comme si elle
étoit en repos. Il est étonnant que Tycho, le P. Riccioli,
& tous ceux qui ont répété le même argument sous tant de
formes différentes, n'aient pas su que lorsqu'on joue aux
boules ou au billard dans le vaisseau qui va le plus vite, le
choc des corps s'y fait avec la même force dans un sens que
dans l'autre, & que lorsqu'on jete une pierre du haut du mât
d'un vaisseau en mouvement, elle tombe directement au pied
du mât, comme quand le vaisseau étoit en repos: le mouve-
ment du vaisseau est communiqué d'avance au mât, à la
pierre, & à tout ce qui existe dans le vaisseau, en sorte que
tout arrive dans ce navire comme s'il étoit immobile: il n'y
a que le choc des obstacles étrangers qui fait qu'on en ap-
perçoit le mouvement lorsqu'on est dans le navire; mais
comme la terre ne rencontre aucun obstacle étranger, il n'y
a absolument rien dans la nature, ni sur la terre, qui puisse

par sa résistance , par son mouvement , ou par son choc , nous faire appercevoir le mouvement de la terre. Ce mouvement est commun à tous les corps terrestres ; ils ont beau s'élever en l'air, ils ont reçu d'avance l'impression du mouvement de la terre , sa direction & sa vitesse , & lors même qu'ils sont au plus haut de l'atmosphère , ils continuent à se mouvoir comme la terre. Un boulet de canon qui feroit lancé perpendiculairement vers le zénith, retomberoit dans la bouche du canon, quoique pendant le temps que le boulet étoit en l'air , le canon ait avancé vers l'orient avec la terre de plusieurs lieues ; (il doit faire six lieues & un quart par minute, sous l'équateur) : la raison en est évidente ; ce boulet en s'élevant en l'air , n'a rien perdu de la vitesse que le mouvement de la terre lui a communiquée ; ces deux impressions ne sont point contraires ; il peut faire une lieue vers le haut pendant qu'il en fait six vers l'orient : son mouvement dans l'espace absolu est la diagonale d'un parallélogramme, dont un côté a une lieue, & l'autre six, il retombera par sa pesanteur naturelle , en suivant une autre diagonale , & il retrouvera le canon qui n'a point cessé d'être situé, aussi-bien que le boulet, sur la ligne qui va du centre de la terre jusqu'au sommet de la ligne où il a été lancé.

388. Pour que le boulet restât en l'air sur une même ligne perpendiculaire au point d'où il étoit parti, sans tourner avec la terre, il faudroit qu'il y eût une cause en l'air qui détruisît l'impression générale que ce boulet avoit reçue par le mouvement de la terre ; mais nous n'en connoissons aucune ; le boulet doit donc continuer de tourner autour du centre de la terre , lors même qu'il s'en éloigne par l'impulsion de la poudre ; la première & la plus générale des loix du mouvement, est qu'un corps déterminé une fois à se mouvoir dans une direction , continue uniformément & sur la même ligne , s'il n'y a pas de cause qui retarde ou anéantisse son mouvement ; cette loi s'observe & se vérifie par tout ; il n'est donc pas étonnant que les oiseaux, les nuages , les boulets, continuent d'avoir le même mouvement que la terre, lors même qu'ils s'en éloignent.

389. Mais si les corps terrestres ne peuvent décélérer le mouvement de la terre, tout ce qui est éloigné de la terre nous fait appercevoir ce mouvement : nous sommes sur un vaisseau qui se meut paisiblement sans que nous nous en appercevions, mais celui qui est sur le vaisseau voit les côtes & les villes s'éloigner de lui, *provehimur portu , terraque urbesque recedunt* ; nous voyons de même les planetes , les étoiles & tout le ciel , sans aucune exception , se mouvoir du même sens, & tout ce qui est hors de la terre nous avertit de notre mouvement.

390. Tandis que l'on ne voit contre le système de Copernic aucune espèce d'argument , nous avons au contraire une preuve bien physique & bien démonstrative de sa rotation diurne, par la diminution de pesanteur des corps qui sont sous l'équateur ; diminution qui est proportionnelle à la force centrifuge qui naît de la rotation de la terre, (816, 1011) & qui produit la figure aplatie de la terre, qui est encore une autre preuve du mouvement diurne. L'aberration des étoiles (783), & l'attraction universelle dont nous donnerons tant de preuves dans le livre XII, sont encore des démonstrations physiques & positives du mouvement de la terre.

391. Le mouvement diurne de la terre sur son axe une fois admis (il devenoit plus facile d'admettre un second mouvement de la terre dans l'écliptique ; celui-ci étoit indiqué par le phénomène des stations & des rétrogradations des planetes (380), qui deviennent de pures apparences, quand on admet le mouvement de la terre, & qui sont des singularités inexplicables dans chaque planète, lorsqu'on suppose la terre immobile.

392. C'est un phénomène observé dès le temps d'Hipparque dans toutes les planetes, qu'après avoir paru se mouvoir quelque temps d'occident en orient, suivant l'ordre des signes, elles s'arrêtent peu à peu & rétrogradent ensuite (379). La rétrogradation de Saturne dure environ 136 ou 140 jours sur une année ; ou plutôt sur un retour à sa conjonction ; celle de Jupiter 118 ou 122 ; celle de Mars, entre

59 & 79 ; celle de Vénus 42 ou 44 ; celle de Mercure 22 jours sur 115 que dure sa révolution synodique. L'arc de rétrogradation est de 6 à 7° pour Saturne , de 10° pour Jupiter ; il va de 10 à 19° pour Mars , il est de 16° pour Vénus , il est entre 19 & 16° pour Mercure. Ces rétrogradations reviennent toutes les fois que les planetes se trouvent en conjonction avec le soleil , c'est-à-dire , qu'elles dépendent du mouvement annuel du soleil. Pour les expliquer dans le système de Ptolomée , il falloit faire mouvoir chaque planète dans un épicycle par un mouvement qui dépendoit de la longueur de l'année , & qui étoit différent pour chaque planète (380) ; toute cette complication dispa- roît dans le système de Copernic ; ainsi cet astronome devoit être bien plus porté à l'admettre que les anciens Pythagoriciens , qui ne connoissoient pas ces inégalités des planetes ; & ce fut en effet la premiere raison qu'eut Copernic de chercher , vers l'an 1507 , d'autres hypotheses que celles de Ptolomée , pour expliquer les mouvements planétaires ; son livre parut en 1543 , & dès le temps de Galilée & de Képler , en 1600 , tout ce qu'il y avoit de plus habile dans l'astronomie , étoit du même sentiment que Copernic , & ne doutoit plus du mouvement de la terre : tous les progrès que l'on a fait ensuite dans l'astronomie ont produit sur cette matiere de nouvelles démonstrations ; il n'y a plus aucune raison de douter , ni aucune objection raisonnable à faire contre le mouvement de la terre.

393. Le système de Copernic est représenté dans la figure 42 ; le soleil est au centre du monde ; les planetes tournent autour de lui dans l'ordre suivant : Mercure , Vénus , la Terre , Mars , Jupiter & Saturne , à des distances du soleil qui sont entr'elles , comme les nombres 4 , 7 , 10 , 15 , 51 & 95 , quoiqu'on n'ait pas observé ces proportions dans la figure. Ces nombres , qui sont les plus simples & les plus faciles à retenir , sont tels que chaque unité vaut un peu plus de trois millions de lieues , de 25 au degré , ou de 2263 toises chacune ; on verra bientôt la manière de trouver ces distances (450.) On voit dans la même figure que la

terre est environnée par l'orbite de la lune qu'elle entraîne avec elle , ainsi que Jupiter est entouré par les 4 orbites de ses satellites , & Saturne par 5 autres satellites , dont nous parlerons dans le IX^e livre.

Je parlerai de l'explication des phénomènes qui résultent de ce système (412) , après que celui de Tycho m'aura donné l'occasion de démontrer encore mieux la vérité du système de Copernic , qui sera la base de tout le reste de cet ouvrage.

Du Système de Tycho-Brabé.

394. Nous ne parlons du système de Tycho qu'après avoir parlé de celui de Copernic , pour suivre l'ordre des temps & celui des ouvrages qui ont été faits là-dessus ; il est vrai que le système de Tycho a du rapport avec celui de Ptolomée , puisque l'un & l'autre adoptent le mouvement du soleil , & supposent la terre fixe ; mais il a encore plus de rapport avec le système de Copernic , puisque dans tous les deux les cinq planètes tournent autour du soleil , & que Tycho s'est conformé à cet égard aux démonstrations de Copernic , sans lequel il ne se seroit point élevé aussi haut.

Le système de Tycho est représenté dans la figure 43 que j'ai tirée de son ouvrage sur la comète de 1577 , imprimé à la suite de ses Lettres astronomiques , & qui est intitulé : *Tychonis-Brabé Dani de mundi aetherei recentioribus phaenomenis , liber secundus*. La terre *T* est placée au centre de la figure ; elle est environnée d'abord par l'orbite de la lune , & ensuite par celle du soleil. Autour du soleil *S* , comme centre , sont décrits cinq autres cercles pour représenter les orbites de Mercure , de Vénus , de Mars , de Jupiter & de Saturne ; & le soleil accompagné de toutes ces orbites , est supposé tourner autour de la terre *T* , qui est cependant beaucoup plus près de lui que les orbites de Jupiter & de Saturne. Je n'ai point représenté dans cette figure les satellites de Jupiter & de Saturne , de même que je n'ai point observé les proportions qui ont lieu dans les grandeurs des orbites , pour ne pas faire une trop grande figure.

395. Le système de Tycho-Brahé avoit été déjà soutenu, du moins en partie, par les Egyptiens (376). Tycho ayant reconnu comme eux que Vénus & Mercure tournoient évidemment autour du soleil, crut qu'il en pouvoit être de même des trois autres planetes; la conclusion étoit assez naturelle, elle rendoit uniforme les hypotheses de toutes les planetes, & supprimoit tous les épicycles de la seconde inégalité, par le seul mouvement du soleil.

Tycho-Brahé avoit une raison de plus pour soutenir ce système; Copernic avoit démontré 50 ans avant lui, que l'on expliquoit de la maniere la plus naturelle & la plus simple les phénomènes bizarres & singuliers des stations & rétrogradations de toutes les planetes, en les faisant tourner toutes autour du soleil; Tycho-Brahé étoit trop éclairé pour ne pas voir la beauté, la simplicité, & par conséquent la vérité de ce système; mais son respect pour quelques passages de l'écriture qu'il interprétoit mal, l'empêchoit d'adopter le mouvement de la terre; enfin, il avoit peine à concevoir ce déplacement de notre globe; accoutumé avec le vulgaire à le considérer comme la base éternelle & le fondement immobile de toute stabilité; il conserva donc tout ce qu'il put du système de Copernic, c'est-à-dire le mouvement de toutes les planetes autour du soleil, mais il fit tourner le soleil lui-même, accompagné de toutes ces planetes autour de la terre.

396. Tycho ne vouloit pas cependant qu'on crût qu'il n'avoit fait que retourner le système de Copernic pour former le sien: voici à quelle occasion il dit l'avoir imaginé: il observa soigneusement en 1582 Mars en opposition; il jugea qu'il étoit plus près de nous que le soleil, & dès-lors les hypotheses de Ptolomée ne pouvoient plus avoir lieu; car suivant Ptolomée, Mars devoit être plus loin que le soleil. D'un autre côté, Tycho crut remarquer que les comètes observées en opposition par rapport au soleil, n'étoient point affectées du mouvement annuel de la terre, comme cela devoit arriver dans le système de Copernic; cela lui fit rejeter l'hypothese de Copernic, & dès-lors il ne resta plus d'au-

tres moyens d'expliquer la proximité de Mars à la terre, si ce n'est par le système qu'il proposa.

Dans l'ouvrage qu'il fit à l'occasion de la comete de 1577, Tycho parle fort au long de son système, imaginé vers 1581. « J'avois remarqué, dit-il, que l'ancien système de Ptolomée n'étoit point naturel; la multitude des épicycles dont il se sert pour expliquer le mouvement des planetes par rapport au soleil, leurs stations & leurs rétrogradations, & une partie de leurs inégalités apparentes, est superflue; ces hypotheses mêmes péchent contre les principes de l'art, en supposant ces mouvements égaux; non autour de leur centre propre & naturel, mais autour d'un point étranger, c'est-à-dire, d'un autre cercle excentrique, qu'on appelle l'équant. Mais aussi je n'approuvois pas cette nouveauté introduite par le grand Copernic, à l'exemple d'Aristarque de Samos, dont parle Archimede dans son livre de *Arena numero*, adressé à Gédion, roi de Sicile; quoiqu'elle corrige de la maniere la plus savante tout ce qu'il y a d'inutile & de défectueux dans le système de Ptolomée, & qu'elle ne renferme rien qui soit contre les principes des mathématiques: cette lourde masse de la terre, si peu propre au mouvement, ne sauroit être ainsi déplacée & agitée d'une triple maniere, comme le seroient ces corps célestes, sans choquer les principes de la physique; l'autorité des Saintes Ecritures s'y oppose; je parlerai ailleurs de ces divers inconvénients, comme aussi de celui qu'il y auroit à supposer un espace immense entre l'orbite de Saturne & la huitieme sphere, qui ne seroit occupé par aucun astre. Je voyois donc que des deux côtés il y avoit des absurdités; ie me mis à examiner sérieusement s'il y avoit quelque hypothese qui fût parfaitement d'accord avec les phénomènes & les principes mathématiques, sans répugner à la physique, & sans encourir les censures de la théologie; je réussis au-delà des mes espérances, & je trouvai enfin une maniere de disposer les révolutions célestes, qui remédie à tous les inconvénients & dont je vais faire part aux amateurs de la physique céleste.

“ Je pense d’abord qu’il faut décidément & sans aucun
 „ doute , placer la terre immobile au centre du monde, en
 „ suivant le sentiment des anciens astronomes ou physiciens,
 „ & le témoignage de l’écriture ; je n’admets point avec
 „ Ptolomée & les anciens , que la terre soit le centre des
 „ orbes du second mobile ; mais je pense que les mouvements
 „ célestes sont disposés de manière que la lune & le soleil
 „ seulement avec la huitième sphère , la plus éloignée de
 „ toutes , & qui renferme toutes les autres , aient le centre
 „ de leur mouvement vers la terre ; les cinq autres planètes
 „ tourneront autour du soleil comme autour de leur chef
 „ & de leur Roi , & le soleil sera sans cesse au milieu de
 „ leurs orbes , qui l’accompagneront dans son mouvement
 „ annuel..... Ainsi le soleil sera la règle & le terme de
 „ toutes ces révolutions ; & comme Apollon au milieu des
 „ Muses , il réglera seul toute l’harmonie céleste de ces mou-
 „ vements dont il est environné „.

397. En même temps que Tycho regardoit le mouvement de la terre comme un paradoxe de théologie & de physique , il reconnoissoit son utilité en astronomie , comme on peut en juger par ce qu’il en dit dans ses Progymnasmes, (T.I. p.661) :
 “ J’avoue , dit-il , que les révolutions des cinq planètes que
 „ les anciens attribuoient à des épicycles , s’expliquent ai-
 „ sément & à peu de frais , par le simple mouvement de la
 „ terre ; que les anciens mathématiciens ont adopté bien
 „ des absurdités & des contradictions que Copernic a sau-
 „ vées , & qu’il satisfait même un peu plus exactement aux
 „ apparences célestes „. Mais on voit ensuite que Tycho regardoit le témoignage de l’Ecriture Sainte comme le plus grand obstacle au système de Copernic.

398. On voit encore dans une lettre de Tycho à Rothmann , mathématicien du Landgrave , en date du 21 février 1589 , ce que pensoit Tycho du système de Copernic :
 “ Lorsque je traiterai , dit-il , *ex professo* , des mouvements
 „ célestes , je ferai voir que mes hypothèses satisfont exac-
 „ tement aux apparences célestes ; qu’elles sont de beaucoup
 „ préférables à celles de Ptolomée & de Copernic , & s’ac-

» cordent mieux avec la vérité ; mais si elles vous déplaisent
 » si fort , si vous aimez mieux faire tourner la terre & les
 » mers accompagnées de la lune , par un mouvement an-
 » nuel , & donner un triple mouvement à un corps simple &
 » unique ; si vous voulez que cette terre , quoique si peu
 » propre au mouvement , & si fort au dessous des astres ,
 » soit cependant portée elle-même comme un astre dans la
 » région éthérée , vous êtes bien le maître. Mais n'est-ce
 » pas confondre les choses d'ici bas avec les choses célestes ,
 » & renverser de fond en comble tout l'ordre de la nature ?
 » Ne vous y trompez pas cependant , en croyant que Co-
 » pernic ait suffisamment répondu aux absurdités physiques
 » qui résultent de son hypothèse : je vous démontrerai quel-
 » que jour que tout ce que vous dites pour le défendre , ne
 » suffit pas pour mettre la chose hors de doute ; vous êtes
 » encore moins recevable dans l'interprétation que vous
 » donnez des passages de l'Écriture qui sont contraires à
 » votre système , &c. » (*Epist. astron. pag. 147*). Tycho
 s'efforce alors de prouver à son ami que l'Écriture Sainte
 est incompatible avec le système de Copernic.

399. Longomontanus, astronome célèbre qui vécut pen-
 dant dix ans chez Tycho-Brahé à Uranibourg, dont Ty-
 cho fait mention d'une manière honorable, & qui contribua
 à l'édition de ses Œuvres, ne put se résoudre à admettre tout-
 à-fait le sentiment de Tycho ; il admit le mouvement de
 rotation , (*Astronomia Danica, pag. 161, 220*), pour évi-
 ter de donner à toute la machine céleste cette vitesse in-
 croyable du mouvement diurne, qui par sa force centrifuge
 disperseroit bientôt les étoiles & les planètes, à moins qu'on
 ne supposât les cieux solides (385), comme le P. Riccioli
 est obligé de le faire (*Almag. novum II. 288*), ou des intel-
 ligences conductrices. Il en est de même d'Origan dans l'E-
 pître dédicatoire de ses Ephémérides, & d'Argoli dans son
Pandosium, c. 3. Il y a moins de difficulté à proposer contre
 ce système, que contre celui de Tycho-Brahé ; mais on a vu
 que le mouvement annuel est aussi évident que le mouve-
 ment diurne (392).

Objections contre le Système de Copernic.

400. Tous les motifs tirés de la simplicité de l'élégance du système de Copernic , & du parfait accord qu'on trouve dans tout l'astronomie en l'adoptant , équivalent à une démonstration pour tout physicien qui n'est pas prévenu d'avance contre la possibilité du mouvement de la terre ; il s'agit donc de répondre aux difficultés qu'on peut former contre ce mouvement , & dès-lors il ne restera presque rien à désirer pour nos preuves ; elles ne formeront peut-être pas une démonstration mathématique , mais bien un corps de preuves physiques équivalentes à une démonstration , sur-tout quand on y ajoutera les preuves directes que l'on a du mouvement de la terre (384 , 390 , 409).

Je réponds sur-tout avec plaisir aux objections de Tycho-Brahé contre le système de Copernic , parce que son témoignage est d'un si grand poids , sa réputation en astronomie mérite tant de respect , qu'il nous importe pour le système de Copernic de montrer que si Tycho avoit eu moins de préjugés , & s'il eût été instruit de ce qu'on a observé depuis sa mort , il ne seroit demeuré presque aucune des objections qu'il faisoit contre ce système.

401. Il demande à Rothmann (*Epist. astron. pag. 167*) , comment il se peut faire qu'un boulet jeté du haut d'une tour , tombe toujours exactement dans le point qui lui répond perpendiculairement au pied de la tour ; si la terre a un mouvement diurne , la tour doit avancer vers l'orient , & s'éloigner beaucoup du boulet avant qu'il soit arrivé au bas de la tour : mais on sait aujourd'hui , par les premiers principes de la mécanique & par l'expérience des vaisseaux , que le boulet ne doit point quitter la tour (387).

402. On ne peut imaginer , dira-t-on , que la terre se renverse tous les jours , & que dans douze heures nous aurons la tête en bas ; mais il est démontré par l'expérience des voyageurs , que nous avons des antipodes , qui ont les pieds tournés vers les nôtres (147) ; ainsi nous serons pla-

cés dans douze heures comme ils le sont actuellement; l'un n'est pas plus difficile à concevoir que l'autre.

403. La terre, disoit Tycho (398), est une masse lourde, inerte, vile & grossière, peu propre au mouvement, qui ne semble faite que pour être le fondement inébranlable de toute stabilité; vous voulez en faire un astre & la promener dans les airs, c'est une prétention trop étrange. Mais qu'y a-t-il de solide dans ce raisonnement de Tycho? N'y voit-on pas au contraire un homme prévenu d'une manière populaire pour les idées qu'il a reçues dans son enfance? Pourquoi la terre qui est beaucoup plus petite que le soleil, suivant les observations & les démonstrations même de Tycho, seroit-elle moins propre au mouvement que le soleil? Pourquoi seroit-elle plus vile & plus grossière que les planètes, qui sont opaques & obscures comme la terre, quand le soleil ne les éclaire pas; qui sont la plupart au moins aussi grosses que la terre, de l'aveu même de Tycho, & qui sont rondes comme la terre.

404. Tycho étoit choqué de la distance énorme à laquelle doivent se trouver les étoiles dans le système de Copernic, pour quel orbe annuel de la terre y paroisse comme insensible (768): il n'est pas vraisemblable, dit-il, que l'espace compris depuis le soleil jusqu'à Saturne, soit 700 fois plus petit que la distance des étoiles fixes, sans qu'il y ait d'autres astres dans l'intervalle; c'est cependant ce qu'il faut supposer: d'ailleurs les étoiles de la troisième grandeur, dont le diamètre apparent est d'une minute, seroient égales à l'orbe annuel de la terre tout entier, si elles ont seulement une parallaxe annuelle, d'une demi-minute: que fera-cedes étoiles de la première grandeur qui ont 2 ou 3 minutes de diamètre apparent?

Ces objections de Tycho n'auroient peut-être pas eu lieu dans ce siècle-ci; il auroit appris que les comètes, par des orbites beaucoup plus grandes que celle de Saturne, remplissent une partie de cet espace immense dont le vuide lui paroissoit inconcevable; il auroit su par la découverte des lunettes, que le diamètre apparent des étoiles de la première

grandeur n'est pas d'une seconde (769), & qu'ainsi l'on n'est point obligé de les supposer d'une grandeur si prodigieuse. Mais quand il faudroit admettre un intervalle immense vuide d'étoiles & de planetes, & convenir que les étoiles fixes que nous appercevons, sont incomparablement plus grosses que le soleil, je ne vois pas qu'il en résultât rien de positif contre le système de Copernic; les étoiles plus rapprochées & plus petites dans le système de Tycho, sont une chose trop indifférente pour former une preuve en sa faveur, puisque nous n'avons d'ailleurs aucune idée de leur grandeur réelle, non plus que de leur distance.

• 405. Tycho demande encore comment on peut concevoir le mouvement du parallélisme de l'axe de la terre, & comment un seul & même corps peut avoir ainsi deux mouvements différents, l'un qui transporte le centre du globe, & l'autre qui change la position de son axe. Mais le parallélisme de l'axe de la terre n'est point un mouvement particulier, comme le suppose Tycho, qui en fait toujours ce qu'il appelle *un troisième mouvement de la terre*; c'est une situation de l'axe, qui ne change point, parce qu'il n'y a aucune cause qui la fasse changer; il suffit que l'axe ait été dirigé une fois vers un point du ciel pour qu'il continue d'y être toujours dirigé (417), quoique la terre ait un mouvement annuel suivant une certaine direction: il n'y a aucune raison physique ni mathématique, d'où l'on puisse conclure que l'axe du mouvement diurne se dirigera perpendiculairement à l'orbe annuel: il n'y a entre ces deux mouvements aucune connexion ni dépendance: dans le temps que toutes les parties de la terre sont lancées du même côté par un mouvement de projection, elles acquièrent toutes des vîteses & des directions paralleles & égales; cela ne change donc rien à la situation qu'elles ont l'une par rapport à l'autre, & à celle qu'elles doivent continuer d'avoir. Ainsi l'on peut supposer que la terre, (qui d'abord auroit tourné autour d'un axe immobile), soit lancée dans une direction quelconque; toutes les parties recevant la même impression, il y a une compensation entiere des parties supérieures aux parties

inférieures, & elles conservent toutes le mouvement de rotation qu'elles avoient auparavant, c'est-à-dire, que chaque particule se meut dans une direction parallèle à celle qu'elle suivoit d'abord quand la terre étoit fixe. Lorsqu'une toupie tourne sur la table par un mouvement de rotation qui lui a été imprimé, cette table peut être transportée, & même lancée de haut en bas, de droite à gauche, obliquement, circulairement, sans qu'il en résulte aucune différence dans le mouvement de la toupie; on peut lancer cette toupie suivant la direction qu'on voudra, sans qu'elle cesse pour cela de tourner sur le même axe. Un boulet qui sort du canon, tourne presque toujours sur son axe, mais tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, suivant la nature des obstacles qu'il aura éprouvés avant de sortir du canon; cela n'est point incompatible avec l'explosion, & n'en dépend aucunement. Voyez les *nouveaux principes d'artillerie* de Robins, traduits par M. Dupuy en 1771.

406. Tycho croyoit trouver dans les comètes une objection très-forte contre le système de Copernic, en disant qu'elles n'étoient point affectées par le mouvement annuel de la terre. Il paroît même que dans le temps où Tycho songea en 1582 à former une hypothèse pour expliquer la proximité de Mars à la terre, la raison qui lui fit rejeter le système de Copernic, fut que les comètes ne paroissent point affectées par des inégalités apparentes, telles qu'il devoit y en avoir si la terre avoit eu un mouvement annuel. Cette raison étoit grave assurément; si elle eût été vraie, elle eût été sans réplique, mais Tycho avoit observé peu de comètes; s'il eût vu celle de 1681, dont la route est si compliquée & si bizarre en apparence, que M. Cassini en fit deux comètes différentes, mais devient une courbe exacte & régulière quand on tient compte du mouvement de la terre; s'il eût vu ces comètes dont la route tortueuse est représentée avec la dernière précision par une seule courbe décrite autour du soleil, & combinée avec le mouvement de la terre, comme on le verra dans le dixième livre, il eût changé probablement de langage; & ce qui fut pour lui une raison de

rejeter le système de Copernic , en eût été au contraire la plus forte démonstration.

407. Tycho étoit obligé , pour faire tourner les planetes autour du soleil , d'imaginer une espece de force centrale , ou de tendance vers cet astre : “ Quelle est , je vous prie ,
 „ écrit-il à Rothmann , (*Epist. astron. pag. 148*) , la matiere
 „ ténace , par laquelle certains corps , comme le fer & l'ai-
 „ man , s'unissent & se cherchent mutuellement , malgré les
 „ corps interposés ? Si cette force a lieu naturellement dans
 „ les corps terrestres inanimés , pourquoi ne l'imagineroit-
 „ on pas dans les corps célestes , que les Platoniciens & les
 „ Philosophes les plus sages ont regardés comme étant , pour
 „ ainsi dire , animés ou doués d'une vertu divine : lisez atten-
 „ tivement Pline à la fin du seizieme chapitre de son second
 „ livre sur la cause des stations & des rétrogradations des
 „ trois planetes supérieures ; ce qu'il en dit , quoiqu'obscur &
 „ même absurde , mérite quelque attention , & fait voir que
 „ parmi les plus anciens mathématiciens , & ceux même qui
 „ ont placé la terre immobile au centre du monde , il y en
 „ a eu qui n'ont point employé les épicycles , mais ont cru
 „ que ces apparences , par une certaine cause occulte , pou-
 „ voient se rapporter au soleil , & s'expliquer par leur dé-
 „ pendance du soleil , sans qu'il y eût entre le soleil & les
 „ planetes aucune matiere capable de les unir ensemble , „

Tycho concevoit donc une certaine force de connexion entre les planetes & le soleil , comme on l'admet générale-
 ment aujourd'hui (999) ; or cette force s'étend jusqu'à Sa-
 turne , c'est à dire , bien au-delà de la terre. Comment donc
 imaginer que la force du soleil capable de retenir des pla-
 netes plus grosses que la terre & à de plus grandes distances ,
 ne pût cependant rien sur celle-ci , & qu'au contraire le
 soleil armé de ce vaste cortège , & étendant sa force jus-
 qu'aux extrémités de ce système immense , fût cependant
 forcé de tourner sans cesse autour d'une terre plus petite
 & moins éloignée que les planetes sur lesquelles il étend
 son action : il est clair que c'est dans le système de Tycho-
 Brahé une véritable absurdité.

408. En matiere de physique on ne sauroit donner une démonstration rigoureuse & précise, comme dans la géométrie pure: si un homme placé fortuitement, & pour la premiere fois, dans un vaisseau & sur un fleuve, s'étoit persuadé d'avance fortement par quelque motif de prévention, que ce vaisseau est immobile, on auroit beau lui montrer la terre, les arbres & le rivage en mouvement, lui dire que tout cela ne sauroit être emporté à la fois du même sens, que le mouvement seul de son navire est la cause de toutes ces apparences, & suffit pour expliquer tous les mouvements qu'il apperçoit; s'il ne l'a jamais éprouvé lui-même en descendant à terre, s'il n'a point vu de bâtiment avancer sur l'eau, s'il a oui dire cent fois le contraire, il pourra toujours vous répondre que peut-être vous avez raison, mais qu'il n'a jamais éprouvé si cela est bien vrai. Tel est le cas du physicien qui voudroit démontrer au peuple le mouvement de la terre; il lui fera voir des milliers d'étoiles qui paroissent toutes avancer du même sens, quoiqu'elles soient à des distances prodigieuses les unes des autres; il lui dira qu'on ne peut même imaginer une cause commune pour tant de corps isolés & indépendants les uns des autres, capable de les entraîner à la fois, & de leur faire faire un tour entier tous les jours autour d'une petite masse de terre, que l'on n'appercevrait pas si l'on étoit placé vers une étoile: le physicien lui dira encore qu'un seul mouvement de rotation dans le petit globe de la terre, qui n'a que 1432 lieues de rayon, suffit pour causer cette infinité de mouvements apparens: tout cela ne sauroit convaincre ceux qui n'ont pas assez de physique pour éloigner les préjugés; ce n'est pas une démonstration proprement dite, on n'en sauroit avoir en physique; mais le physicien ne les exige pas, & il lui suffit d'avoir une foule de raisons à proposer, tandis qu'on ne sauroit lui faire une seule objection physique contre le mouvement de la terre.

409. Cependant on doit regarder comme des démonstrations directes & positives du mouvement de la terre, le phénomène de l'aberration des étoiles (liv. VII), la figure aplatie de la terre (liv. VIII), l'accourcissement du pendule

vers l'équateur (807), & tous les phénomènes qui prouvent l'attraction générale des corps célestes, (voyez le XII^e livre); parce que cette loi ne sauroit subsister sans le mouvement de la terre; c'est le premier fondement de toute astronomie & de toute physique céleste. Ainsi l'on peut dire qu'un traité d'astronomie est lui-même l'assemblage de mille preuves différentes du mouvement de la terre; l'enchaînement de toutes les parties de cet ouvrage se trouveroit rompu, & leur cohérence désunie, si l'on cessoit d'admettre ce mouvement.

410. Le P. Riccioli emploie plus de 200 pages *in-fol.* dans le second volume de son *Almageste*, à disserter sur le système de Copernic; il emploie sur-tout les témoignages sacrés qui y sont présentés dans toute leur force; il n'y a rien de remarquable parmi ces arguments qui ne soit renfermé dans ce que l'on a vu aux articles précédents. Il insiste beaucoup aussi sur les témoignages de l'Écriture, qu'on nous a si sérieusement opposés: Josué, c. 10, v. 13; Ps. 92, v. 1; Ps. 103, v. 5; Ecclésiaste, c. 1, v. 5; Isaïe, c. 34, v. 8; Juges, c. 5, v. 20; 3^e livre d'Esdras, c. 4, v. 38; mais quand on les lit sans préjugé, on y voit un langage ordinaire, qui ne pouvoit être différent sans devenir inintelligible, & l'on n'y voit rien qui paroisse tenir au dogme ni à la physique. Du reste plusieurs auteurs ecclésiastiques ont accumulé des raisonnements de toute espèce, pour faire sentir que les différents passages de l'Écriture où il est parlé du mouvement du soleil, peuvent s'entendre de celui de la terre sans leur faire violence. Il y auroit un zèle bien étrange à prétendre exclure des Livres saints toutes les expressions qui sont reçues dans la société. Au reste la cour de Rome n'a plus de scrupule à cet égard. On a même ôté de la dernière édition de l'*Index* l'article qui concernoit tous les livres où l'on soutient le mouvement de la terre, & lorsque j'étois à Rome je vis qu'il y avoit lieu d'espérer que bientôt on rendroit plus expressément aux physiciens toute liberté à cet égard.

411. La conclusion naturelle de tout ce qui précède, est que le système de Copernic est le seul qu'on puisse admet-

tre; il est prouvé autant qu'une chose physique peut l'être. Ainsi la terre tourne véritablement sur son axe & autour du soleil, de même que les autres planètes, & il n'y a aucune objection physique ni morale à faire contre ces deux mouvements; cela sera encore mieux démontré après que nous aurons expliqué tous les phénomènes de l'astronomie par le moyen de ce double mouvement.

Explication des phénomènes dans le système de Copernic.

412. LE MOUVEMENT DIURNE de tout le ciel s'explique avec une extrême facilité dans le système de Copernic; on a vu (384) que c'étoit la principale raison qui l'avoit fait admettre; il suffit en effet que nous tournions autour de l'axe de la terre, d'occident en orient, pour que tous les astres paroissent tourner au contraire d'orient en occident. Soit *BDAE* (fig. 44) le globe de la terre; *BA* l'axe de la terre dirigé vers le point *P* du ciel, *DE* le parallèle circulaire que décrit un point *D* de la terre par son mouvement diurne; *F* est le point de la sphère céleste qui répond verticalement au point *D* de la terre, *G* le point qui répond verticalement au point *E*; la ligne *CDF*, qui est la ligne du zénith ou la verticale du point *D*, tourne avec ce point autour du centre *C* & de l'axe *CP*; elle décrit par ce mouvement la surface d'un cône, dont le sommet est au centre *C* de la terre, & dont la base s'étend de *F* en *G*; le cercle céleste *FG* parallèle à l'équateur, est la base du cône que décrit la ligne du zénith *CDF*; il n'est pas dans le même plan que le parallèle terrestre *DE*, mais il lui correspond essentiellement, puisque tous les points de ce parallèle céleste *FG* sont éloignés du pôle céleste *P* du même nombre de degrés que le point *D* est éloigné du pôle *A* de la terre: la ligne du zénith *CDF* rencontrera dans les 24^h tous les points du ciel qui sont à la même distance du pôle *P*, c'est à dire, tous les points qui sont sur le parallèle céleste *FHG*, & ils paroîtront tous à son zénith. C'est ainsi qu'à Paris nous voyons successivement passer au zénith les constellations de Cassiopée, d'Andromède, de Per-

lée, du Cocher, de la grande Ourse & du Dragon, parce que notre verticale ou la ligne de notre zénith va les rencontrer tour à tour, & se placer sur ces différentes constellations, qui sont toutes à 41^{d} du pôle du monde P , ou du point vers lequel est dirigé l'axe CA de notre mouvement diurne.

413. LE MOUVEMENT ANNUEL s'explique avec la même facilité dans le système de Copernic; tout ce que nous avons dit du mouvement apparent du soleil dans l'écliptique (309 & suiv.) a lieu en conséquence du mouvement de la terre: quand la terre est dans le Bélier, le soleil paroît dans la Balance, qui est le signe opposé; la terre avance de 30^{d} , & se place dans le Taureau, le soleil paroît avancer d'autant; nous levoyons dans le Scorpion, & le lieu apparent du soleil est toujours opposé de 180^{d} , ou de six signes au lieu apparent de la terre. Ainsi dans la figure 47 soit S le soleil; TR l'orbite de la terre, $\Upsilon \odot \cap \text{P}$ le cercle céleste appelé *écliptique*, dans lequel on imagine les douze signes à une distance infinie de nous; le soleil S paroît répondre en \cap quand la terre est en T , parce que le rayon visuel mené de la terre au soleil s'étend vers le signe \cap , & nous disons qu'alors le soleil est dans la Balance; mais si la terre T étoit vue du soleil S suivant le rayon $ST\Upsilon$, elle paroîtroit en Υ , c'est-à-dire, dans le Bélier. Le lieu de la terre dans l'écliptique est donc toujours diamétralement opposé à celui du soleil; la terre ne sauroit changer de situation que le soleil ne paroisse changer d'autant, & il doit paroître toujours dans le signe opposé à celui de la terre. Ainsi la terre décrivant une orbite annuelle TR , qui la fait répondre successivement à tous les points $\Upsilon \odot \cap$, elle verra le soleil répondre lui-même à tous les points de l'écliptique; par conséquent le mouvement annuel de la terre produira le mouvement apparent du soleil, tel que nous l'observons, & tel qu'il a été expliqué dans le premier livre, art. 59 & suiv.

414. LE CHANGEMENT DES SAISONS s'explique très-bien dans le système de Copernic au moyen de l'inclinaison & du parallélisme constant de l'axe de la terre; mais ceci exige plus d'attention, & c'est de tous les phénomènes celui qui

prouve mieux le génie de Copernic. Le phénomène des saisons se réduit à ceci : les pays de la terre situés sous le tropique du Cancer, ou à $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude septentrionale, comme sont à peu près l'ancienne ville de Syene, celles de Canton & de Chandernagor, voient le soleil passer par leur zénith à midi dans le temps du solstice d'été, ainsi que tous les pays qui sont à même latitude ou à même distance de l'équateur. Au contraire, ceux qui sont à $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude méridionale par delà l'équateur, & sous le tropique du Capricorne, comme Rio-Janéiro, dans le Brésil, ont le soleil au zénith le 21 décembre, quand le soleil est dans le solstice d'hiver. Pour que cet effet ait lieu avec le mouvement de la terre, il nous suffit de la placer de manière que le rayon solaire dirigé vers le centre de la terre passe dans le premier cas sur un des tropiques terrestres, qui est celui de Chandernagor; & dans le second cas, sur le tropique opposé, qui est celui de Rio-Janéiro.

Soit S le soleil, (fig. 46), C & D deux points diamétralement opposés de l'orbe annuel de la terre; le point C où elle se trouve le 21 juin, & le point D où elle se trouve le 21 de décembre; EF le diamètre de l'équateur terrestre, GH le diamètre du tropique de Chandernagor, IK le diamètre du tropique de Rio-Janéiro; si l'axe PA de la terre est incliné de manière que l'équateur EF fasse un angle de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ avec le rayon solaire SC , c'est-à-dire, avec l'écliptique, (car le rayon solaire est toujours dans l'écliptique), l'angle HCF , ou l'arc HF étant de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, le rayon solaire aboutira au point H de la terre éloigné de l'équateur F de la même quantité, de $23^{\circ}\frac{1}{2}$, c'est à-dire, que Chandernagor & tous les points du même parallèle auront le soleil à leur zénith ce jour-là. Si au contraire l'axe PA étoit droit, ou perpendiculaire au rayon solaire SC , le diamètre ECF de l'équateur se dirigeroit suivant CS , & se confondroit avec lui; le soleil seroit donc perpendiculaire sur les lieux qui sont dans l'équateur terrestre, & alors les pays situés sous l'équateur (44) auroient le soleil à leur zénith; mais l'inclinaison de l'axe PA qui fait avec le diamètre CSD de l'écliptique, ou avec le rayon

rayon solaire SHC , un angle PCH de $66^{\circ} \frac{1}{2}$, est cause que le rayon solaire aboutit perpendiculairement en un point H de la terre différent du point F de l'équateur. Tous les pays situés sur le cercle dont GH est le diamètre, c'est-à-dire, sous le tropique du Cancer, en tournant ce jour-là autour de l'axe PA , passeront à leur tour au point H , ils auront tous le soleil perpendiculairement à leur zénith en passant en H sous le rayon solaire SH ; c'est ce qui doit arriver suivant les règles du mouvement diurne, tel qu'on l'observe (4, 73 & 412.)

La terre six mois après se trouvera de l'autre côté du soleil, dans le point D diamétralement opposé au point C , ce qui arrive dans le solstice d'hiver, le 21 décembre; supposons alors que l'axe TB soit situé comme il l'étoit dans le premier cas, c'est-à-dire, que TB soit parallèle à l'axe PA de la situation précédente, en sorte qu'il soit incliné du même sens & vers le même côté du ciel, qu'il l'étoit six mois auparavant, le tropique du Cancer GH fera dans la situation LM , & le rayon solaire SRD , au lieu d'aboutir au tropique du cancer en L , comme dans le premier cas, répondra en R au tropique RV , qui est celui de Rio Janéiro, c'est-à-dire, des pays situés à $23^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude méridionale; ce jour-là tous les pays situés sous ce tropique dont le diamètre est RV , passeront successivement au point R en tournant autour de l'axe TB , ils auront tous le soleil à leur zénith, ainsi le soleil aura véritablement décrit le parallèle de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, comme cela doit être suivant la règle du mouvement diurne (27, 73, 412).

415. Lorsque le soleil répondoit au tropique du Cancer, & qu'il étoit situé perpendiculairement sur le point H , tous les pays situés du côté du pôle arctique P , ou dans l'hémisphère boréal de la terre, avoient leur été; mais le rayon solaire étant devenu perpendiculaire en R sur le tropique austral ou tropique du Capricorne, les pays situés sur LM , & tous ceux qui sont au nord du côté du pôle arctique T , ont leur hiver, parce qu'ils reçoivent obliquement le rayon solaire, & que le soleil est éloigné de leur zénith ou du point L , de

47° qui est la quantité de l'arc RL ; ce sont les pays méridionaux situés sur le parallèle RV , & du côté du pôle austral & antarctique B , qui ont leur été ; comme les pays septentrionaux l'avoient au mois de juin, quand la terre étoit en C .

46. Ainsi le parallélisme de l'axe de la terre, ou des lignes PA , TB ; une fois supposé, l'on explique très-exactement & très-simplement les changements de l'hiver à l'été : à l'égard du printemps & de l'automne, on doit bien sentir qu'ils auront lieu dans le passage de l'hiver à l'été & de l'été à l'hiver ; le rayon solaire qui rencontroit la terre à 23° au nord de l'équateur, ne peut pas la rencontrer ensuite à $23^{\circ} \frac{1}{2}$ au midi de l'équateur, qu'il n'ait rencontré successivement les points qui sont entre deux ; on le verra facilement en faisant tourner autour d'une table un globe, ou seulement un jonc dont l'axe soit incliné, par exemple, toujours vers le midi ; un flambeau mis au milieu de la table éclairera perpendiculairement l'une des extrémités, ensuite le milieu, puis l'autre extrémité, suivant que le corps se trouvera à l'une des extrémités de la table ou à l'autre extrémité, ou au milieu ; ainsi l'axe étant toujours supposé parallèle à lui-même, quand la terre sera dans les signes du Bélier & de la Balance, au mois de mars & de septembre, le rayon solaire répondra perpendiculairement sur un point de l'équateur, puisque dans les mois de juin & de décembre il répondoit au nord & au midi de l'équateur.

47. Copernic qui le premier imagina cette explication des saisons par le mouvement de la terre, (*de Revolutionibus*, lib. 1. cap. 11), appelle ce parallélisme de l'axe un troisième mouvement, ou mouvement de déclinaison contraire au mouvement annuel : il arrive, dit-il, que par ces deux mouvemens égaux & qui se contrarient mutuellement, l'axe de la terre & son équateur sont toujours dirigés de la même manière & vers le même côté du ciel. Mais Copernic auroit bien pu se dispenser de nommer cela un troisième mouvement ; la mécanique nous fait voir plutôt que le parallélisme de l'axe n'est que la négation d'un troisième mouvement, il

en faudroit un pour que l'axe cessât d'être parallèle à lui-même, comme je l'ai expliqué art. 40.

418. Plusieurs personnes ont représenté par des machines planétaires le mouvement annuel de la terre autour du soleil, & le mouvement diurne, sur son axe constamment parallèle à lui-même : on trouve une machine de cette espèce décrite par *Nicolas Muler*, dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du liv. de Copernic, pag. 29; dans Fergufon, (*Astronomy explained*; 1764. pl. VI.) ; & il n'est pas difficile d'en imaginer de différentes espèces (a) ; mais il suffit pour représenter le parallélisme de l'axe de la terre, que son axe soit placé fixement sur une poulie ; & qu'au centre du soleil on ait placé une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin qui passe sur ces deux poulies en les serrant l'une & l'autre ; alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil, sans que son axe cesse d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel, & parallèle à lui-même : dans ce cas on emploie un mouvement particulier pour maintenir le parallélisme, mais dans le ciel c'est un effet naturel, & qui n'exige rien de particulier.

419. Avant que d'expliquer les autres changements que produit dans le ciel le mouvement de la terre, il est essentiel de bien comprendre la proposition suivante. *Si l'œil de l'Observateur, transporté par le mouvement annuel de la terre, continue de voir successivement un même astre sur des rayons parallèles entre eux, l'astre paroîtra n'avoir eu aucun mouvement.* Je suppose que l'observateur placé en *O*, (fig. 45.) ; voit un astre par le rayon *OS*, & qu'étant arrivé en *P* il le voit par un autre rayon *PM* parallèle au précédent, je dis que pendant tout le temps que l'œil a mis à aller de *O* en *P*, l'astre ne lui paroît avoir eu aucun mouvement, c'est à dire, qu'il le voit dans la même situation, dans la même région du ciel, & qu'il jugera l'astre immobile ou stationnaire. En effet, comme nous ne pouvons juger de la situation d'un astre qu'en le comparant à quelque point du ciel, à quelque

(a) On en trouve à Paris, chez Passéant, au Louvre; chez Vaugondy quai de l'Horloge; & chez Fortin, rue de la Harpe.

objet, à quelque astre, à quelque plan, ou à quelque ligne; soit OPR la ligne, ou la direction primitive que nous prenons pour terme de comparaison; l'angle SOR & l'angle MPR sont parfaitement égaux, puisque OS est parallèle à PM par la supposition; donc, la distance apparente de S & de M , par rapport au terme de comparaison OPR , sera dans les deux cas de 90° . Cette distance étant la même, nous n'auront aucun indice, aucune apparence de mouvement dans l'objet S ; nous ne pourrons donc faire autrement que de le juger immobile.

Pour peu qu'on y réfléchisse, on sentira qu'il est évident, comme nous l'avons supposé, qu'on ne peut appercevoir le mouvement d'un objet que par comparaison à un autre: si j'étois seul dans l'univers avec un astre S , & que nous fussons transportés ensemble d'un mouvement commun au travers des espaces imaginaires, il seroit impossible que je pusse reconnoître ou appercevoir ce changement; car quel indice en aurois-je?

420. On demandera maintenant quel est l'objet de comparaison dont il faut se servir; on demandera s'il y a un terme fixe, tel que la ligne OR , auquel un astronome puisse comparer les astres, pour juger s'ils ont quelque mouvement apparent: nous répondrons qu'il y a plusieurs de ces termes fixes; tels sont d'abord le plan de l'équateur ou celui de l'écliptique, lorsqu'il s'agit des étoiles fixes: comme ces plans sont fixes, ou que du moins on connoît très-bien leurs variations, on y rapporte les variations apparentes des étoiles fixes, pour avoir la quantité & la mesure de ces variations.

421. Le point équinoxial, ou la ligne menée au premier point du Bélier, est encore un terme fixe de comparaison représenté par la ligne OR , & l'on s'en sert aussi pour les planetes: toutes les fois que le rayon SO , qui marque le lieu de l'écliptique où est l'étoile, fera un angle droit avec la ligne OR , qui va vers l'équinoxe, nous jugerons nécessairement que l'astre a 90° de longitude; cette longitude ne changera point tant que l'angle MPR sera égal à l'angle

SOR ; nous jugerons l'astre , *ationnaire* , pendant tout le temps que l'angle *P* continuera de paroître égal à l'ang^{le} *O* , c'est-à-dire , que la planete continuera d'avoir 90° de longitude, rapportée à l'écliptique.

Mouvements des Planetes vus de la Terre.

422. APRE'S avoir prouvé que les planetes principales , aussi-bien que la terre , tournent autour du soleil , il est nécessaire d'expliquer les phénomènes, ou les apparences qui résultent de ce mouvement ; mais une partie de ces irrégularités vient de l'inclinaison des orbites planétaires par rapport à l'écliptique , ainsi nous commencerons par expliquer les effets de cette inclinaison.

Lorsqu'on observe les planetes dans leurs révolutions périodiques , au travers des étoiles fixes , on apperçoit qu'elles ne répondent pas tout à-fait aux mêmes points du ciel , lorsqu'elles passent à la même longitude & vers les mêmes étoiles, une planete qui aura passé au nord , ou au dessus d'une étoile, pourra dans la révolution suivante passer au dessous de la même étoile, & être plus ou moins éloignée de l'écliptique, c'est à-dire, avoir plus ou moins de latitude. D'ailleurs les planetes sont tantôt au nord de l'écliptique , & tantôt au midi , & cela va jusqu'à 9° ou environ ; ce qui prouve que les orbites planétaires ne sont pas dans le plan de l'écliptique , mais qu'elles lui sont inclinées. En effet , si les planetes tournoient toutes dans le même plan que la terre , nous les verrions toujours décrire dans le ciel la même trace , & rencontrer les mêmes étoiles , sans avoir aucune latitude, ou distance à l'écliptique ; au contraire nous observons sans cesse les planetes au dessus ou au dessous de l'écliptique , qu'elles traversent seulement deux fois à chaque révolution ; ainsi il est démontré par l'observation que les orbites des planetes sont inclinées à l'écliptique. Il est également démontré que les orbites planétaires sont des plans qui passent par le centre du soleil , puisqu'on voit qu'elles s'écartent toujours également au nord & au midi.

423. Les orbites des planètes étant toutes dans des plan différents & différemment inclinés, il a été nécessaire de rapporter ces divers mouvements à un même plan pour pouvoir les calculer tous par une méthode uniforme; on a choisi, pour cet effet, le plan de l'écliptique, ainsi que nous l'avons expliqué (98), & cela pour deux raisons: la première, c'est que le soleil étant le plus remarquable de tous les astres, celui que l'on observe le plus facilement en tout temps, il est plus naturel de le choisir pour terme de comparaison, & de rapporter à son orbite celles des autres planètes, la seconde raison de cette préférence est que les orbites planétaires s'écartent peu de l'écliptique, & font avec elle de très-petits angles, en sorte que les réductions sont moindres & plus commodes que si l'on rapportoit les orbites à un autre plan, comme seroit celui de l'équateur, auquel on avoit coutume autrefois de rapporter tous les mouvements célestes.

424. UN PLAN en général est une surface sur laquelle on peut tracer en tout sens une ligne droite: c'est la définition la plus exacte qu'on en puisse donner: car une surface n'est plus un plan, si une ligne droite ne s'y confond & ne s'y réunit pas dans tous ses points & en tout sens: de cette définition l'on peut aisément tirer toutes les propriétés des plans, telles qu'elles se trouvent dans le XI^e livre des Eléments d'Euclide; mais il me suffira de rappeler ici celles dont nous ferons le plus d'usage dans cet article.

Un plan incliné sur un autre, le coupe suivant une ligne droite, qu'on appelle la *commune section*; ainsi le plan *DABC*, planche VII, fig. 48, & le plan *FABE* passant tous deux par la ligne *AB* qui leur est commune, on nommera cette ligne *AB*, la *commune section* de ces deux plans.

425. Si l'orsque deux plans se coupent, on tire dans chacun de ces plans une ligne droite perpendiculaire à la commune section en un même point, ces deux lignes feront entr'elles un angle égal à l'inclinaison des deux plans; en effet, nous n'avons aucune manière plus naturelle de mesurer l'angle d'inclinaison des deux plans, que de prendre l'inclinaison

son des lignes dont ces plans sont formés ; mais il faut choisir des lignes perpendiculaires à la section ; sans quoi il n'y auroit rien de déterminé, les lignes obliques pouvant faire des angles de plus en plus petits à volonté.

Soit un plan $ABCD$, incliné sur un autre plan $ABEF$, en sorte que AB soit leur commune section, & que les lignes EB , CB soient perpendiculaires sur la section AB , elles feront entr'elles un angle CBE , que l'on prend pour mesure de l'angle d'inclinaison de ces deux plans ; si l'on prenoit deux autres lignes BG & BH faisant avec la section AB des angles aigus, l'angle GBH compris entre ces deux lignes, seroit toujours plus petit que l'angle CBE ; il le seroit d'autant plus que les points G & H approcheroient davantage de la section BA , & il n'y auroit rien de déterminé pour la mesure de l'inclinaison des deux plans. D'ailleurs la mesure des angles doit être uniforme & croître également pour un mouvement égal des plans : or les lignes perpendiculaires à la commune section sont les seules qui parcourent des espaces égaux, & correspondants à un mouvement égal d'un point quelconque du plan ; ainsi nous supposons comme une chose nécessaire & évidente, que *l'angle de deux plans est égal à celui que forment deux lignes de ces plans, perpendiculaires à leur commune section.*

426. On rapporte à l'écliptique l'orbite d'une planete vue du soleil, en la considérant comme un grand cercle de la sphere, de la même maniere que nous avons rapporté l'écliptique à l'équateur (94). Soit ALN l'écliptique, (fig. 49), $APMN$ l'orbite d'une planete, P le lieu de cette planete, PL un arc du cercle de latitude qui passe par le centre de la planete, & tombe perpendiculairement sur l'écliptique ALN ; le point L sera le lieu de la planete réduit à l'écliptique, sur lequel se marque la longitude de la planete. Les points A & N où l'orbite de la planete traverse l'écliptique, sont les Nœuds de la planete. Le nœud A où se trouve la planete quand elle passe du midi au nord de l'écliptique, s'appelle Nœud ASCENDANT, parce qu'alors la planete monte vers le pôle qui pour nous est le plus élevé ; le nœud N où passe

la planète pour retourner au midi de l'écliptique, est le NŒUD DESCENDANT, on le marque ainsi Ω , dans les livres d'astronomie, & le nœud ascendant est figuré par le caractère \oslash . La manière de trouver par l'observation le lieu du nœud sera expliquée ci après (516).

417. L'arc PL du cercle de latitude, compris entre le lieu P de la planète & l'écliptique, s'appelle la *latitude de la planète*; si les arcs AP , AL , & PL ont leur centre au centre du soleil, la latitude PL est celle qu'on observeroit si l'on étoit au centre du soleil, nommée *latitude héliocentrique* (a); mais si l'on rapporte la planète à des cercles dont le centre soit supposé au centre de la terre, alors l'arc PL s'appelle *latitude géocentrique*. La latitude héliocentrique PL est nommée aussi *inclinaison* par quelques auteurs, tels que M. de la Hire & M. Halley, mais j'appellerai toujours *INCLINAISON* l'angle A que fait l'orbite AP avec l'écliptique AL , & *latitude héliocentrique* la distance à l'écliptique, vue du soleil,

418. L'arc AP de l'orbite d'une planète, compté depuis le nœud ascendant vers l'orient, s'appelle *argument de latitude*, parce que de cette quantité AP dépend la latitude PL . Pour avoir l'argument de latitude, on retranche le lieu du nœud du lieu de la planète, la différence est l'argument de latitude.

Je dis que c'est le lieu du nœud qu'il faut retrancher du lieu de la planète, & non pas celui ci du premier; & je dois faire à cette occasion une remarque à laquelle il faudra recourir dans beaucoup d'autres circonstances: l'argument de la latitude est la quantité dont la planète est plus avancée en longitude que son nœud ascendant; c'est le chemin qu'elle a fait depuis son passage par le nœud, ou l'excès de sa longitude actuelle sur la longitude qu'elle avoit en passant par son nœud; si donc on ôte de sa longitude actuelle celle du nœud, on aura cet excès cherché. Il arrive souvent que la longitude du nœud que nous devons retrancher, est plus grande que celle de la planète dont il faut la retrancher; alors on ajoute à celle-ci douze signes pour pouvoir faire

(a) ἡλιος, *sol*, γῆ, *terra*, κέντρον, *centrum*.

la soustraction, en anticipant sur le cercle décrit précédemment par la planète.

429. La latitude des planètes est boréale dans les six premiers signes de l'argument de latitude; en effet, lorsque la planète parcourt le demi-cercle $APMN$ qui est au nord de l'écliptique, en partant du nœud ascendant A (426), sa latitude est évidemment boréale, & son argument de latitude moindre que 180° . Après avoir parcouru 6 signes ou 180° , la planète passe par son nœud descendant N , elle se trouve au midi de l'écliptique, sa latitude est australe, & son argument de latitude surpasse six signes.

430. Pour calculer la latitude d'une planète, quand on a son argument de latitude & l'angle d'inclinaison, formé par l'orbite de la planète sur l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle APL dont on connoît l'hypothénuse AP & l'angle A , on cherche le côté PL opposé à l'angle connu; c'est la latitude de la planète.

431. LA RÉDUCTION À L'ÉCLIPTIQUE est la différence entre l'argument de latitude, & la distance de la planète au nœud, comptées sur l'écliptique, c'est-à-dire, la différence entre AP & AL . Ainsi pour calculer la réduction à l'écliptique, il suffit de résoudre le triangle APL par les règles de la trigonométrie sphérique, & de chercher l'arc AL de l'écliptique. Cet arc sera plus petit que l'argument de la latitude AP de la quantité de la réduction à l'écliptique.

432. Cette réduction se retranche de l'argument de la latitude AP , pour avoir AL sur l'écliptique, quand la distance AP est moindre que 90° ; mais dans le second quart de l'argument, l'hypothénuse Ap devient plus petite que l'arc Al de l'écliptique, & il faut alors ajouter la réduction; en effet, puisque $APMN$ & $ALON$ sont chacun un demi-cercle, & que dans le petit triangle Npl , Np qui est l'hypothénuse surpasse Nl , il faut que le supplément Ap de l'hypothénuse soit plus petit que le supplément Al du côté Nl ; donc, il faut ajouter la différence, qui est la réduction, avec l'argument de la latitude Ap dans le second quart de cet argument, depuis 3 jusqu'à 6 signes; dans le troisième quart de l'argument de la-

titude, c'est-à-dire, au delà du point *N*, la réduction sera soustractive comme dans le premier & dans le quatrième quart, c'est-à-dire, lorsque l'argument surpassera 9 signes, la réduction se trouvera additive comme elle l'étoit depuis 3 jusqu'à six signes. La réduction à l'écliptique est nulle dans les limites, c'est-à-dire, à 90° du nœud, comme en *M*, car l'arc *AM*, aussi bien que l'arc *AO*, son exactement de 90° ; cela ne paroît pas dans la figure, parce que le demi-cercle *AON* y est représenté par une ligne droite, tandis que le demi-cercle *AMN* y est représenté par une ligne courbe, mais l'imagination ou le globe y suppléent facilement.

433. Les longitudes qui sont dans les tables astronomiques, sont comptées sur l'orbite de chaque planète de la manière suivante : supposons que le point *C* de l'écliptique soit le point équinoxial d'où l'on compte les longitudes, & qu'on ait pris un arc *AB* de l'orbite égal à l'arc *AC* de l'écliptique, le point *B* est celui d'où les époques sont comptées, en sorte que quand la planète est en *P*, sa longitude est l'arc *BAP*, ou la somme des arcs *CA* & *AP*, & sa longitude réduite à l'écliptique est l'arc *CAL*.

434. Lorsque la réduction à l'écliptique a été ajoutée à la longitude de la planète dans son orbite ou retranchée suivant les cas, on a la longitude réduite à l'écliptique, & c'est celle que les astronomes emploient ordinairement dans leurs calculs.

435. Quand on considère l'orbite d'une planète comme une circonférence tracée dans la concavité du ciel, ainsi que nous venons de le faire, on ne veut pas dire & on ne suppose pas que la planète parcoure réellement une circonférence de cercle; nous ferons voir au contraire que c'est une ellipse souvent très-allongée (468); mais tous les points d'une orbite planétaire, vus d'un point quelconque placé dans l'intérieur de cette orbite, & dans le même plan, se rapportent dans la sphère céleste & dans la région des fixes, à des points qui étant tous dans le plan d'un grand cercle (422), y forment la trace d'une circonférence, à quelle distance que ces points puissent être du point où

est l'observateur, les distances réelles ne s'apprécient point à l'œil, mais les angles sous lesquels paroissent les mouvements des planetes, nous les font toujours envisager, & nous les font paroître comme s'ils se faisoient dans des cercles.

436. APRES avoir considéré l'orbite d'une planete comme un grand cercle qui seroit vu de son propre centre, examinons-la sous un autre point de vue, c'est-à-dire, par rapport à la terre, pour pouvoir tenir compte des changements que la théorie précédente éprouve à cause du mouvement de la terre.

Soit S le soleil (*fig. 50*), TRN l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan passe par le soleil : $AMDP$ une orbite planétaire dont le plan passe aussi par le soleil, mais s'incline sur celui de l'écliptique, & le coupe sur la commune section ADN ; il faut concevoir que la partie AOD est relevée au-dessus du plan de notre figure, & que la partie DMA est plongée au dessous du papier; la planete au point A de son orbite est dans le plan même de l'écliptique, elle est sur la ligne ADN commune aux deux plans, & qui s'étend en N dans l'écliptique, aussi-bien que dans l'orbite de la planete : mais en quittant le point A la planete s'élève au-dessus de la figure que nous supposons représenter le plan de l'écliptique, elle s'élève de plus en plus jusqu'à ce qu'elle arrive au point O où son orbite est la plus éloignée de l'écliptique.

437. Ce point le plus éloigné est ce qu'on appelle la limite boréale; après l'avoir passé, la planete descend en D où elle traverse de nouveau le plan de l'écliptique; & plongeant alors au-dessous de l'écliptique, elle décrit la portion inférieure DMA , qu'il faut imaginer abaissée de quelques degrés au-dessous de notre plan. Le point A par lequel une planete passe pour s'élever du côté du pôle septentrional au nord de l'écliptique, est le Nœud ascendant (426); le point D par lequel elle passe pour aller dans la partie méridionale DMA , est le Nœud descendant; la distance de la planete P à son nœud ascendant, c'est à-

dire, l'arc AP de son orbite, ou plutôt l'angle au soleil ASP , s'appelle *argument de latitude*.

438. La partie AOD de l'orbite étant conçue relevée au dessus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire PL tirée du point P , où se trouvera la planète, jusques sur le plan de la figure, qui est le plan de l'écliptique; PL fera la hauteur perpendiculaire de la planète au dessus du plan de l'écliptique, l'angle PSL sous lequel paroît, vue du soleil, cette distance perpendiculaire de la planète à l'écliptique, est la *latitude héliocentrique* (417); l'angle PTL sous lequel paroît cette même ligne vue de la terre T , est la *latitude géocentrique*, la ligne SP est la vraie distance de la planète au soleil, ou son rayon vecteur; la ligne SL est sa *distance accourcie*, (*distantia curtata*), ou la distance réduite à l'écliptique; de même PT est la vraie distance de la planète à la terre, LT est la distance accourcie de la planète à la terre. La ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, elle est nécessairement perpendiculaire sur toutes les lignes de ce plan & par conséquent sur TL , ainsi l'angle PLT est un angle droit; il suffit de se bien représenter la ligne PL tombant à plomb sur la figure, & l'on verra que les triangles PLS , PLT , sont tous deux rectangles au point L qui est celui où aboutit la perpendiculaire PL abaissée sur le plan de l'écliptique.

439. De même que l'arc AP , ou l'angle ASP , argument de latitude, est la distance de la planète à son nœud comptée sur l'orbite, ainsi l'angle ASL est la distance de la planète au nœud réduite au plan de l'écliptique; cette distance prise par rapport au nœud le plus proche, est plus petite que la distance mesurée sur l'orbite (431), ou plus petite que l'angle ASP , parce que la ligne PL qui tombe perpendiculairement sur le plan de l'écliptique, a son extrémité L plus près de la ligne des nœuds ASN , que son sommet P , ce qui rend l'angle ASL plus petit que l'angle ASP ; la différence de ces deux distances au nœud, l'une sur l'écliptique & l'autre sur l'orbite, s'appelle la *réduction à l'écliptique* (431).

440. Nous avons démontré que les planètes tournent au-

tour du soleil (411) ; nous verrons dans le livre suivant la manière de trouver les dimensions de leurs orbites par des observations rapportées au soleil ; mais comme c'est sur la terre que nous observons , il s'agit d'examiner dès à présent ce qui résulte de cette transposition , & ce que nous devons faire pour rapporter au soleil des observations faites sur la terre.

Puisque nous sommes fort éloignés du soleil , nous ne pouvons appercevoir ni rapporter les planètes à l'endroit auquel nous les rapporterions si nous étions dans le soleil , & la longitude que nous observons dans une planète , n'est presque jamais celle que nous observerions si nous étions dans le soleil : la longitude vue de la terre , s'appelle *longitude géocentrique* , celle qu'on observeroit si l'on étoit placé au centre du soleil , s'appelle longitude héliocentrique. Nous avons expliqué ces deux mots (417).

441. LA PARALLAXE ANNUELLE ou la parallaxe du grand orbe, *prosthaphæresis orbis*, est la différence de ces deux longitudes , & c'est le premier phénomène que produit notre éloignement du soleil & du centre des mouvements planétaires. Soit S le soleil (fig. 50 & 51), L le lieu d'une planète dans l'écliptique, & T la terre dans son orbite TNR ; l'angle TLS formé par la distance raccourcie SL de la planète au soleil , & par la ligne TL menée de la terre au lieu L de la planète réduit à l'écliptique , s'appelle la *parallaxe annuelle* ; cet angle TLS est la différence entre la longitude héliocentrique & la longitude géocentrique ; car si l'on tire la ligne SF parallèle à TL , elle marquera dans le ciel la même longitude que la ligne TL (419) , c'est-à-dire , la longitude géocentrique de la planète L : or, l'angle LSF qui est égal à son alterne SLT , & la différence entre la longitude marquée par SF & la longitude héliocentrique marquée par SL : donc l'angle SLT , ou la parallaxe annuelle, est la différence entre la longitude géocentrique & la longitude héliocentrique ; c'est aussi l'angle formé dans le plan de l'écliptique par les distances raccourcies d'une planète au soleil & à la terre , c'est-à-dire SL & TL .

442. Lorsqu'on connoît l'orbite d'une planete par le moyen des observations rapportées au soleil, & des méthodes qui seront expliquées dans le livre suivant, on est en état de trouver pour un temps quelconque la longitude héliocentrique d'une planete, & son rayon vecteur ou sa distance au centre du soleil; si dans le même temps on connoît aussi la longitude héliocentrique de la terre, qui est toujours à 6 signes de celle du soleil, avec la distance du soleil à la terre, on aura tout ce qui est nécessaire pour calculer la longitude de la planete vue de la terre. Soit ST la distance du soleil à la terre, SL la distance accourcie de la planete au soleil, l'angle TSL égal à la différence des longitudes de la planete P & de la terre T , vues du soleil, qu'on appelle *commutation*; la résolution du triangle TSL dont on connoît 2 côtés, & l'angle compris fera connoître l'angle à la terre, ou l'angle STL qu'on appelle *angle d'élongation*: cette élongation étant ôtée de la longitude du soleil, si la planete est à l'occident ou à la droite du soleil, donnera la *longitude géocentrique* de la planete, & le point de l'écliptique céleste où répond la ligne TL , menée de la terre au lieu L de la planete réduite à l'écliptique.

On peut trouver à peu près avec une figure & un compas le lieu d'une planete vu de la terre, en formant le triangle STL , pourvu qu'on connoisse les longitudes de chaque planete vues du soleil pour une seule époque, comme elles sont dans la table ci-jointe pour le commencement de 1772, avec la durée de la révolution qui ramene la planete au même point de son orbite (85). On place la terre T & la planete P suivant leurs longitudes héliocentriques, en divisant les cercles AP , ST en signes & degrés, & prenant le point A pour le point équinoxial; on tire la ligne TP & la ligne SE parallele à TP , le degré sur lequel tombe la ligne SE est la longitude *géocentrique* de la planete P .

443. La latitude géocentrique ou l'angle LTP se trouvera par la proportion suivante : Le sinus de la *commutation*

	S	D.	M.	S.
☉	9	10	40	24
☾	7	13	48	48
♂	0	19	32	5
♀	10	21	20	37
♄	9	3	25	29
♅	10	12	7	1
♁	4	19	46	30

est au sinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique est à la tangente de la latitude géocentrique.

DÉMONSTRATION. Dans le triangle PLS rectangle en L (438), on a cette proportion $SL : LP :: R : \text{tang. } PSL$; dans le triangle PLT aussi rectangle en L , on a une semblable proportion $TL : LP :: R : \text{tang. } LTP$; la première proportion donne cette équation $LP \cdot R = SL \cdot \text{tang. } PSL$, & la seconde, $LP \cdot R = TL \cdot \text{tang. } LTP$; donc $SL \cdot \text{tang. } PSL = TL \cdot \text{tang. } LTP$, d'où l'on tire cette autre proportion, $TL : SL :: \text{tang. } PSL : \text{tang. } LTP$; mais dans tout triangle rectiligne TLS les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés, c'est-à-dire, que $TL : SL :: \sin. LST : \sin. LTS$, donc $\sin. LST : \sin. LTS :: \text{tang. } PSL : \text{tang. } LTP$, latitude géocentrique de la planete.

444. LA DISTANCE A LA TERRE, telle que PT est souvent nécessaire dans nos calculs : pour la trouver on commence par chercher la distance accourcie, ou la distance de la planete au soleil réduite à l'écliptique SL ; il suffit pour cela de multiplier le rayon vecteur SP , ou la vraie distance de la planete au soleil dans son orbite, par le cosinus de la latitude héliocentrique, ou de l'angle PSL ; en effet, la ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique (438), le triangle SLP est rectangle en L ; ainsi l'on a par la trigonométrie ordinaire $R : SP :: \sin. SPL$, ou $\cos. PSL : SL$; ainsi comme le rayon est toujours pris pour unité, on a $SL = SP \cdot \cos. PSL$.

Dans le triangle LST on connoît tous les angles avec le côté SL distance accourcie du soleil à la planete; on fera donc cette proportion, $\sin. STL : SL :: \sin. LST : TL$, c'est-à-dire, le sinus de l'élongation est au sinus de la commutation, comme la distance accourcie de la planete au soleil est à la distance de la planete à la terre.

445. Enfin, cette distance accourcie TL , étant divisée par le cosinus de la latitude géocentrique LTP , donnera la distance vraie TP de la planete à la terre; par la même raison que la distance vraie étant multipliée par le cosinus de la lati-

tude héliocentrique , donnoit la distance accourcie de la planete au soleil.

446. C'est la plus grande latitude géocentrique (443) des planetes qui détermine ce qu'on appelle communément la *largeur du Zodiaque*; Vénus est de toutes les planetes celle qui peut avoir la plus grande latitude , à cause de sa proximité à la terre , lorsque sa conjonction inférieure arrive dans ses limites , & qu'en même temps la terre est périhélie. Sa latitude en 1700 alloit à $8^{\circ} 40'$, suivant les éphémérides de ce temps-là , & elle peut aller jusqu'à $9^{\circ} \frac{1}{2}$; ainsi la largeur du Zodiaque est au moins de $17^{\circ} \frac{1}{2}$ dans ce siecle-ci ; elle sera encore un peu plus grande lorsque les *limites* ou les plus grandes latitudes de Vénus, son aphélie & le périhélie de la terre concourront à rendre la distance de Vénus à la terre encore plus petite , & sa latitude géocentrique plus grande.

447. Les inégalités que le mouvement de la terre dans son orbite fait paroître dans le mouvement des planetes, c'est à dire , les parallaxes annuelles, ont servi à trouver leurs distances. Aussi-tôt que Copernic eut reconnu avec quelle simplicité son hypothese expliquoit les rétrogradations des planetes, il vit bien que plus la rétrogradation seroit considérable , plus elle supposeroit de proximité dans la planete , & que cette rétrogradation seroit connoître la quantité de la distance ; les rétrogradations dépendent de la parallaxe annuelle du grand orbe ; c'est donc celle-ci qu'il est utile d'observer lorsqu'elle est la plus grande ; voici la maniere dont Copernic s'y prenoit.

448. Copernic observa le 25 Février 1514 , à 5 heures du matin , la longitude de Saturne 209° ; supposant *S* le centre du soleil (*fig.* 51), *T* la terre , *P* Saturne, il trouvoit par le calcul des moyens mouvements observés dans les oppositions, & des équations de Saturne & de la terre déjà déterminées, que si la terre eût été en *K*, Saturne auroit dû nous paroître à $203^{\circ} 6'$, c'étoit sa longitude vue du soleil ; la différence de $5^{\circ} 44'$, étoit l'angle *KPT*, que Copernic appelloit

pelloit *commutation*, que Ptolomée avoit appelé *prosthapheresis orbis*, & que nous nommons aujourd'hui *parallaxe annuelle* (441); l'angle TSK ou TSP , différence entre le lieu de Saturne P vu du soleil, & le lieu de la terre T calculé pour le même temps, étoit de $67^{\circ} 35'$, (c'est ce qu'on appelle aujourd'hui *commutation*) l'angle T étoit donc de $106^{\circ} 41'$; connoissant tous les angles de ce triangle on a le rapport entre les côtés SL & SF , c'est-à-dire entre la distance de la terre au soleil & celle de Saturne au soleil; ce rapport se trouvoit être celui de 1 à $9 \frac{1}{15}$ environ, c'est à-dire, que Saturne étoit $9 \frac{1}{2}$ plus éloigné du soleil S que la terre T . (*Coper. de revolutionibus*, l. V. c. 9).

449. Il en est de même de toute autre planète; lorsqu'on a observé plusieurs fois son opposition au soleil, ou sa longitude dans le temps où elle est la même vue de la terre ou vue du soleil, comme lorsque le soleil S , la terre K , & la planète P sont sur une même ligne, on est en état de calculer exactement cette longitude vue du soleil, pour le temps où la terre est à 90° de là, c'est-à-dire vers T , & où l'angle de commutation $PSI = 90^{\circ}$: si l'on observe alors la longitude de la planète vue de la terre, on la trouvera différente de plusieurs degrés, & cette quantité sera l'angle SPT , parallaxe annuelle de la planète P . C'est le point L ou le lieu réduit à l'écliptique dont on doit faire usage pour plus d'exactitude.

450. Lorsqu'on connoît l'angle SLT & l'angle LST , qui est la différence entre la longitude de la terre connue pour le même instant, & celle de la planète calculée précédemment, on suppose ST égale à l'unité, & résolvant le triangle STL , on trouve SL qui est la distance de la planète au soleil, ou le rayon de son orbe en parties de cette unité ou de la distance du soleil à la terre; c'est ainsi qu'on a trouvé les nombres 4, 7, 10, 15, 52, 95, qui expriment les distances des six planètes au soleil, ou du moins leurs rapports; elles sont avec plus d'exactitude dans la table ci-dessus. Les valeurs

Planètes.	Distance moyenne des Planètes au soleil.
Mercur.	38710
Vénus.	72333
La Terre.	100000
Mars.	152369
Jupiter.	520098
Saturne.	951937

absolues de ces nombres en lieues, ne peuvent se connoître que par les méthodes dont nous parlerons dans le livre IV, à l'occasion de la parallaxe du soleil ; mais on les trouvera dans une table qui est à la fin de cet ouvrage.

451. La méthode que nous venons d'expliquer, employée autrefois par Copernic, servit ensuite à Képler pour trouver les distances des planetes par le moyen de leurs révolutions & de leurs parallaxes annuelles, & lui fit reconnoître cette belle loi dont nous parlerons bientôt, que les carrés des temps sont comme les cubes des distances (469). Il nous suffit d'avoir fait observer ici que le système de Copernic, une fois démontré, donne un moyen de connoître les distances des planetes au soleil, ou du moins leurs rapports avec celle de la terre.

452. L'on prouvé de même que les étoiles nouvelles de 1572 & de 1604, étoient placées beaucoup au-delà du système solaire (287) ; en effet, dans l'espace de trois mois que la terre met à aller de *K* en *T*, la parallaxe annuelle *SPT*, qui pour Saturne alloit à $5^{\circ} \frac{1}{2}$ (448), & qui n'a pas été d'une minute pour ces étoiles, prouve qu'elles étoient 345 fois au moins plus éloignées de nous que Saturne.

Des Révolutions planétaires.

453. Ayant démontré en quoi consiste la seconde inégalité des planetes, & la maniere d'en éviter l'effet, il est temps de parler des révolutions moyennes des planetes, soit par rapport à un point fixe, soit par rapport à la terre. La durée de ces révolutions des planetes qu'il faut connoître pour parvenir aux parallaxes annuelles, ne peut se déterminer exactement que par le moyen des conjonctions & des oppositions des planetes au soleil. En effet, puisque c'est autour du centre du soleil que les planetes tournent, c'est autour de lui que leurs révolutions doivent être comptées, & c'est au soleil qu'il faut les apporter ; mais les conjonctions & les oppositions sont les seuls points où le lieu d'une planete vu de la terre, soit sur la même ligne que le lieu vu

du soleil , & où l'on puisse avoir directement le lieu vu du soleil ; ce sont donc là les circonstances qu'il faut employer à ces recherches.

454. Les conjonctions & les oppositions des planetes qui nous servent à déterminer les durées de leurs révolutions moyennes , doivent être prises à de très-grandes distances les unes des autres , pour que l'effet des équations ou des inégalités périodiques disparoisse & qu'il soit absorbé par le grand nombre de révolutions sur lesquelles il se trouvera réparti , comme nous l'avons fait pour le soleil (315). Les comparaisons des anciennes observations rapportées dans l'*Almageste* de Ptolomée , ont été faites dans le plus grand détail par M. Cassini dans ses *Eléments d'astronomie* , imprimés à Paris en 1740 ; il a rapporté les anciennes observations , il les a réduites , calculées & discutées , & il en a conclu les révolutions tropiques ; c'est-à-dire les retours à l'équinoxe pour chaque planete.

On trouvera dans une table à la fin de cet ouvrage le résultat des comparaisons semblables , que j'ai faites pour mes nouvelles tables : j'y ajouterai les révolutions sydérales (311) & les révolutions synodiques ou les retours au soleil , qui ramènent pour nous les conjonctions & les oppositions moyennes des planetes au soleil (557).

Des Equations séculaires.

455. Les inégalités périodiques dont nous avons déjà parlé (308) , & dont on verra bientôt le calcul (497) dans des orbites elliptiques , se rétablissent à chaque révolution ; elles n'empêchent point que ces révolutions ne soient égales quand on considère le retour de la planete au même point de son orbite ; cependant en comparant les observations faites en divers siècles , on a observé un ralentissement dans le mouvement moyen de Saturne , & une accélération dans ceux de Jupiter & de la Lune.

Képler écrivoit en 1625 qu'ayant examiné les observa-

tions de Régiomontanus & de Waltherus, faites vers 1466 & 1500, il avoit trouvé constamment les lieux de Jupiter & de Saturne plus ou moins avancés qu'ils ne devroient l'être selon les moyens mouvements déterminés par les anciennes observations de Ptolomée & celles de Tycho faites vers 1600. Après avoir discuté cette matiere, & prenant un milieu entre plusieurs observations, faites dans différents siècles, j'ai trouvé qu'il falloit supposer l'équation de Saturne de $5^{\circ} 13' 20''$ pour l'espace de 2000 ans, ou $47''$ pour le premier siècle. Celle de Jupiter de $3^{\circ} 23' 20''$, ou de $30''$ pour un siècle; on suppose qu'elle va en croissant comme le carré des temps, ainsi que l'accélération des graves (986), ..

456. Le mouvement moyen de Saturne en différents siècles a d'autres inégalités qui ne peuvent s'expliquer même par les équations séculaires; sa révolution moyenne est différente d'elle-même, suivant les circonstances où on l'observe; sans que l'attraction de Jupiter qu'on avoit cru devoir influencer seule sur ses mouvements, puisse produire une pareille différence: cette inégalité singulière que j'ai découverte en 1766, est expliquée fort au long dans les Mémoires de l'Académie pour la même année.

Mon résultat est qu'indépendamment de l'attraction de Jupiter, il y a dans Saturne une inégalité dont la cause doit être différente; qui dans les mêmes configurations avec Jupiter, produit un effet plus grand que celui qui résulte des plus grandes variétés dans la position de Jupiter par rapport à Saturne, & qui est sensible, sur-tout depuis le commencement de ce siècle. J'ignore quelle en est la cause; peut-être est-ce l'action de quelque comete qui en aura passé très-près; mais le fait dont on ne sauroit douter, c'est que les dernières révolutions de Saturne diffèrent entre elles de plus d'une semaine, même en mettant à part toutes les inégalités connues, sans qu'une si grande différence puisse être produite, ni par l'action de Jupiter, ni par aucune des causes que nous connoissons. Aussi mes tables de Saturne, qui depuis 1740 jusqu'en 1770, ne s'écartoient jamais de l'obser-

variation que d'une ou deux minutes, s'en écartent déjà en 1773 de six minutes, ce qui annonce un retardement sensible depuis trois ans. Il faudra bien du temps avant qu'on parvienne à démêler tous ces dérangements : Saturne dans l'espace de 30 ans ne faisant qu'une seule révolution, ce n'est qu'après plusieurs siècles qu'on en aura un nombre suffisant pour reconnoître leurs variétés & leurs dérangements.

Retours des Planetes aux mêmes situations.

457. La position apparente d'une planete vue de la terre, dépend non seulement du lieu où elle se trouve réellement, mais encore de l'endroit d'où elle est vue, c'est-à-dire, du lieu de la terre ; car en vertu de la parallaxe annuelle (441) une planete située en un seul & même lieu, peut paroître plus orientale, si la terre est plus occidentale ; elle peut même paroître dans un lieu totalement opposé. Ainsi pour qu'une planete revienne pour nous à la même longitude où elle s'est trouvée une fois, il faut que la planete & la terre soient chacune au même point de son orbite, c'est-à-dire, à la même longitude ; alors le lieu de la planete, sa latitude vue de la terre, aussi-bien que le passage au méridien, le lever & le coucher se trouvent les mêmes qu'auparavant, & recommencent dans le même ordre.

S'il étoit facile de trouver pour les planetes de semblables périodes, le travail de ceux qui calculent les éphémérides & le livre de la *connoissance des temps*, seroit fort diminué à cet égard ; mais ces périodes sont ou fort longues ou fort imparfaites ; en voici cependant un essai, qui peut être utile à ceux qui calculent des éphémérides.

458. Mercure doit se retrouver presque à la même place par rapport à la terre après 13 ans & 3 jours ; ce sera seulement 13 ans & 2 jours s'il se trouve 4 bissextiles dans les 13 années ; parce que dans cet intervalle il fait 54 révolutions avec $2^{\circ} 55'$ de plus, & la terre 13 révolutions avec $2^{\circ} 59'$ de plus.

459. Vénus, après un espace de 8 ans, se trouve à $1^{\circ} 32'$

198 ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE, LIV. II,
seulement du lieu où elle étoit, & la terre se trouve 4' plus loin, en sorte que la situation apparente de Vénus approche beaucoup d'être la même deux jours auparavant.

460. Mars en 15 ans moins 18 jours se trouve avoir une situation apparente à peu près semblable ; ce seroit 15 ans moins 19 jours, s'il y avoit 4 bissextiles dans les 15 années. Il y a une période encore plus exacte pour Mars, mais elle est de 79 ans & 43, ou un jour de moins s'il y a 10-bissextiles.

461. Pour Jupiter, c'est 83 ans, en supposant qu'il n'y ait que 20 bissextiles dans cet intervalle ; s'il y en avoit 21, ce seroit 83 ans moins un jour. La période de 12 années & 5 jours approche encore beaucoup de cette exactitude.

462. Saturne, en 59 ans & 2 jours, change de $1^{\circ}45'$, & la terre de $1^{\circ}41'$; par ce moyen Saturne & la terre se trouvent pour ainsi dire à la même anomalie, à la même distance du soleil & à la même distance entr'eux : ce seroit 59 ans & 3 jours s'il se trouvoit dans l'intervalle une année séculaire comme 1700, dont on supprime la bissextile suivant la règle du Calendrier Grégorien.

Le 29 septembre 1702, Saturne étoit en opposition à $8^h \frac{1}{4}$ du soir avec $0^{\circ}6'$ de longitude, le 31 septembre 1771 au matin il s'est retrouvé en opposition ayant $1^{\circ}55'$ de longitude, de plus qu'en 1702, & seulement 2' de plus en latitude. Il en est de même du 15 juillet 1696 au 18 juillet 1755. On remarquera seulement dans cette dernière comparaison que l'intervalle est 59 ans 3 jours, parce que l'année 1700 a été plus courte qu'à l'ordinaire, à cause du retranchement d'une Bissextille dans les années séculaires.

Stations & rétrogradations des Planetes.

463. Les planetes inférieures, Mercure & Vénus, tournent autour du soleil en moins de temps que la terre ; dès-lors elles doivent paroître directes dans leurs conjonctions supérieures, & rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures. Soit *TB* l'orbite de la terre (*fig. 50*), & *AMDO* l'orbite de Vénus ou de Mercure ; lorsque la terre est en *B*,

& que Vénus se trouve en M dans la conjonction supérieure, c'est-à-dire, au delà du soleil, elle paroît aller, comme elle va réellement, d'occident en orient, c'est à dire, vers la gauche, de M vers D ; mais si la terre étant en B , Vénus se trouve en O dans la conjonction inférieure, elle nous paroît aller à droite, parce qu'elle va de O en P plus vite que la terre ne va de B en T ; ainsi Vénus sera rétrograde, en apparence, dans la conjonction inférieure; car, quoiqu'elle aille véritablement du même sens que lorsqu'elle étoit en M , elle va par rapport à nous en sens contraire; elle avançoit vers la gauche de M en D dans le premier cas, & dans le second elle semble aller vers la droite en avançant de O en P ; donc alors elle paroît avancer contre l'ordre des signes; mais cela vient uniquement de ce que nous comparons & rapportons les planetes à des points de la sphere étoilée qui sont plus éloignés de nous.

464. Entre le mouvement direct & le mouvement rétrograde il y a nécessairement un instant qui forme le passage, c'est-à-dire un temps où la planete paroît *stationnaire*; elle cesse alors d'être directe, elle est prête à être rétrograde; mais elle n'est ni l'un ni l'autre, elle est dans le point de réunion où se touchent les arcs de direction & de rétrogradation, & c'est ce point qu'il faut déterminer, si l'on veut connoître l'étendue de la rétrogradation.

Si la terre étoit fixe en B , Vénus nous paroîtroit stationnaire lorsqu'elle seroit sur la tangente BC , menée de la terre à l'orbite de la planete; car il y a dans ce point C un petit arc de l'orbite qui se réunit & se confond avec la tangente BC ; & tandis que la planete parcourt ce petit arc de son orbite, elle reste pour nous sur la même ligne, sur le même rayon, & répond au même point du ciel, si l'on suppose la terre fixe en B .

465. La terre ayant un mouvement de B vers T , cela suffit pour que la planete paroisse en avoir un en sens contraire & vers la gauche, quoiqu'elle soit sur la tangente BC ; mais quelque temps après il arrivera que le mouvement GH (fig. 52) de la planete, & le mouvement IK de la terre pendant le même temps, seront tels que les rayons visuels

IG, KH, seront parallèles entr'eux: alors la planète nous paroîtra pendant tout ce temps-là répondre au même point de l'écliptique, elle nous paroîtra stationnaire; car on a vu (4.9) que toutes les lignes droites parallèles tirées de notre œil dans le ciel, sont pour nous comme une seule & même ligne dirigée à une même longitude, ou à un même lieu du ciel.

466. Pour déterminer la quantité de la direction & de la rétrogradation des planètes, il s'agit principalement de connoître le point & le moment où elles sont stationnaires; ce problème est difficile, quand on veut considérer les inégalités de la planète & de la terre; mais on se contente de prendre les éphémérides où les longitudes des planètes sont calculées pour tous les jours, & l'on voit les points où la longitude s'est trouvée la même deux jours de suite; l'intervalle de ces deux points, où le temps qui les sépare, divise la révolution en deux parties, qui sont la durée de la direction & celle de la rétrogradation; elles varient beaucoup suivant la distance de chaque planète: la plus grande durée de la rétrogradation est à peu près de 22 jours pour Mercure, de 43 pour Vénus, de 80 pour Mars, de 122 pour Jupiter & de 141 pour Saturne, dans l'intervalle d'une conjonction à l'autre, ou d'une révolution synodique (454). On peut voir des solutions de ce problème des rétrogradations dans les Mémoires de l'Académie de Pétersbourg, & dans mon *Astronomie*.



L I V R E III.

Théorie du mouvement des Planètes autour du Soleil.

467. **L**ORSQUE Képler eut bien compris la certitude du système de Copernic, il ne songea plus qu'à s'en servir pour connoître les distances des planètes au soleil, & les loix de leur mouvement autour du soleil ; il y réussit au delà de ses espérances, puisqu'il découvrit en effet les trois choses les plus importantes qu'il y ait dans la physique céleste, & que nous appellons encore les LOIX DE KÉPLER.

1°. Que les orbites des planètes sont des ellipses dont le foyer est au centre du soleil.

2°. Qu'elles décrivent ces ellipses avec des vitesses telles que les aires sont toujours proportionnelles aux temps.

3°. Que les carrés des temps de leurs révolutions sont comme les cubes de leurs distances au soleil.

468. Pour trouver la figure des orbites planétaires, Képler s'attacha spécialement à l'orbite de Mars, parce qu'elle est plus voisine de la terre, & que son excentricité est considérable, & il chercha le moyen de trouver les distances de Mars au soleil en divers points de son orbite, en prenant toujours la distance de la terre au soleil pour base & pour échelle commune : il se servit pour cela de la parallaxe annuelle de Mars, ou de l'angle *SPT* (fig. 51) déduit des observations, comme nous l'avons expliqué ci-dessus pour Saturne, d'après Copernic (448) ; il détermina de la même manière la distance de Mars au soleil dans son aphélie & dans son périhélie, l'une de 16678 parties, l'autre de 13850, en supposant toujours la distance moyenne de la terre au soleil de 12029 ; ainsi la distance moyenne de Mars étoit de 15264,

& l'excentricité de 14' 4". Il choisit ensuite trois autres distances vers les côtés de l'orbite, entre l'aphélie & le périhélie, telles que SM , SD (fig. 15) : il les détermina par les observations de Tycho en suivant la même méthode. Ces distances de Mars au soleil se trouverent toutes plus petites qu'elles n'eussent été dans une orbite circulaire, de la même excentricité, & du même rayon, comme le cercle circonscrit ANP ; il s'ensuivoit naturellement que l'orbite de Mars étoit plus étroite qu'un cercle, qu'elle rentroit sur les côtés, & qu'elle étoit en forme d'ovale ; c'est la conclusion qu'il en tire à la page 213 de son grand & bel ouvrage, intitulé *Astronomia nova.... tradita commentariis de stella martis.* 1609.

469. Les distances des planetes ainsi déterminées conduisirent Képler à chercher quel rapport il y avoit entre les distances & les durées des révolutions. Pourquoi, disoit il, Jupiter, qui est cinq fois plus éloigné du soleil que la terre, & qui n'a que cinq fois plus de chemin à faire, emploie-t il 12 fois plus de temps à le parcourir, c'est-à-dire 12 ans ? Les rapports des temps sont plus grands que ceux des orbites : mais n'y auroit-il pas quelques puissances ou quelques racines de ces nombres qui pussent être d'accord ?

Ce fut le 8 mars 1618 qu'il lui vint à l'esprit, pour la première fois, de comparer les puissances des différents nombres qui exprimoient les durées des révolutions des planetes & leurs distances ; il compara donc au hazard des carrés, des cubes, &c. il essaya même les carrés des temps avec les cubes des distances ; mais trop de vivacité ou d'impatience l'égara dans quelque faute de calcul ; il se trompa cette première fois ; il crut trouver que la proportion n'avoit pas lieu, & rejeta cette belle idée comme fautive & inutile. Ce ne fut que le 15 mai suivant qu'il revint à cette idée, en recommençant les mêmes essais & les mêmes comparaisons ; il calcula mieux, & il reconnut qu'il y avoit réellement un rapport égal & constant entre les carrés des temps périodiques de deux planetes quelconques, & les cubes de leurs distances moyennes au soleil ; il fut si enchanté de cette dé-

couverte, qu'à peine il se fioit à ses calculs; il croyoit se faire illusion & avoir supposé ce qu'il falloit chercher; il n'osoit qu'à peine se persuader qu'il eût enfin trouvé une vérité cherchée pendant 17 ans. (*Harmonices*, liv. V. pag. 189). Qu'auroit-il dit, s'il eût pu prévoir les conséquences admirables qu'on a su tirer de cette loi? puisque c'est cette regle qui a fait découvrir celle de l'attraction (1012).

470. La distance de la terre au soleil est à celle de Jupiter au soleil, comme 10 est à 52; leurs cubes sont par conséquent comme 1 est à 140; or, les durées de leurs révolutions sont de $365\frac{1}{4}$ & de $4332\frac{1}{2}$ jours, dont les carrés en négligeant les derniers chiffres, sont encore comme 1 est à 140; donc, le rapport est de même de part & d'autre: le carré du temps périodique de Jupiter est 140 fois plus grand que le carré du temps périodique de la terre, & le cube de la distance moyenne de Jupiter au soleil est 140 fois plus grand que le cube de la distance moyenne de la terre, c'est en quoi consiste l'égalité des rapports. Si l'on prend plus exactement les révolutions sydérales (454) & les distances (450), on aura 140, 6874 pour le nombre exact qui exprime combien le carré de la révolution de Jupiter, & le cube de sa distance contiennent ceux de la terre. Cette loi se vérifie également quand on compare les distances des satellites de Jupiter & de Saturne avec les durées de leurs révolutions, & l'on verra dans le XII^e livre, que de cette loi donnée par observations, il s'ensuivoit nécessairement que la force centrale, ou la gravité des planetes vers le soleil étoit en raison inverse du carré de la distance, c'est-à-dire, la plus belle découverte de Newton, qui dut sans doute son origine à celle de Képler.

471. Je me suis même servi de cette loi pour trouver les distances moyennes des planetes qui sont dans la table de l'article 450, & je les crois plus exactes que celles qu'on déduiroit des observations à la maniere de Képler, quoique celles-ci nous aient appris la regle, dont nous faisons usage en abandonnant même les observations.

472. Une autre loi générale du mouvement des planetes

également importante dans l'astronomie, est que *les aires sont proportionnelles au temps*; c'est encore une des découvertes de Képler; cependant il ne démontrait cette vérité que d'une manière incomplète; Newton a fait voir le premier qu'elle étoit une suite nécessaire des loix générales du mouvement.

Képler étoit persuadé que le mouvement circulaire des planetes étoit produit par une certaine force émanée du soleil, qui les forçoit à tourner autour de l'axe du soleil, comme il y tournoit lui-même. Il considéroit que puisque les planetes les plus éloignées tournoient plus lentement que les planetes les plus proches du soleil, il falloit que la force motrice fût plus petite à une plus grande distance, & cela le conduisit à établir non-seulement la force d'*inertie*, dont il a parlé le premier, mais encore la regle des aires proportionnelles aux temps.

473. Képler démontre d'abord dans sa nouvelle physique céleste, que le mouvement des planetes dans les apsides est proportionnel à leur distance au soleil, même dans l'hypothèse de Ptolomée (309), c'est-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique vers l'aphélie, & un autre arc de même longueur vers le périhélie, la planete est plus long-temps dans l'arc aphélie, à proportion que la distance aphélie est plus grande; ou, ce qui revient au même, que les aires décrites dans le même temps sont égales.

474. Soit E (fig. 53,) un point autour duquel le mouvement paroîtroit uniforme (309), & qui, suivant Ptolomée, étoit différent du centre de l'excentrique, S le centre du soleil à même distance du centre C que le point E ; ayant tiré deux lignes MEO , NEP , l'arc MN & l'arc OP sont parcourus dans le même temps suivant cette hypothèse, puisque les angles en E sont égaux; si du point S on tire les lignes SO , SP , & les lignes SN , SM ; elles formeront des secteurs égaux OSP , NSM : en effet, supposant les arcs MN & OP extrêmement petits, on aura par les triangles semblables NEM , OEP , cette proportion $MN : OP :: ER : EQ$, donc $MN.EQ = OP.ER$; mais $EQ = SR$ & $ER = SQ$; donc $MN.$

$SR=OP.SQ$; donc le secteur SNM est égal au secteur OSP : donc dans l'hypothèse même des anciens, si l'on prend deux arcs MN & OP , décrits par une planète dans des temps égaux , on aura au point S des aires égales.

475. De ce que la planète emploie plus de temps dans son aphélie à parcourir un même arc , Képler conclut en général , que plus la planète est éloignée du centre du soleil , plus elle est foiblement animée par la force motrice qui la fait tourner autour du soleil , ainsi que cela s'est vérifié depuis la découverte de la loi d'attraction.

476. Lorsque Képler passe à la considération des orbes elliptiques , il transporte à l'ellipse les propriétés qu'il n'avoit démontrées que pour le cercle excentrique , sans y employer de nouvelle démonstration ; ainsi la loi des aires proportionnelles au temps n'étoit prouvée qu'imparfaitement , elle ne pouvoit passer jusqu'alors que comme une approximation commode , facile dans la pratique , & justifiée par l'accord du calcul avec l'observation.

Mais lorsqu'on considère les orbites planétaires comme formées par le concours de deux forces & de deux directions différentes , dont l'une est de sa nature uniforme & constante , dès-lors les aires deviennent nécessairement & rigoureusement proportionnelles aux temps , comme nous le démontrerons bientôt (480).

477. On prouve très-bien aujourd'hui , par l'observation des diamètres du soleil , que les aires sont proportionnelles aux temps vers les apsidés , ou , ce qui revient au même , que le mouvement du soleil est d'autant plus lent qu'il est plus éloigné de la terre. Le diamètre du soleil est de $31' 31''$ en été , & de $32' 36''$ en hiver , suivant les observations que j'ai faites avec le plus grand soin ; cela prouve que la distance du soleil en hiver est à sa distance en été , comme $31' 31''$ est à $32' 36''$; car les grandeurs apparentes d'un objet éloigné sont en raison inverse de ses distances : le mouvement horaire du soleil en hiver est de $2' 33''$; or $32' 36'' : 31' 31'' :: 2' 33'' : 2' 28''$; ainsi le mouvement horaire du soleil devroit être de $2' 28''$ en été , si ce mouvement horaire étoit

en lui-même constant & uniforme, & que ses différences ne dépendissent que de l'éloignement du soleil; cependant, par l'observation, ce mouvement horaire ne se trouve que de $2' 23''$; il est plus petit qu'il ne devrait être dans cette supposition: donc, outre les $5''$ de différence qu'il doit y avoir entre les mouvements horaires du soleil en été & en hiver à cause de ses différentes distances, il y a encore une différence réelle de $5''$, qui ne provient pas des distances, mais qui est un ralentissement véritable dans le mouvement apparent du soleil; donc, le mouvement réel de la terre est effectivement plus lent dans l'aphélie que dans le périhélie. On voit même qu'il est en raison inverse des distances; puisque l'on trouve $2' 23''$, au lieu de $2' 28''$ qu'il y auroit, en supposant le mouvement uniforme, c'est-à-dire, $5''$ pour l'excès du mouvement horaire en hiver sur le mouvement en été, indépendamment des $5''$ qu'il doit y avoir, à raison de la distance du soleil qui est moindre en hiver; or $2' 23''$ est à $2' 28''$, comme $31' 31''$ est à $32' 36''$: c'est-à-dire, comme le diamètre en été est au diamètre en hiver, ou comme la distance en hiver est à la distance en été; donc le mouvement du soleil en été est au mouvement qu'il paroît avoir s'il alloit toujours uniformément, en raison inverse de sa distance.

478. La loi des aires proportionnelles au temps ayant été démontrée par Képler pour le cas de l'aphélie & du périhélie, & vérifiée d'ailleurs par un accord général qui se trouve entre les observations & le calcul tiré de cette loi, nous pourrions la regarder comme prouvée astronomiquement, n'ayant pas encore traité des causes qui doivent produire cette loi; cependant nous allons démontrer en peu de mots, 1°. que les planètes tournent autour du soleil en vertu d'une force centrale ou attractive, dirigée au foyer de l'ellipse; 2°. que cette force une fois supposée, il s'ensuit que les aires sont proportionnelles au temps; ce sera une connoissance élémentaire qui préparera le lecteur à la physique céleste, dont nous traiterons dans le XII livre.

479. C'est la première loi du mouvement prouvée par

l'expérience, & admise par tous les mathématiciens, même du temps d'Anaxagore, qu'un corps ayant parcouru une ligne droite uniformément dans l'espace d'une minute, parcourroit une autre ligne droite sur la même direction dans la minute suivante, si rien ne s'y opposoit; ainsi la planete P (fig 54), ayant été une seule fois uniformément de P en Q sur la ligne droite PQ , elle continueroit à se mouvoir de Q en F sur la même direction PQF , en parcourant un espace QF égal à PQ uniformément, & dans le même espace de temps. Cependant les planetes décrivent des ellipses, & non pas des lignes droites, elles courbent sans cesse leur route du côté du soleil, & reviennent après une révolution reprendre la même route à la même distance du soleil; il y a donc dans le soleil une force capable de détourner à chaque instant une planete de la ligne droite qu'elle venoit de décrire l'instant précédent. Nous examinerons la mesure & la quantité de cette force dans le XII^e livre, où nous traiterons de l'attraction; il nous suffit ici de faire voir que cette force centrale existe, puisque sans elle les planetes ne pourroient décrire que des lignes droites, & jamais ne revien-droient aux mêmes lieux, comme elles le font, en décrivant sans cesse une courbe qui environne le soleil.

La seconde loi du mouvement que je suppose encore connue & démontrée, parce qu'elle se trouve dans tous les livres de mécanique, ou de dynamique, est celle-ci: un corps poussé à la fois par deux forces différentes, dont les directions font un angle, & dont chacune pourroit lui faire parcourir en une minute un des côtés d'un parallélogramme, en décrira la diagonale dans la même minute. La planete arrivée en Q est poussée vers le soleil, suivant la direction QS , avec une force qui seule seroit capable de lui faire parcourir en une minute une ligne droite telle que QG , tandis qu'au même instant elle est sollicitée à parcourir en une minute une ligne QF égale à PQ , en vertu de la premiere loi du mouvement; si sur les lignes QG & QF on forme un parallélogramme $GQFR$, la planete parcourra la diagonale QR dans la même minute. Il ne faut que ces seuls principes

pour démontrer que la loi des aires proportionnelles au temps, doit avoir le lieu dans toutes les planetes. Voici à peu près la démonstration de Newton, (*Philosophia nativ. principia mathemat. l. I. sec. II. prop. 1*).

480. Je considère une planete en un point quelconque Q de son orbite, venant de parcourir l'instant d'auparavant une très-petite portion PQ de cette orbite, que l'on peut prendre pour une ligne droite; la planete parvenue de P en Q , & le rayon de son orbite ayant passé de SP en SQ , a décrit l'aire SPQ en une minute de temps; je dis que dans la minute suivante elle décrira une aire SQR égale à SPQ , ou un triangle égal en surface à SPQ , en sorte que l'aire décrite par le rayon vecteur, sera égale en temps égal. En effet, si la planete livrée à elle-même, eût continué à se mouvoir de Q en F , elle auroit décrit une aire QSF égale à l'aire PSQ , parce que ces deux triangles sont égaux, ayant des bases égales PQ & QF , & la même hauteur: mais à cause de la force centrale qui attire la planete vers le soleil, ce sera l'aire QSR , (à la place de l'aire QSF), qui sera décrite par la planete; or, les triangles QSR , QSF , sont encore égaux, parce qu'ils ont la même base QS , & sont compris entre les mêmes paralleles FR & QS ; donc l'aire QSR est aussi égale à l'aire PSQ : ainsi il est démontré que la petite aire décrite dans la premiere minute, est égale à la petite aire décrite dans la minute suivante; & procédant ainsi de minute en minute dans toute la durée de la révolution, on démontrera avec la même facilité que la même planete décrira éternellement la même aire dans le même temps, à quelque distance du soleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne surviendra pas une force étrangere qui puisse troubler l'égalité entre QF & PQ , c'est-à-dire, entre la ligne qu'une planete vient de parcourir, & celle qu'elle tend à parcourir dans la minute suivante.

481. Ainsi la loi des aires proportionnelles aux temps est prouvée non-seulement par l'observation, c'est-à-dire, par l'accord général des calculs fondés sur cette loi, avec les observations, mais encore par la nature même des deux forces qui

qui animent les planetes : nous allons donc passer au calcul du mouvement des planetes dans les orbites elliptiques , pour être en état d'assigner en tout temps le point de son orbite où une planete doit se trouver en vertu de la loi précédente.

Du Mouvement Elliptique.

482. DÉFINITIONS. Le *rayon vecteur* d'une planete est la ligne tirée du centre du soleil au centre de la planete, ou la distance de la planete au foyer de son ellipse. Soit *AMDP* (fig. 55), l'orbite elliptique d'une planete décrite autour du foyer *S*, où est placé le soleil (468), *M* le lieu actuel d'une planete pour un instant donné, la ligne *SM* sera le rayon vecteur.

La ligne des apsides, ou le grand axe de l'ellipse marque l'aphélie & le périhélie de la planete (± 0) : l'APHÉLIE, ou l'apside supérieure, & le point de l'orbite où la planete est la plus éloignée du soleil ; tel est le sommet *A* du grand axe *AP*, le plus éloigné du foyer *S*. LE PÉRIHÉLIE, ou l'apside inférieure, est le point de l'orbite où la planete est le plus proche du soleil ; telle est l'extrémité inférieure *P* du grand axe *AP*, la plus voisine du foyer *S* où réside le soleil.

L'ANOMALIE en général est la distance d'une planete à son aphélie ; mais il y a plusieurs manieres de considérer cette distance.

L'ANOMALIE VRAIE est l'angle formé au foyer de l'ellipse par le rayon vecteur & par la ligne des apsides ; tel est l'angle *ASM* formé par le grand axe *AS* & par le rayon vecteur *SM*.

L'ANOMALIE EXCENTRIQUE est l'angle formé au centre de l'ellipse, par le grand axe & par le rayon d'un cercle circonscrit, mené à l'extrémité de l'ordonnée qui passe par le lieu vrai de la planete. Ainsi ayant décrit un cercle *ANP* sur le grand axe *AP* de l'orbite, comme diamètre, on tirera l'ordonnée *RMN* par le point *M*, où est supposée la planete ; & à l'extrémité *N* de cette ordonnée on menera le rayon *CN*,

c'est celui qui déterminera l'anomalie excentrique AN ou ACN .

L'ANOMALIE MOYENNE est la distance à l'aphélie supposée proportionnelle au temps ; c'est celle qui augmente uniformément & également depuis l'aphélie jusqu'au périhélie ; ainsi une planète qui emploieroit six mois à aller de A en P , auroit à la fin du premier mois 30° d'anomalie moyenne, 60° à la fin du second, & ainsi de suite, en augmentant toujours proportionnellement au temps. Si l'on prend une ligne CX pour marquer l'anomalie moyenne, en supposant que cette ligne tourne uniformément autour du centre C , la ligne CX fera d'abord plus avancée que la ligne CN , parce que AN croît plus lentement vers l'aphélie où le mouvement de la planète est moindre que le mouvement moyen, & cet avancement augmentera tant que la vitesse de la planète sera moindre que la vitesse moyenne ; ensuite le point N se rapprochera du point X , jusqu'à ce qu'au périhélie P ils se réunissent ensemble ; là les trois anomalies se confondent, & sont également de 180 degrés.

La différence entre l'anomalie vraie & l'anomalie moyenne forme l'équation de l'orbite ou l'équation du centre.

483. Puisque l'anomalie moyenne est proportionnelle au temps, & qu'elle est une portion du temps de la révolution, elle peut être mesurée par toute quantité qui aura un progrès uniforme : ainsi non-seulement l'arc AX , l'angle ACX , & le secteur ou l'aire circulaire ACX peuvent s'appeller *Anomalie moyenne*, mais encore le secteur elliptique, ou l'aire ASM , formée par le rayon vecteur SM , le grand axe SA & l'arc d'ellipse AM : en effet les aires décrites par le rayon vecteur SM , étant proportionnelles aux temps (472), le secteur AMS sera la sixième partie de la surface elliptique $AMDPA$ au bout du premier mois, (dans la supposition de l'article précédent) il en sera par conséquent le tiers au bout de deux mois, & toujours ainsi uniformément ; en sorte que la surface, ou l'aire elliptique sera la quantité proportionnelle au temps, une fraction égale à la fraction du temps, ou à l'anomalie moyenne : ainsi l'on pourra dire à la fin du premier

mois, que l'anomalie moyenne est 30° , ou en général, qu'elle est un douzième; car alors les 30° font la douzième partie du cercle, le temps employé à le parcourir sera la douzième partie du temps de la révolution entière, & enfin l'aire AMS sera la douzième partie de l'aire entière de l'ellipse; mais ordinairement c'est en degrés que nous exprimons l'anomalie moyenne.

484. Képler ayant trouvé que les planetes décrivoient des ellipses avec des aires proportionnelles au temps, il ne lui restoit plus que d'en conclure le vrai lieu d'une planete pour un temps donné. Lorsqu'on connoît la durée de la révolution de la planete, par exemple, celle de Mercure, qui est de 86 jours, & qu'on demande le lieu de Mercure au bout de deux jours, c'est-à-dire, de la 43^e partie de sa révolution, on fait dès-lors que l'aire du secteur ASM compris entre l'aphélie & le rayon vecteur SM , est la 43^e partie de la surface de l'ellipse; cette portion du temps, ou cette portion de l'ellipse est proprement l'*anomalie moyenne*, que l'on peut aussi exprimer en degrés, en prenant la 43^e partie des 460° ou du cercle entier; car on a vu que nous pouvons appeler indifféremment *anomalie moyenne*, une portion du temps, une portion de l'ellipse, une portion de la circonférence du cercle; c'est toujours une fraction qui est donnée, quand on cherche le lieu d'une planete, mais c'est en degrés que nous la prendrons ci-après, pour suivre la forme usitée dans les tables astronomiques, où toutes les anomalies & toutes les équations s'expriment en degrés, minutes & secondes.

485. Lorsqu'on connoît l'anomalie moyenne, ou la surface du secteur ASM , il s'agit de trouver l'anomalie vraie, ou l'angle ASM de ce secteur. Képler sentit bien la difficulté de ce problème: étant donnée l'*anomalie moyenne*, trouver l'*anomalie vraie*, même dans un cercle; car la difficulté est à peu près la même que dans l'ellipse: il se contenta d'inviter les géometres à en chercher la solution, sans espérer qu'on la pût trouver d'une manière directe, parce qu'elle

suppose, ainsi qu'on le verra bientôt, le rapport entre les arcs & leurs sinus, qui n'est donné que par approximation.

486. Pour simplifier la question, l'on renverse le problème & l'on suppose connue l'anomalie vraie pour en déduire l'anomalie moyenne; cette méthode est plus courte, souvent plus exacte, & tient toujours lieu dans la pratique, de la méthode directe. Cette méthode indirecte a été employée avec succès par M. l'Abbé de la Caille dans ses recherches sur le Soleil; elle est fondée sur les deux théorèmes suivans, que nous allons démontrer d'une manière très-simple.

487. LEMME I. Dans une ellipse AMP, à laquelle on a circonscrit un cercle ANP; CX étant la ligne de l'anomalie moyenne (481), M le vrai lieu de la planète, RMN l'ordonnée qui passe par le lieu de la planète; le secteur circulaire ANSA est toujours égal au secteur circulaire ACX de l'anomalie moyenne.

DEMONSTRATION. Soit T le temps entier de la révolution de la planète, & t le temps qu'elle a employé à aller de A en M , on aura par la règle des aires proportionnelles au temps, t est à T comme le secteur AMS est à la surface de l'ellipse: de même, puisque ACX est l'anomalie moyenne, on aura, est à T comme ACX est à la surface du cercle; donc AMS est à ACX comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle. Mais par la propriété de l'ellipse, démontrée dans tous les livres de sections coniques AMS est à ANS , comme la surface de l'ellipse est à la surface du cercle; nous avons donc deux proportions qui ont trois termes communs, savoir AMS , la surface de l'ellipse & la surface du cercle; le terme qui paroît différent est donc nécessairement le même; donc ACX & ANS sont égaux entre eux. C. Q. F. D.

488. LEMME II. Dans tout triangle rectangle MRS (fig. 55.) si l'angle RSM est divisé en deux parties égales, la tangente de la moitié de l'an-

gle RSM sera égale à $\frac{RM}{RS+SM}$. Car ayant pris $SB=SM$, on aura l'angle B égal à la moitié de l'angle S , & la tangente de l'angle $B = \frac{RM}{RB} = \frac{RM}{RS+SB} = \frac{RM}{RS+SM}$.

489. LEMME III. Le rayon vecteur SM est égal à $\frac{PR \cdot SA}{CA} - SR$; & si l'on fait $CA=a$, $CR=x$, $CS=e$, on aura le rayon vecteur $SM = \frac{(a+x)(a+e) - x(e+x)}{a}$, ou ce qui revient au même $\frac{a^2+ex}{a}$.

Par la propriété la plus connue de l'ellipse, on a $SM+FM=2a$ supposons $SM=a+\bar{x}$, & $FM=\bar{x}$, on a RM^2 ou $y^2 = CM^2 - SR^2 = a^2 + 2a\bar{x} + \bar{x}^2 - e^2 - 2ex - x^2 = SM^2 - SR^2 = a^2 - 2a\bar{x} + \bar{x}^2 - e^2 + 2ex - x^2$; égalant ces deux valeurs, on a $2a\bar{x} - 2ex = -2a\bar{x} + 2ex$,

$q = \frac{ex}{a}$, donc $SM = a + \frac{ex}{a}$, ou ce qui revient au même, $SM =$

PR. SA

$CA - SR$.

CA

490. THEOREME. LA RACINE CARRÉE de la distance périhélie est à la racine carrée de la distance aphélie, comme la tangente de la moitié de l'anomalie vraie est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique.

Dans les triangles rectangles MR & NR , en employant les expressions tirées de l'article 488, on a cette proportion : tang. $\frac{1}{2} MSR :$

tang. $\frac{1}{2} NCR \frac{RM}{SR + SM} : \frac{RN}{CR + CN}$; si l'on met à la place du rapport de RM à RN celui de CD à CA qui lui est égal par la propriété de l'ellipse, & à la place de $SR + SM$ sa valeur PR. $\frac{SA}{CA}$, (489) ; & enfin PR à la

place de $CR + CN$, on changera la proportion en celle-ci : tang. $\frac{1}{2} MSR$
tang. $\frac{1}{2} NCR :: \frac{CD \cdot CA \cdot CA}{PR \cdot SA \cdot PR} :: CD : SA :: \sqrt{ae - ec} : a + e :$

$\sqrt{a - e} : \sqrt{a + e}$, en divisant les deux dernières termes par $\sqrt{a + e}$: ainsi l'on aura $T. \frac{1}{2} MSR : T. \frac{1}{2} NCR :: \sqrt{a - e} : \sqrt{a + e} :: \sqrt{PS} :$
 \sqrt{SA} : c'est-à-dire la tangente de la moitié de l'anomalie vraie ASM est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique ACN , comme la racine carrée de la distance périhélie PS est à celle de la distance aphélie AS . C. Q. F. D.

491. LA DIFFÉRENCE entre l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne est égale au produit de l'excentricité par le sinus de l'anomalie excentrique.

DEMONSTRATION. Le secteur circulaire $ANSA$ est égal au secteur de l'anomalie moyenne ACX (487) ; si l'on ôte de tous deux la partie commune ACN , on aura le secteur NCX égal au triangle CNS . La surface du secteur circulaire NCX est égal au produit de CN par la moitié de l'arc NX ; la surface du triangle CNS est égal au produit de CN par la moitié de la hauteur ST , qui est une perpendiculaire abaissée du foyer S sur la base NC , prolongée au-delà du centre C ; ainsi les deux surfaces étant égales, & ayant un des produisants CN qui est commun à toutes deux, les autres produisants sont aussi égaux ; donc l'arc NX est égal à la ligne droite ST ; mais dans le triangle STC , rectangle en T l'on a $a \cdot T = CS \cdot \sin. TCS$, par les règles de la trigonométrie rectiligne ; donc $NX = CS \cdot \sin. TCS = CS \sin. ACN$; donc la différence NX entre l'anomalie excentrique AN & l'anomalie moyenne AX , est égale au produit de l'excentricité CS par le sinus de l'anomalie excentrique ACN . C. Q. F. D.

492. C'est en minutes & secondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les anomalies des planètes ; ainsi pour trouver la différence en secondes

entré l'anomalie moyenne & l'anomalie excentrique, il faut que l'excentricité soit aussi exprimée en secondes. Si l'excentricité de la planète est exprimée en parties de même espèce que la distance moyenne, on dira, la distance moyenne est à l'excentricité, comme le nombre de 206265" que contient le rayon d'un cercle, ou environ 57° est au nombre de secondes que l'excentricité contient. Si cette excentricité est donnée en fraction de la distance moyenne de cette même planète, il suffira de la multiplier par les 206245", 8 qui font l'arc de 57° égal au rayon, pour avoir cette excentricité en secondes.

493. Au moyen des deux théorèmes (490, 491), on trouve facilement l'anomalie moyenne quand on a l'anomalie vraie : mais le problème essentiel consiste à trouver l'anomalie vraie quand on a la moyenne. Il y a plusieurs manières d'y parvenir directement, quoique par approximation ; mais nous préférons dans l'usage ordinaire de supposer une anomalie vraie quelconque, & de la convertir en moyenne par les règles précédentes ; si celle que l'on trouve par ce moyen n'est pas égale à celle qui étoit donnée, c'est une preuve que la supposition n'est pas exacte, & l'on fait une autre supposition d'anomalie vraie, jusqu'à ce qu'on ait supposé une anomalie vraie qui produise exactement l'anomalie moyenne donnée. Les tables qui sont déjà toutes faites pour chaque planète & pour chaque degré d'anomalie, rendent ces suppositions faciles à trouver presque du premier coup.

494. Quand on a trouvé l'anomalie vraie, il est aisé de trouver la distance au soleil ou le rayon vecteur SM par la proportion suiv. *le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique, comme la moitié du petit axe est au rayon vecteur*. En effet, ayant tiré la ligne NQ (fig. 55) parallèle au rayon vecteur MS , on a par les triangles semblables cette proportion $SM : QN :: RM : RN :: CD : CK$ ou CN ; donc $SM : CD :: QN : CN$; sin. $QCN : \sin. CQN :: \sin. RCN : \sin. RSM$; donc sin. $CSM : \sin. NCS :: CD : SM$: c'est le rayon vecteur dans l'hypothèse de Képler, & telle est la proportion dont je me suis servi pour calculer mes tables des distances des planètes à chaque degré d'anomalie.

495. L'HYPOTHESE elliptique simple dont on fait usage quand on n'a pas besoin d'une très-grande précision, simplifie beaucoup le calcul, puisqu'elle fait trouver l'anomalie

vraie par une simple proportion. Bouillaud fit voir en 1645 que le mouvement d'une planète dans une orbite elliptique, est sensiblement uniforme quand on le suppose vu du foyer supérieur F de l'ellipse ; Sethward en 1656 donna une méthode fort simple pour calculer l'anomalie vraie dans ce cas-là. On prolongera FL (fig. 56) de manière que LE soit égale à LS , & l'on joindra SE ; on aura un triangle SFE , dans lequel, suivant la propriété ordinaire, la demi-somme de deux côtés, tels que FE & FS est à leur demi-différence comme la tangente de la demi-somme des angles adjacents S , E , est à la tangente de leur demi-différence. Substituons d'autres dénominations à la place de ces quatre termes : la demi-somme de FS & de FE est la même chose que la distance aphélie SA ; car FE , ou bien FL avec LS , égale le grand axe ; donc FE avec FS vaut le grand axe avec deux fois l'excentricité, & en prenant la moitié du total, la demi-somme de FE & de FS se trouve être le demi-axe avec l'excentricité, c'est-à-dire SA . On verra facilement que leur demi-différence est égale à SP . La demi-somme des angles E & S est la moitié de l'angle externe AFE , ou de l'anomalie moyenne ; enfin leur demi-différence est la moitié de l'anomalie vraie FSL , puisque la différence entre l'angle FSE & l'angle LSE (égal à LES) n'est autre chose que FSL ; donc la proportion précédente se réduit à celle-ci : la distance aphélie est à la distance périhélie, comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne est à la tang. de la moitié de l'anomalie vraie.

Le rayon vecteur SL se trouve avec la même facilité au moyen du triangle SLF , en disant, le sinus de l'équation de l'orbite FLS est à la double excentricité FS , comme le sinus de l'angle F ou de l'anomalie moyenne est à la distance de la planète au soleil, dans l'hypothèse elliptique simple.

De l'Equation de l'Orbite.

496. Nous pouvons, en considérant la figure 56, appercevoir toutes les propriétés du mouvement inégal des planètes.

netes & de l'équation de l'orbite. 1°. Cette équation est nulle en *A*, c'est-à-dire dans l'apside supérieure, (aphélie ou apogée), puisque vers ce point-là le lieu moyen & le lieu vrai sont confondus, les *FL* & *SL*, coïncident. En partant de l'apside supérieure, leur différence augmente rapidement, parce que la vitesse vraie étant la plus petite en *A*, diffère le plus de la vitesse moyenne: 2°. cette différence s'accumule chaque jour, tant que la vitesse vraie est moindre que la vitesse moyenne; lorsqu'elles sont égales, il se trouve un point *B* vers trois signes & quelques degrés d'anomalie moyenne où la différence qui a augmenté jusqu'alors, est devenue la plus grande, & où l'équation ou l'angle *FES* cesse d'augmenter, étant presque la même pendant quelque temps, pour diminuer ensuite jusqu'à l'apside inférieure, (soit périhélie, soit pérégee) où le lieu vrai & le lieu moyen se retrouvent d'accord une seconde fois: 3°. l'équation est soustractive, se retranche du lieu moyen ou de l'anomalie moyenne *AFL* dans les six premiers signes pour avoir le lieu vrai, parce que la vitesse moyenne en partant de l'apside supérieure, est plus grande que la vitesse vraie; ainsi le lieu moyen est plus avancé; il faut donc ôter de la longitude moyenne la quantité de l'équation pour avoir le lieu vrai. Le contraire arrive après le passage en *P*, où la vitesse vraie est la plus grande.

497. La plus grande équation peut se trouver par un calcul rigoureux, aussi-bien que le degré d'anomalie moyenne où arrive cette plus grande équation; pour cela il suffit de trouver le point *M*, (fig. 57), dans lequel arrive la vitesse moyenne. En effet, dès que la planète est arrivée au point où sa vitesse angulaire *DFR* (c'est-à-dire l'angle qu'elle parcourt vue du soleil) est égale à la vitesse moyenne, (par exemple, de $59' 8''$ par jour si c'est la terre), la longitude moyenne cesse d'anticiper sur la longitude vraie; elle en diffère alors le plus qu'il est possible, parce que jusqu'à ce moment la vitesse réelle qui étoit plus petite, faisoit retarder tous les jours le lieu vrai sur le lieu moyen; mais dès que la vitesse vraie est devenue égale à la vitesse moyenne, elle est prête à la surpasser, elle va commencer à regagner ce qu'elle avoit perdu.

jusqu'alors, le lieu vrai se rapproche du lieu moyen, & l'équation de l'orbite diminue. Ainsi toute la difficulté consiste à trouver le point M , & l'anomalie vraie AFM de la planète au moment où sa vitesse est égale à la vitesse angulaire moyenne. Ayant pris une ligne FM , moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes de l'orbite, on décrira du foyer F comme centre un cercle MN sur le rayon FM , & ce cercle aura une surface égale à celle de l'ellipse, comme on le démontre dans les sections coniques. Supposons un corps qui décrive le cercle MN dans un temps égal à celui de la révolution de la planète dans son ellipse, sa vitesse angulaire sera constamment égale à la vitesse angulaire moyenne de la planète, par exemple, de $59' 8''$ pour le soleil; l'aire décrite dans le cercle sera toujours égale à l'aire décrite en même temps dans l'ellipse, puisque les aires totales sont égales & parcourues en temps égaux, les durées des révolutions étant les mêmes, & les aires partielles de l'ellipse proportionnelles aux parties du temps: par exemple, si le soleil décrit en un jour une aire DFR de son ellipse égale à la 36^e partie de la surface elliptique, l'aire EFO décrite dans le cercle, sera aussi la 36^e partie de l'aire du cercle, (qui est égal à l'ellipse); la vitesse vraie du soleil (ou l'angle DFR) sera donc égale à la vitesse moyenne en M , c'est-à-dire à l'angle DFO ; car ce sont deux secteurs égaux qui ont la même longueur FM , la même surface, & par conséquent le même angle; d'ailleurs les triangles égaux MED , MRO , qui sont l'un en dehors du cercle, l'autre en dedans, font voir que le secteur elliptique est égal au secteur circulaire qui a le même angle en F . Ainsi pour trouver le point de la vitesse moyenne, il faut trouver l'intersection M de l'ellipse & du cercle qui lui est égal en surface. Ayant tiré du point M à l'autre foyer B de l'ellipse une ligne MB , l'on aura un triangle BFM , dans lequel on connoît les trois côtés, savoir BF qui est le double de l'excentricité, FM qui est la moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes, & BM qui est la différence entre FM & le grand axe, (parce que les deux lignes FM & MB font entre elles la valeur du grand axe); ainsi résolvant le triangle

BFM on cherchera l'angle *F* qui est l'anomalie vraie de la planète au temps de la plus grande équation.

Par exemple, si le demi-axe $CA=38710$, & le demi-axe conjugué $=37883$, comme dans l'orbite de Mercure, on aura $CF=7960$, $BF=15920$, FM sera $=38294$; on résoudra le triangle *BFM*: on aura l'angle *BFM* de $81^{\circ} 4' 52''$; c'est l'anomalie vraie au temps de la plus grande équation; d'où l'on peut conclure (493) l'anomalie moyenne $104^{\circ} 45' 41''$; ainsi leur différence qui est l'équation du centre, sera $23^{\circ} 40' 49''$; ce doit être la plus grande équation de l'orbe de Mercure.

498. Après avoir indiqué la manière de calculer l'équation, nous parlerons de la manière de l'observer. Si l'on a deux longitudes vraies d'une planète observée en *G* & en *M*, elles différeront entre elles de la quantité de l'angle *GFM*, qui est la somme des deux anomalies vraies; mais la somme des deux anomalies moyennes *ABM*, *ABG*, sera plus grande du double de l'équation, puisque chaque distance vraie est plus petite que la distance moyenne, de la quantité de la plus grande équation. Il est aisé de calculer en tout temps la somme des deux anomalies moyennes, quoiqu'on ne connoisse pas le lieu de l'aphélie *A*, parce que la somme des deux anomalies moyennes est égale au mouvement moyen de la planète, dans cet intervalle de temps, & on le trouve aisément quand on connoît la durée de la révolution; ainsi l'excès du mouvement moyen calculé, sur le mouvement vrai observé, donne le double de la plus grande équation, pourvu que l'on ait fait ces deux observations en *M* & en *G*, c'est-à-dire, aux temps de la vitesse moyenne.

497. Ce sera le mouvement vrai qui sera le plus considérable, si l'on prend la première observation avant le périhélie & la seconde après, comme dans l'exemple suivant (500).

499. Pour discerner les temps & les observations convenables à cette recherche, un Observateur isolé qui ne connoîtroit en aucune façon la situation de l'orbite de la planète & des points *G* & *M*, n'auroit qu'à rassembler un grand

nombre de positions observées, les comparer deux à deux, & voir combien le mouvement vrai observé différeroit du mouvement moyen calculé pour chaque intervalle; la plus grande de toutes les différences lui donneroit le double de la plus grande équation; car entre une moyenne distance & l'autre, le mouvement vrai differe du mouvement moyen à raison de l'équation soustractive dans l'une & additive dans l'autre; donc si l'on a des observations faites dans tous les points de l'orbite, on en trouvera deux où le mouvement vailera moindre ou plus grand que le mouvement moyen, du double de la plus grande équation. Actuellement que l'on connoît, à très-peu près, les lieux des apsidés & des moyennes distances de toutes les planetes, on n'a qu'à choisir du premier coup les observations faites avant & après l'aphélie, vers le temps de la plus grande équation, comme dans l'exemple suivant.

500. EXEMPLE. Le 7 octobre 1751, le vrai lieu du soleil observé par M. l'Abbé de la Caille, avant le périégée, en y faisant entrer trois jours d'observations discutées & comparées entre elles, fut trouvé de . . . $6^{\circ} 13' 47'' 15''$.
Le 28 mars 1752, cette longit. vraie fut de $0^{\circ} 8' 9'' 26''$.

La différence de ces deux longitudes, ou

le mouvement vrai du soleil est donc . . . $5^{\circ} 24' 22'' 11''$

Mais dans cet intervalle le mouvement

moyen avoit dû être par le calcul . . . $5^{\circ} 20' 31'' 43''$

Différence, double de la plus grande équation. . . $3^{\circ} 50' 28''$

Dont la moitié est l'équation de l'orbite. . . $1^{\circ} 55' 14''$

Un grand nombre d'observations l'ont fait établir de $1^{\circ} 55' 32''$.

501. Comme il est extrêmement rare d'avoir deux observations qui soient faites précisément dans les points *M* & *G* de la vitesse moyenne, on ne trouve gueres dans un premier calcul la quantité exacte de la plus grande équation; mais après qu'on a trouvé à peu près l'équation & le lieu de l'apside (506), on calcule pour les deux temps d'observa-

tions l'équation de l'orbite, & l'on calcule aussi la plus grande (497), on fait alors combien l'équation donnée par les observations, devoit différer de la plus grande; c'est ainsi que dans l'exemple précédent M. de la Caille avoit trouvé $18''$, 6, qu'il falloit ajouter pour avoir la véritable quantité de la plus grande équation, résultante de ces deux observations.

502. On peut aussi trouver la plus grande équation sans connoître le lieu de l'apside; il n'y a qu'à prendre pour époque une longitude quelconque & lui comparer beaucoup d'autres longitudes pour avoir le mouvement vrai observé; on calculera pour chacun de ces intervalles le mouvement moyen par la durée connue de la révolution, l'on aura des différences additives, & des différences soustractives; la plus grande différence additive & la plus grande soustractive étant ajoutées donneront le double de la plus grande équation de l'orbite, si l'on a eu des observations en un assez grand nombre, pour que les deux points de la plus grande équation s'y soient trouvés.

503. Quand on a trouvé par observation la plus grande équation, & qu'on veut en conclure l'excentricité, le plus commode est d'employer une règle de fausse position, ou de supposer d'abord connue l'excentricité que l'on cherche, pour en conclure la plus grande équation (497). Si elle se trouve trop grande, on diminuera l'excentricité supposée, & l'on recommencera le calcul; cette méthode de déterminer l'excentricité par le moyen de la plus grande équation est souvent plus commode que celle dont se servit Képler pour trouver l'excentricité de Mars (468).

504. La méthode dont je me suis servi pour trouver l'excentricité de Mercure, consiste à supposer que le lieu de l'aphélie soit connu (508); alors deux observations éloignées entr'elles d'environ une demi-révolution & les plus éloignées des apsidés, suffisent pour trouver l'excentricité. En effet, connoissant bien le lieu de l'aphélie, on a deux anomalies vraies, bien connues; on les convertit en anomalies moyennes; celles-ci ne peuvent être exactes, à moins que

l'excentricité ne soit bien connue; si donc la différence des deux anomalies moyennes trouvées n'est pas égale à celle qui est connue par l'intervalle des deux observations, on en conclut que l'excentricité employée est défectueuse, & l'on fait une seconde supposition. Par de semblables tentatives on parvient à trouver l'excentricité qui satisfait aux deux observations qu'on a choisies.

505. On emploie aussi les plus grandes digressions de Mercure & de Vénus pour trouver l'excentricité; si la terre

est en *B* (fig. 50) & Mercure en *C* dans sa plus grande digression, & dans son aphélie, l'angle *SBC* étant observé avec soin, l'on peut en conclure la distance aphélie *SC* de Mercure au Soleil. On fait une semblable opération dans une autre digression où Mercure

	Excentricités.	Equations.
♂	7960	23° 40' 49"
♀	510	0 48 30
☿	1680	1 55 32
♂	1 4208	10 41 47
♂	2 5277	5 34 1
♂	5 3210	6 23 19
♂	0,0547	6 18 32

se trouve dans son périhélie, & l'on trouve de même sa distance périhélie; la différence des deux distances est le double de l'excentricité. J'ai fait usage de cette méthode dans ma théorie de Mercure (*Mémoires Académ.* 1767. p. 544. La table ci dessus est le résultat de tous mes calculs sur les planetes, elle suppose la distance moyenne de la terre au soleil 100000, excepté celle de la lune, qui suppose que sa distance moyenne soit l'unité.

Détermination des Aphélies.

506. L'APHÉLIE d'une planete peut se déterminer par différentes méthodes: voici la plus directe, elle a servi principalement pour le soleil, elle peut servir aussi pour les planetes supérieures. Lorsqu'on a plusieurs observations d'une planete, faites en différents points de son orbite, & réduites au soleil, il faut chercher celles qui donnent deux longitudes héliocentriques diamétralement opposés; & si les temps de ces observations different exactement d'une demi-révolution, on sera sûr que ces deux observations sont l'une

dans l'aphélie, & l'autre dans le périhélie; ainsi en comparant deux à deux un grand nombre d'observations, on ne pourra manquer de tomber sur celles qui indiqueroient la place des apfides.

Soit l'aphélie d'une planete en *A* (fig. 58), & le périhélie en *P*, la partie *ABP* de l'ellipse est égale à la partie *AFP*, elles sont parcourues l'une & l'autre dans l'espace du temps de la demi-révolution, par exemple, en 1821, 5^h 7' 40", s'il s'agit du soleil. Nous prenons ici la révolution anomalistique (515), c'est-à-dire, par rapport à l'apogée; mais dans une première approximation l'on se contenteroit de la révolution tropique (454), en supposant l'aphélie immobile pendant une demi-révolution.

Si l'on prend un autre point quelconque *D* avec le point *E* qui lui est opposé, la partie *DFE* de l'ellipse exigera moins de temps que la partie *EBD*, parce que la première renferme le périhélie, c'est-à-dire, l'endroit où le mouvement de la planete est le plus rapide, tandis qu'au contraire la partie *EBD*, dans laquelle se trouve l'aphélie, doit être parcourue d'un mouvement plus lent & en plus de temps.

Ainsi les points *A* & *P* des deux apfides sont les seuls qui étant diamétralement opposés par rapport au foyer de l'ellipse, fassent aussi deux intervalles de temps égaux; on sera donc assuré de connoître le lieu des apfides, si l'on trouve deux longitudes qui étant diamétralement opposées comme *A* & *P*, répondent aussi à des temps éloignés d'une demi-révolution, c'est-à-dire, de la moitié du temps qu'il faut à la planete pour revenir à son apfide; il suffira donc de chercher dans le nombre des observations d'une planete, les deux qui satisferont à la fois à cette double condition. Cette maniere de déterminer le lieu de l'aphélie d'une planete fut employée pour la première fois par Képler dans son livre de *Stella Martis*.

507. On peut aussi trouver l'aphélie en employant deux observations dont l'une soit vers les apfides & l'autre vers les moyennes distances, pourvu qu'on suppose l'équation du centre exactement connue; car si l'on fait une supposition

pour le lieu de l'aphélie, & qu'on convertisse les deux anomalies vraies qui en résultent en anomalies moyennes, on ne sauroit avoir une différence qui soit égale au mouvement moyen connu d'ailleurs, à moins que l'aphélie n'ait été bien supposé.

508. La troisième méthode pour trouver le lieu de l'aphélie d'une planète, a lieu pour Mercure ou pour Vénus; c'est celle que j'ai donnée dans les Mémoires de l'Académie, pour 1766, à l'occasion de ma théorie de Mercure, & qui m'a fait trouver, soit pour les temps les plus anciens, soit pour le temps où nous sommes, le lieu de l'aphélie de Mercure. Je suppose qu'on ait observé la plus grande digression de Mercure dans le temps qu'il est vers les moyennes distances au soleil, & que la distance ou le rayon vecteur change rapidement; si l'on connoît déjà la moyenne distance & l'excentricité, l'on calculera facilement à quel endroit il faut placer l'aphélie, pour que le rayon sur lequel se trouve la planète, soit précisément de la longueur convenable à la digression observée.

Soit F (fig. 58) le lieu de Mercure dans sa moyenne distance, vu de la terre T sur le rayon TF qui touche l'orbite; la plus grande digression étant alors l'angle STF , & la distance à l'aphélie ASF . Si dans les tables dont nous nous servons, le lieu de l'aphélie étoit mal indiqué, en sorte que l'aphélie y fût marqué en C , en faisant avancer le point C en A , la ligne SF arriveroit en SG , & l'élongation de Mercure seroit égale à l'angle STG , plus grande par conséquent que l'élongation STF ; si donc on a trouvé par le calcul des tables une élongation trop petite, il n'y a qu'à rapprocher l'aphélie du lieu de l'observation en laissant toujours Mercure à la même longitude ou sur la même ligne SF , ou si l'on veut en conservant la même longitude moyenne.

Le 24 mai 1764, à $8^h 7' 50''$ temps moyen, j'observai la longitude de Mercure $2^{\circ} 26' 50'' 35''$, il étoit alors dans la plus grande digression à $22^{\circ} 51' 12''$ du soleil, notre rayon visuel touchoit son orbite à la moyenne distance vers $9^{\circ} 8'$ d'anomalie; je calculai cette longitude par les tables de M.

Halley, & je la trouvai trop grande de $1' 14''$; mais en augmentant dans ces tables la longitude de l'aphélie de $14' \frac{1}{2}$ sans changer la longitude du Mercure, l'anomalie devenoit plus petite aussi-bien que le rayon vecteur, l'élongation de Mercure devenoit aussi moindre, & la longitude de Mercure se trouvoit d'accord avec l'observation (*Mém. Acad.* 1766, pag. 458). De là il s'ensuit que la longitude de l'aphélie étoit trop petite dans les tables de M. Halley, aussi je l'ai augmentée de $10'$ dans mes tables, & je l'ai supposée de $8^{\circ} 13' 49' 30''$ pour 1764. Ayant calculé de la même manière les 16 observations anciennes de Mercure qui sont rapportées dans l'Almageste de Ptolomée, j'ai reconnu qu'il y avoit plusieurs degrés à ôter du lieu de l'aphélie que les tables donnoient pour ces temps-là.

*Méthode pour corriger à la fois les trois éléments d'une
Orbite.*

509. Nous avons vu séparément, les méthodes que l'on peut suivre pour trouver l'équation & les apsidés d'une planète (498, 506); nous allons rassembler l'esprit de ces méthodes & en tirer la manière de trouver par trois observations les trois éléments d'une orbite, savoir l'excentricité, le lieu de l'aphélie, & l'époque du lieu moyen qui en résulte nécessairement; je suppose les trois observations réduites au soleil, & comptées sur l'orbite même de la planète: je suppose aussi les éléments déjà à peu près connus.

Pour bien faire sentir l'esprit de cette méthode, je rappellerai ici trois choses qui doivent être familières à tous ceux qui s'occupent du calcul astronomique; 1^o. l'équation de l'orbite est la plus grande qui soit possible vers trois signes & quelques degrés d'anomalie moyenne; alors elle est à son *maximum*; elle augmente à peine en passant d'un degré à l'autre, en sorte que l'anomalie moyenne peut être alors plus ou moins grande, sans que l'équation en soit affectée; ainsi dans ces cas-là on pourroit se tromper sur le lieu de l'aphélie, sans qu'il en résultât aucune erreur sur l'équation,

ni sur la longitude calculée: 2°. l'équation de l'orbite, ou la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, est additive depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie, c'est-à-dire, dans les six derniers signes d'anomalie: on l'ajoute alors à la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie; elle est soustractive depuis l'aphélie jusqu'au périhélie, c'est-à-dire, qu'on retranche l'équation de la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie: 3°. le mouvement moyen d'une planète dans l'espace d'une ou de deux révolutions, est assez bien connu pour qu'on puisse toujours le supposer exact; car les moyens mouvements se déterminent par la comparaison des observations les plus anciennes; ainsi il ne peut y avoir d'erreur sensible dans l'espace de quelques années, d'où il résulte que si l'erreur de l'époque ou de la longitude moyenne d'une planète est connue pour un des points de son orbite, elle est également connue, ou plutôt elle est la même dans tous les autres points, elle ne fait que se combiner avec les erreurs qui proviennent des autres éléments, sans que cette erreur de l'époque, prise en elle-même, soit différente.

§ 10. Si l'on avoit deux observations faites précisément dans les moyennes distances, c'est-à-dire, à trois signes d'anomalie moyenne, & à neuf signes, il seroit aisé de corriger par ces deux observations, 1°. l'époque des moyens mouvements, 2°. l'équation du centre: en effet, si l'équation du centre est bonne, c'est-à-dire, si celle qu'on a employée dans le calcul des tables est exacte, il n'y aura entre le calcul & l'observation, d'autre différence que celle de l'époque des moyens mouvements, puisque le lieu de l'aphélie n'influe point dans le calcul des longitudes prises vers les moyennes distances: s'il n'y a d'autre erreur que celle de l'époque, elle sera égale dans les deux observations, car nous supposons le moyen mouvement exactement connu; ainsi l'erreur des tables étant trouvée égale à 3° & à 9° d'anomalie, ce sera une preuve que l'équation du centre est exacte; mais que l'erreur des deux calculs vient uniquement de l'époque de la longitude qui est mal établie.

§ 11. Si l'équation du centre est aussi défectueuse, l'erreur sera plus ou moins grande, parce qu'à $3'$ d'anomalie l'équation du centre se retranche de la longitude moyenne pour avoir la véritable, mais à $9'$ elle s'ajoute; ainsi dans l'une des deux observations l'erreur de l'équation du centre augmentera celle de l'époque, & dans l'autre observation elle la diminuera; par ce moyen l'erreur totale sera plus grande dans une observation que dans l'autre, & cela du double de l'erreur qu'il y a eu dans l'équation du centre.

§ 12. Si, par exemple, l'erreur de l'époque est $-5'$, c'est-à-dire, qu'il y ait dans l'époque des tables $5'$ de trop, & que l'erreur de la plus grande équation soit $-2'$, alors ces deux erreurs s'accumuleront à $9'$ d'anomalie moyenne, parce que l'équation y est additive, en sorte qu'on aura ajouté $2'$ de trop, à raison de l'équation qui est trop grande, & $5'$ de trop, à raison de l'époque qui est trop avancée; la longitude calculée aura donc $7'$ de trop. Au contraire vers $3'$ d'anomalie on n'aura que $3'$ de trop, c'est-à-dire, que l'erreur des tables ne sera que de $3'$, parce que l'équation qui est trop grande de $2'$, étant soustractive, dans ce cas-là on aura ôté $2'$ de trop; & l'époque ayant $5'$ de plus qu'il ne faut, il ne restera que $3'$ d'erreur. La différence entre ces deux erreurs des tables $7'$ & $3'$ est donc $4'$, & cette différence partagée en deux parties donnera $2'$, erreur de l'équation du centre; par ce moyen l'on connoîtra l'erreur de l'équation & celle de l'époque; il sera facile de trouver celle de l'aphélie, en corrigeant ensuite une observation voisine de l'aphélie, de manière qu'il n'y reste plus d'autre différence que celle qui vient de l'erreur commise sur la portion de l'aphélie.

§ 13. Quand même les trois observations choisies ne seroient pas exactement dans les points que nous avons indiqués, il seroit facile par quelques changements faits à chacun des trois éléments, de trouver les quantités nécessaires pour satisfaire aux trois observations. Voyez mon *Astronomie*, art. 1293.

§ 14. La théorie de l'attraction prouve que les apsidés

des planetes ne font pas toujours au même point du ciel , & les observations de Mars le prouvent sur-tout d'une maniere incontestable. Ayant discuté avec le plus grand soin toutes les observations anciennes & modernes , j'ai trouvé le progrès annuel des apsidés comme dans la table ci-jointe ; il n'y auroit pour chaque planete que $1^{\circ} 23' 14''$ si les apsidés étoient véritablement fixes ou qu'ils n'eussent d'autre chan-

gement de longitude que celui qui vient de la précession des équinoxes , & qui est purement apparent.

§ 15. La révolution d'une planete par rapport à son apside , le temps qu'elle emploie à y revenir , ou l'intervalle d'un passage par son aphélie au passage suivant , s'appelle la RÉVOLUTION ANOMALISTIQUE , parce que l'anomalie recommence à chaque passage dans l'apside : cette révolution anomalistique est un peu plus longue que la révolution par rapport aux équinoxes , parce que le mouvement des apsidés se fait suivant l'ordre des signes.

Si le lieu de l'apside de la terre étoit exactement fixe dans le ciel , la révolution anomalistique seroit égale à la révolution sidérale , dont on a vu la détermination (321) ; mais puisque l'apogée du soleil à un petit mouvement selon l'ordre des signes , comme les observations paroissent le prouver , aussi-bien que la théorie , il faut comparer deux passages de la planete par son aphélie , & non pas deux retours à une même étoile , ni deux passages par l'équinoxe (454) ; c'est ainsi que l'on trouvera la révolution anomalistique du soleil de $365j 6h 15' 20'' \frac{1}{2}$ plus grande de $6' 9''$ que la révolution sidérale.

	Longitude de l'aphélie en 1750.	Mouvement séculaire de l'aphélie.
Mercur.	$8^{\circ} 13^{\circ} 33' 3''$	$1^{\circ} 57' 40''$
Vénus.	$10^{\circ} 8' 13'' 0$	$4' 10'' 0$
Terre.	$9^{\circ} 8' 38'' 4$	$1' 49'' 10$
Mars.	$5^{\circ} 1' 28'' 24$	$1' 51'' 40$
Jupiter.	$6^{\circ} 10' 21'' 31$	$1' 43'' 20$
Saturne.	$8^{\circ} 29' 53'' 30$	$2' 23'' 20$

Des Nœuds & des Inclinaisons des Planetes.

516. Lorsqu'une planète n'a aucune latitude vue de la terre, elle n'en sauroit avoir vue du soleil, elle est alors dans son nœud, puisqu'elle est dans le plan de l'écliptique; il suffit donc d'observer la longitude géocentrique de la planète, au temps où elle n'a point de latitude, on en conclura sa longueur vue du soleil (442) & ce sera le lieu du nœud.

On peut aussi employer à la recherche du lieu du nœud, des observations faites à égales distances des nœuds, lorsque la latitude héliocentrique d'une planète s'est trouvée de la même quantité, car le milieu entre les longitudes héliocentriques trouvées dans les deux cas sera le lieu du nœud, en le supposant fixe dans l'intervalle des deux observations.

517. Le nœud de Mercure & celui de Vénus se déterminent par leurs passages sur le soleil, qui arrivent nécessairement fort près des nœuds (737).

518. Depuis qu'on observe les nœuds des planetes avec soin, on a reconnu qu'ils ont tous un mouvement rétrograde, insensible dans l'espace de quelques années, mais qui dans l'espace d'un siècle n'a pu échapper aux astronomes; ce mouvement est une suite nécessaire de l'attraction des autres planetes, comme je l'ai fait voir fort en détail dans les *Mém.*

de 1758 & de 1761, on en verra la raison quand nous parlerons des effets de l'attraction (1062). Voici la quantité de ce mouvement d'après mes nouvelles tables, avec la disposition du nœud pour 1750.

	<i>Nœud en 1750.</i>	<i>Mouv. annuel.</i>
Mercure.	1° 15' 21" 15"	45"
Vénus.	2 14 26 18	31
Mars.	1 17 36 30	40
Jupiter.	3 8 16 0	60
Saturne.	3 21 31 17	30

519. Le mouvement du nœud d'une planète est le résultat de l'attraction de toutes les autres planetes, car il n'en est aucune qui n'influe plus ou moins sur le nœud de toutes les autres. Mais comme ce mouvement, qui est uniforme sur l'orbite de la planète qui le produit, doit se rapporter dans

nos tables au plan de l'écliptique, il est nécessaire d'y réduire tous ces mouvements qui se font sur les orbites différentes, pour en composer un seul mouvement sur l'écliptique; c'est cette réduction qui rend direct le nœud de Jupiter; car il est naturellement rétrograde sur l'orbite de Saturne qui en est la cause principale; mais il devient direct, quand on le rapporte à l'écliptique; je vais expliquer ici les principes de ces variations, parce qu'ils m'ont fait découvrir dans les orbites des satellites de Jupiter, la cause de phénomènes qui jusqu'alors avoient paru inexplicables.

520. Soit CB (fig. 59) l'écliptique, CA l'orbite de Jupiter, BA l'orbite de Saturne; le nœud de Jupiter en C & celui de Saturne en B , la différence CB est de $13^{\circ} 15'$. L'inclinaison C de l'orbite de Jupiter est de $1^{\circ} 19'$, & l'inclinaison B de l'orbite de Saturne est de $2^{\circ} 30'$. En résolvant le triangle ABC , on trouve AC de $26^{\circ} 41'$, & l'angle A ou l'inclinaison de l'orbite de Jupiter sur celle de Saturne $1^{\circ} 15'$. Par l'effet naturel de l'attraction de Saturne sur Jupiter, le point d'intersection A de l'orbite de Jupiter sur celle de Saturne, doit rétrograder dans le sens contraire au mouvement de Jupiter, comme on le verra dans la théorie de l'attraction, mais l'angle des deux orbites ne change point par le mouvement du nœud; ainsi le nœud ira de A en a , & l'orbite de Jupiter AC passera dans la situation ac , sans que l'angle A éprouve aucun changement, les cercles AC & ac resteront parallèles, dans leurs parties voisines de Aa , & leur intersection D sera éloignée du point A de 90° . Ainsi le triangle ABC se changera en un triangle aBc , les angles A & B étant constants; & le nœud C de l'orbite de Jupiter sur l'écliptique passera en c ; il aura donc un mouvement direct Cc , quoique le mouvement Aa ait été rétrograde.

521. Ainsi quoique l'action des planetes les unes sur les autres produise dans les nœuds un mouvement rétrograde sur l'orbite de la planete troublante ou de la planete qui, par son attraction, produit ce mouvement, cependant le mouvement des nœuds sur l'écliptique devient quelquefois direct, ou suivant l'ordre des signes, comme dans le cas du

nœud de Jupiter dont je viens de parler. C'est sur-tout lorsque la planete troublante a son angle d'inclinaison B plus grand que l'angle C de la planete troublée, que le mouvement du nœud de celle-ci est direct sur l'écliptique. Dans l'autre cas le point A tombe à droite du point C , c'est-à-dire, de l'autre côté de C par rapport au point B , dans la figure; le mouvement du nœud A se faisant vers l'occident, le mouvement Cc sur l'écliptique GB devient également rétrograde.

Des Inclinaisons.

522. L'INCLINAISON d'une planete est l'angle que le plan de son orbite fait avec le plan de l'écliptique (427); la latitude héliocentrique (438) de cette planete, lorsqu'elle est à 90° de ses nœuds, est égale à cette inclinaison, parce que la planete est alors aussi éloignée qu'elle puisse être du plan de l'écliptique. Ainsi pour trouver l'inclinaison d'une orbite il suffit d'observer la latitude de la planete, lorsqu'elle est à 90° des nœuds, & de réduire cette latitude observée ou géocentrique, à la latitude héliocentrique, ou vue du soleil.

523. Mais comme cette dernière réduction suppose connue la parallaxe du grand orbe, on cherche à éviter cette condition par la méthode suivante. On choisit le temps où le soleil est dans le nœud de la planete, c'est-à-dire, nous paroît à la même longitude que la planete quand elle est dans son nœud, parce qu'alors la terre passe en T sur la ligne des nœuds NST (fig. 60), ce qui rend le calcul de l'inclinaison fort simple. Supposons d'abord que la planete se trouve pour lors au point A de son orbite, & qu'on abaisse la perpendiculaire AB sur le plan de l'écliptique, ou de l'orbite de la terre prolongé jusques vers la planete; que la ligne TB qui marque son lieu réduit à l'écliptique soit perpendiculaire à la ligne TSN dans laquelle se trouvent le nœud & le soleil; l'angle d'élongation BTS étant de 90° ; alors les lignes AT & BT sont perpendiculaires à la commune section TN , l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'é-

cliptique; elles font donc entr'elles le même angle que les deux plans, c'est-à-dire, un angle égal à l'inclinaison que l'on cherche (425): or l'angle ATB n'est autre chose que la latitude même de la planete vue de la terre (427); donc *la latitude observée sera elle-même l'inclinaison de l'orbite.*

Mais il est rare de rencontrer ces deux circonstances ensemble, c'est-à-dire, le soleil dans le nœud, & la planete à 90° du soleil; d'ailleurs cette dernière condition ne se rencontre que dans les planetes supérieures, ainsi nous avons besoin d'une regle plus générale pour la détermination des inclinaisons.

514. Je suppose qu'on ait observé la latitude d'une planete, vue de la terre, quelle qu'elle soit, pourvu que le soleil soit dans le nœud ou à peu près; soit P la planete en un point quelconque P de son orbite, la terre étant toujours en T dans la ligne des nœuds TSN ; on abaisse la perpendiculaire PL de l'orbite de la planete sur le plan de l'écliptique, on tire des points P & L les perpendiculaires PR & LR sur la commune section des deux plans; l'angle PRL de ces deux perpendiculaires sera égal à l'angle des deux plans; c'est-à-dire, à l'inclinaison de l'orbite sur le plan de l'écliptique (425); l'angle LTP sera égal à la latitude géocentrique de la planete, & l'angle RTL égal à l'élongation de la planete (442); alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes tels que RTL & PTL rectangles en R & en L donnera les deux proportions suivantes.

$$\begin{array}{l} TL : RL :: R : \sin. RTL. \} \text{ donc } RL : PL :: \sin. RTL : \\ TL : PL :: R : \tan. LTP. \} \quad \tan. LTP. \end{array}$$

Mais dans le triangle PRL rectangle en L on a cette autre proportion $RL : PL :: R : \tan. PRL$; donc en comparant la troisième proportion avec cette dernière, on aura $\sin. RTL : \tan. LTP :: R : \tan. PRL$, c'est-à-dire, que le *sinus de l'élongation est au rayon comme la tangente de la latitude géocentrique observée est à la tangente de l'inclinaison.*

EXEMPLE. Le 12 janvier 1747 à $6^h 6' 33''$ du matin, M. de la Caille observa la longitude de Saturne, $6^\circ 26' 12''$

52^e, & la latitude boréale $2^{\circ} 29' 18''$, le soleil étoit alors à $9^{\circ} 11' 47''$, c'est-à-dire, dans le nœud de Saturne, ou du moins il n'en étoit éloigné que de 12' selon les tables de M. Cassini, ce qui ne peut produire aucune erreur sensible dans le résultat. En appliquant à cette observation l'analogie précédente, on trouve l'inclinaison de l'orbite de Saturne $2^{\circ} 29' 43''$ (*Mém. acad.* 1747. pag. 135).

525. Lorsqu'on détermine le lieu du nœud d'une planète par le moyen de deux latitudes égales (516), soit que ces latitudes soient prises avant & après le passage d'une planète par ses limites, ou qu'elles soient prises avant & après le passage par le nœud, les mêmes observations peuvent déterminer à la fois non seulement le nœud, mais encore l'inclinaison de l'orbite; car dans le triangle sphérique *PAL* rectangle en *L* (*fig.* 49), on connoît les côtés *LA* & *PL*, c'est-à-dire, la distance au nœud & la latitude vue du soleil; on cherchera l'angle *A*, & l'on aura l'inclinaison véritable de l'orbite.

526. Cette méthode qui détermine à la fois l'inclinaison & le nœud d'une planète par deux observations de latitudes égales, est moins exacte que celle où l'on détermine les deux choses séparément, en employant une observation faite dans le nœud pour déterminer le nœud, & une observation faite dans une des limites pour avoir l'inclinaison de l'orbite. En effet si les deux observations correspondantes sont près du nœud, elles déterminent mal l'inclinaison de l'orbite; puisqu'alors la latitude est petite & qu'on ne doit pas déterminer une quantité plus grande par le moyen de celle qui est moindre; au contraire si ces deux observations sont trop éloignées du nœud, elles sont peu propres à en déterminer la position, parce que le changement de latitude d'un jour à l'autre étant peu sensible, la moindre erreur dans la latitude en produit une plus grande dans le nœud.

527. J'ai dit que l'attraction de chaque planète fait rétrograder sur son orbite les nœuds de toutes les autres planètes (519), & que l'effet de ce mouvement est de déplacer toutes les orbites; il ne peut manquer d'en résulter un

changement dans leurs inclinaisons sur l'écliptique. Soit CB l'écliptique, (*fig. 19*), AB l'orbite de Saturne, AC celle de Jupiter, Aa le mouvement du nœud de Jupiter sur l'orbite de Saturne; ce mouvement du nœud se fait sans aucun changement de l'angle A , c'est-à-dire, de l'inclinaison mutuelle des deux orbites; le triangle ABC se change en un triangle aBc ; les angles A & B demeurent constants, mais l'angle C ne l'est pas, & l'angle c est plus ou moins grand que l'angle C . Par exemple, le mouvement du nœud de Mars par l'action de Jupiter, étant de $14'' 2$ par année, sur l'orbite de Jupiter, (*Mém. 1758, pag. 261. 1761, p. 404*), l'angle B inclinaison de Jupiter, $1^\circ 19'$, & la distance BC de leurs nœuds $50^\circ 22'$, on trouvera pour le changement de l'angle C , $24'' 8$ par siècle.

Cet effet qui se continue de siècle en siècle, apportera dans la suite une grande différence dans les inclinaisons des orbites, & il y a déjà plus de 8 minutes depuis le temps de Ptolomée, quantité qu'on ne doit pas négliger dans la comparaison des différentes observations, mais que les calculs de l'attraction pouvoient seuls indiquer, du moins quant à présent. Ces changements sont sur tout sensibles pour les satellites de Jupiter, où ils produisent des variétés singulières dont personne avant moi n'avoit soupçonné la cause, & qu'il étoit fort important de connoître.

§ 18. Pour savoir si l'inclinaison d'une planète doit augmenter ou diminuer, c'est la situation des nœuds qu'il faut considérer. Soit AB (*fig. 59*), l'orbite de la planète troublante, & AC l'orbite de la planète troublée, dont le nœud passe de A en a ; puisque l'inclinaison mutuelle des deux orbites n'est point changée, l'angle A & l'angle a sont égaux, & vers ce point-là les cercles AC , ac sont parallèles; de là il suit qu'ils vont se rencontrer en un point D , éloigné de 90° du point A ; car deux grands cercles de la sphere, pris à 90° de leur intersection commune, deviennent sensiblement parallèles, du moins sur un petit espace; or dans le triangle DCc on voit évidemment que l'angle DcC est plus petit que l'angle DCE ; c'est-à-dire, que dans ce cas-là l'in-

clinaison diminue, d'où il est aisé de conclure que quand le nœud de la planète troublante est plus avancé que celui de la planète troublée, l'inclinaison de celle-ci est diminuée, jusqu'à ce que l'excès soit à peu près de 180° . Cette règle est aisée à appercevoir en figurant les positions de différentes orbites les unes par rapport aux autres.

Des Diametres des Planetes & des Micrometres qui servent à les mesurer.

529. Le diamètre apparent d'une planète est l'angle sous lequel il nous paroît ; par exemple, le soleil au commencement de juillet paroît sous un angle de $31 \frac{1}{2}$, & Vénus quand elle est le plus près de nous sous un angle d'une minute seulement. Ces diametres augmentent quand la distance diminue ; ainsi le soleil étant plus près de nous en hiver qu'en été, d'environ un trentième, son diamètre est plus grand en hiver d'une minute & 5 secondes.

Pour mesurer le diamètre du soleil, le moyen le plus naturel & le plus simple est d'observer, quand il passe au méridien, le temps qui s'écoule entre les passages du premier bord & du second, s'il s'écoule deux minutes de temps, c'est une preuve que le soleil auroit 30' de diamètre, du moins en le supposant dans l'équateur. Lorsqu'il n'est pas dans l'équateur, il faut diminuer la quantité trouvée par une opération que nous allons démontrer.

530. LEMME. *Un arc tiré au dedans d'un très-petit angle sphérique perpendiculairement aux côtés est égal à ce petit angle multiplié par le sinus de la distance de l'arc au sommet de l'angle.*

DEM. Supposons 2 grands cercles EAD , EBC , (fig. 25), qui fassent entr'eux un angle très-petit en E ; que ED soit de 90 degrés, en sorte que CD soit la mesure du petit angle E ; qu'à une distance quelconque du sommet E l'on tire un arc de grand cercle AF , perpendiculaire sur EAD , qui soit assez petit pour qu'on puisse le regarder comme une ligne droite, & qu'en même temps EF soit sensiblement égal à EA ; dans

le triangle EFA rectangle en A & en F , on aura cette proportion tirée de la regle la plus commune de la trigonométrie sphérique : le rayon est au sinus de l'hypothénuse EF , comme le sinus du petit angle E est au sinus du petit arc FA , ou comme l'angle E est à l'arc FA , (parce que les petits arcs sont égaux à leurs sinus), ou comme l'arc DC est à l'arc FA , ainsi prenant l'unité pour rayon ou sinus total, on aura $1 : \sin. AE :: DC : FA$, donc $FA = DC \sin AE$.

531. De là il suit 1°. que les distances FA , DC , entre deux cercles, sont comme les sinus des distances au sommet, EA , ED ; 2°. qu'un petit arc de l'équateur comme DC , une petite différence d'ascension droite multipliée par le cosinus de la déclinaison AD de l'astre qu'on observe, donnera l'effet qui en résulte dans la région de l'arc, ou le petit arc FA compris dans cet endroit-là entre les deux cercles de déclinaison. Il en seroit de même des différences de longitude. Cette proposition est d'un usage continuel dans l'astronomie.

532. Les diametres apparents des planetes augmentent quand elles approchent de nous : un objet qui paroît sous un angle d'une minute, paroîtra de deux minutes si l'on s'en rapproche de moitié, cela est assez sensible pour n'avoir pas besoin d'explication. Les diametres des planetes qu'on trouvera dans la table qui est à la fin de cet ouvrage, sont tous réduits à la distance qu'il y a du soleil à la terre, voilà pourquoi le diametre de Jupiter y est marqué de $3' 13''$, quoiqu'il ne nous paroisse effectivement que d'environ $37''$ dans ses moyennes distances, parce que cette planete est toujours beaucoup plus éloignée de nous que le soleil.

533. Les planetes qui ont un très-petit diametre ne peuvent se mesurer, comme celui du soleil, par le temps de leur passage, qui est trop court; on y emploie des micrometres dont je vais donner une idée.

Le MICROMETRE (a) est un instrument composé de plusieurs fils placés au foyer d'une lunette, pour mesurer par leur intervalle la grandeur de l'image qu'on y apperçoit; la premiere

(a) *Micrômetre, parvus*, parce qu'il sert à mesurer de petits angles qui ne passent guere un degré.

idée du micrometre fut donnée par Huygens en 1659 (*Systema Saturnium*, pag. 82). Après avoir parlé des diametres des planetes qu'il avoit observés, il dit que Riccioli avoit trouvé le diametre de Vénus trois fois plus grand que lui; & pour justifier sa détermination, il rend compte de la maniere dont il s'y est pris pour mesurer les diametres des planetes : voici à peu près ce qu'il en dit.

» Dans les lunettes formées de deux verres convexes, il
 » y a un endroit où l'on peut placer un objet aussi petit &
 » aussi fin qu'on voudra, il y paroîtra très-distinct, très-
 » bien terminé. . . Si à ce foyer l'on place d'abord un
 » anneau dont l'ouverture soit un peu plus petite que celle
 » de l'oculaire, on verra par cet anneau tout le champ de
 » la lunette, c'est-à-dire, tout l'espace circulaire qu'on ap-
 » perçoit dans le ciel en regardant par cette lunette, & cet
 » espace sera terminé par une circonférence exacte dont le
 » diametre est facile à mesurer. L'horloge oscilatoire que
 » nous avons imaginée depuis peu est très-propre à cet effet;
 » on fait qu'il passe un degré de la sphere en 4 minutes de
 » temps, ou 1, en 4" de temps; si donc une étoile a employé
 » 69" à parcourir le champ de la lunette, on fera sûr que
 » cette lunette occupe $17\frac{1}{2}'$, & telle est celle dont nous nous
 » servons. On prendra alors une ou deux petites plaques ou
 » lames dont la largeur aille en diminuant; on percera le
 » tube de la lunette de chaque côté à l'endroit dont nous
 » avons parlé, pour y placer les petites lames en travers.
 » Lorsque l'on voudra mesurer le diametre d'une planete,
 » on examinera quelle largeur doit avoir cette lame pour
 » cacher entièrement la planete, & cette largeur étant
 » comparée au diametre entier de l'ouverture de l'anneau,
 » par le moyen d'un compas très-fin, fera connoître le
 » diametre de la planete en minutes & en secondes ».

Ainsi le micrometre d'Huygens ne consistoit qu'en une petite lame qu'il faisoit glisser sur le diaphragme, ou anneau qui circonscrit l'ouverture; cette lame cachoit par sa largeur l'image qu'on vouloit mesurer, & en donnoit ainsi le diametre. Auzout imagina le premier en 1666 de renfermer

l'image entre deux fils qu'on rapprochoit l'un de l'autre ; les premieres observations faites avec ce nouvel instrument furent imprimées & en France & en Angleterre.

§ 34. Depuis ce temps-là on a perfectionné beaucoup le mécanisme des micrometres ; mais ils se réduisent toujours à un fil qu'on fait mouvoir par le moyen d'une vis, au foyer d'une lunette ; on détermine la valeur de ce mouvement ou les pas de la vis en observant avec ces mêmes fils un objet éloigné dont on connoît la grandeur. Par exemple, un objet d'une toise vu à 113 toises de distance paroît nécessairement sous un angle de $31\frac{1}{2}$, comme on le peut trouver par la trigonométrie ; si l'on éloigne les fils du micrometre de maniere à comprendre cet espace dans la lunette, & si l'on voit ensuite que le même espace comprend le diametre du soleil, on sera sûr que le soleil a $31\frac{1}{2}$ de diametre apparent.

M. Bouguer a imaginé en 1748 un micrometre objectif ou héliometre : il consiste en deux verres de lunette l'un à côté de l'autre dans un même tuyau, qui peuvent s'éloigner l'un de l'autre de la quantité du diametre du soleil ou de telle autre grandeur qu'on veuille mesurer.

§ 35. Les RÉTICULES nous tiennent souvent lieu de micrometres ; il y en a deux sortes principales : savoir, le réticule de 45° , & le réticule rhomboïde. Le champ d'une lunette simple, tel que le cercle *ACBE* (fig. 61), est ordinairement garni d'un châssis, dans lequel il y a quatre cheveux, ou 4 fils tendus. Le fil *AB* est destiné à représenter le parallele à l'équateur ou la direction du mouvement diurne des astres ; le fil horaire *CE*, qui lui est perpendiculaire, représente un méridien ou cercle de déclinaison ; & les fils obliques *NO*, *LM*, font des angles de 45° avec les deux premiers.

Lorsqu'on veut mesurer la différence d'ascension droite, entre deux astres, pour connoître la position d'une planète par le moyen de celle d'une étoile, on incline le fil *AB*, de maniere que le premier des deux astres qui passe dans la lunette, suive le fil & le parcoure exactement ; l'on observe l'heure, la minute, & la seconde où l'astre passe au centre *P*, ou à l'intersection des fils. Quand le second astre

vient à traverser la lunette à son tour, il décrit une autre ligne $VFDGR$, parallèle à APB ; on compte l'instant où il arrive en D , c'est-à-dire, sur le même cercle de déclinaison $CDPE$, où l'on a observé le premier astre en P , & la différence des temps donne celle des ascensions droites.

Pour trouver la différence de déclinaison des deux astres ou la perpendiculaire PD , comprise entre AB & VR , on compte aussi les moments où le second astre passe en F & en G ; l'intervalle de temps converti en degrés, & multiplié par le cosinus de la déclinaison de l'astre (551) donne l'arc FDG , dont la moitié FD est égale à DP , à cause de l'angle FPD supposé de 45° . C'est ainsi qu'on trouve la différence en déclinaison des deux astres, par exemple de Vénus quand elle est sur le soleil, en faisant suivre un des fils par le bord du soleil, & l'autre par la planète, comme on le voit dans la figure 61.

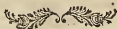
536. M. Bradley a substitué le réticule rhomboïde au réticule de 45° , & c'est aujourd'hui le plus usité parmi les Astronomes : il est formé d'un rhombe $BEDF$ (fig. 62), tel que l'une des diagonales BD soit double de l'autre. Pour le tracer, nous supposerons un carré $AGHC$, dont les côtés AC & GH soient divisés chacun en deux parties égales, en D & en B . Du point B , l'on tirera aux angles A & C les lignes BA , BC , & du point D aux angles G & H , les lignes DG , DH ; ces quatre lignes formeront par leurs intersections le rhombe $BEDF$; EF est la moitié de AC , & par conséquent la moitié de BD ; si l'on tire une ligne ef parallèle à la base EF , la perpendiculaire Bd sera toujours égale à la base ef , comme BD est égale à AC , c'est-à-dire, que la largeur d'une partie quelconque de ce rhombe est égale à la hauteur.

537. Lorsqu'on veui comparer avec ce réticule une planète à une étoile, on fait en sorte que le premier des deux astres parcoure dans son mouvement diurne l'espace EF , qui est égale à BM , & dès-lors on connoît la valeur de cette diagonale. Le second astre venant à traverser aussi la lunette, on compte exactement le temps qu'il a employé à passer de e en f , on convertit le temps en degrés, minutes & secon-

des: on diminue ces degrés, en les multipliant par le cosinus de la déclinaison de cet astre (531), & l'on a la grandeur de *ef*, ou *Bd*, on la retranche de *BM*, ce qui donne *Md*, qui est la différence en déclinaison des deux astres.

538. Ce réticule sert à comparer les planetes, & les cometes aux étoiles fixes, qui ont à peu près la même déclinaison, ou bien à comparer les petites étoiles, dont on veut faire un Catalogue, à quelque étoile principale, qui soit à peu près sur leur parallele. M. de la Caille, qui s'en est servi au Cap de Bonne-Espérance en 1751, pour dresser un Catalogue de près de dix mille étoiles dans la partie australe du Ciel, l'avoit fixé dans la lunette d'un quart-de-cercle; on peut également le placer dans une *lunette méridienne*, ou instrument des passages qui tourne dans le plan du méridien autour d'un axe horizontal; ou dans une *lunette parallatique*, c'est-à-dire, qui tourne autour d'un axe dirigé vers le pôle du monde, & incliné, par exemple, de 49° à l'horizon de Paris.

539. Quand on connoît la distance réelle d'une planete en lieues, il est aisé de trouver aussi son diametre réel qui n'est que la corde de l'angle du diametre apparent, & par conséquent sa surface & sa grosseur en mesures connues. J'ai placé à la fin de ce Volume une Table des diametres des grosseurs & des distances des planetes, calculé d'après les dernieres observations qui nous ont fait connoître les distances absolues de toutes les planetes au soleil & à la terre.



LIVRE IV.

Des mouvements de la Lune, & du Calcul des Parallaxes.

340. **L**A LUNE est après le soleil le plus remarquable de tous les astres ; nous n'avons parlé dans le première Livre que des apparences les plus générales de son mouvement (55) ; nous allons en suivre les circonstances, & en donner l'explication détaillée. Après avoir disparu pendant quelques jours, la lune commence à se montrer le soir du côté de l'occident, peu après le coucher du soleil sous la forme d'un filet de lumière, ou d'un croissant dont la lumière est foible, parce qu'elle est diminuée par l'éclat du crépuscule. Hévélius n'a jamais observé la lune plutôt que 40 heures après sa conjonction, ou 27 heures avant, (*Selenographia*, pag. 276 & 408). On n'apperçoit guere la lune que le troisième jour après sa conjonction ; quoique Képler ait dit qu'on pouvoit voir la lune, même en conjonction, lorsque sa latitude est de 5 degrés. Ce croissant paroît donc plus tard le troisième jour du côté du couchant, & le soir à l'entrée de la nuit ; ses pointes sont élevées & tournées à l'opposite du soleil ; il devient un peu plus fort le lendemain, & dans l'espace de cinq à six jours il prend la forme d'un demi-cercle : la partie lumineuse est alors terminée par une ligne droite, & nous disons que la lune est *dichotome*, (a) ou qu'elle est en quadrature, c'est son PREMIER QUARTIER.

Après avoir paru sous la forme d'un demi-cercle lumineux, la lune continue de s'éloigner du soleil & d'augmenter en lumière pendant 8 jours ; elle paroît alors tout-à-fait circulaire ; son disque entier & lumineux brille pendant

(a) Διχότομος, *dimidiatus*, Copernic se sert du mot *Luna dividua*, toute

toute la nuit, & c'est le jour de la PLEINE LUNE; ou de l'opposition : on la voit passer au méridien à minuit & se coucher dès que le soleil se lève, tout annonce alors qu'elle est directement opposée au soleil par rapport à nous, & qu'elle brille dans toute sa largeur; parce que le soleil l'éclaire en face & non pas de côté.

Après la pleine lune, arrive le décours, qui donne les mêmes phases & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroissement de la lune; elle est d'abord ovale, puis *dichotomè* ou sous la forme d'un demi-cercle, & c'est le DERNIER QUARTIER.

Bientôt le demi-cercle de lumière diminue & prend la forme d'un croissant qui devient chaque jour plus étroit, & dont les cornes sont toujours du côté le plus éloigné du soleil; la lune alors se trouve avoir fait le tour du ciel, & se rapproche du soleil; on la voit se lever le matin un peu avant le soleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'observation; elle se rapproche du soleil & se perd enfin dans ses rayons, c'est ce qu'on appelle la NOUVELLE LUNE, ou la conjonction, autrefois la néoménie (a).

§ 41. La mesure la plus naturelle du temps fut celle que présentent ces phases de la lune; cet astre en changeant tous les jours d'une manière sensible le lieu de son lever & de son coucher, en variant sans cesse de figure, & recommençant ensuite un nouvel ordre de changements tous semblables, offroit une règle publique, & des nombres faciles, sans le secours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanachs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertissement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire; les familles nouvellement formées, & dispersées dans les plaines de Sennaar, se réunissoient sans méprise au terme convenu de quelque phase de la lune.

§ 42. LA NÉOMÉNIE servit à régler les assemblées, les sacrifices, les exercices publics; ce culte & ces fêtes n'avoient pas la lune pour objet, mais pour indication. On

(a) Νῆς, novus; Μην, Luna.

comptoit la lune du jour qu'on commençoit à l'appercevoir. Pour la découvrir aisément on s'assembloit le soir sur les hauteurs ; quand le croissant avoit été vu , on célébroit la néoménie ou le sacrifice du nouveau mois qui étoit suivi de fêtes ou de repas. Les nouvelles lunes qui concouroient avec le renouvellement des quatre saisons , étoient les plus solennelles ; il semble qu'on y reconnoisse l'origine de nos quatre temps , comme on voit celles de la plupart de nos fêtes dans les cérémonies des anciens. On retrouve dans l'écriture & dans les histoires de tous les peuples du monde cette coutume de se réunir sur les hauts lieux ou dans les déserts , d'observer la nouvelle lune , de célébrer la néoménie par des sacrifices ou des prières.

§ 43. Il se passe à peu près 29 jours & demi d'une nouvelle lune à l'autre , c'est une observation facile , & les premiers pasteurs ne manquerent pas de la faire ; c'est ce qu'on appelle *mois lunaire* , LUNAISON , ou révolution synodique de la lune : nous en verrons bientôt une détermination rigoureuse (§ 57) ; cette lunaison fut la plus ancienne mesure du temps.

§ 44. En observant avec tant d'exaétitude les phases de la lune , on dut remarquer naturellement que les éclipses de soleil qui paroissent au moins tous les 4 ou cinq ans , arrivent entre le dernier croissant d'un cours de lune fini , & la première phase d'une nouvelle lune , c'est-à-dire , entre le temps où la lune s'approche le plus du soleil , & celui où elle commence à s'en éloigner par le côté opposé : on aperçoit alors sur le soleil un corps rond & parfaitement noir , on le voit se glisser peu à peu devant le disque du soleil & en intercepter la lumière , du moins en partie ; quelquefois se placer dans le milieu de son disque , & y paroître environné d'une couronne de lumière ; d'autres fois enfin le couvrir en entier & nous plonger dans les ténèbres , comme en 1724. (art. 63).

Les premiers observateurs comprirent bientôt que ce corps obscur ne pouvoit être autre chose que celui de la lune qu'on avoit vu les jours précédents s'avancer de plus en plus vers le soleil , & qu'on voyoit ensuite un ou deux jours

après se placer de l'autre côté ou à l'orient du soleil, & s'en éloigner avec la même vitesse.

545. La lune après avoir intercepté la lumière du soleil en plein jour paroïsoit absolument noire & opaque; on comprit par-là qu'elle ne brilloit qu'autant qu'elle étoit éclairée, & que le côté qu'elle tournoit vers nous dans le temps d'une éclipse de soleil ne pouvant recevoir aucune lumière du soleil, ne nous en rendoit aucune. C'est ainsi que les premiers observateurs durent comprendre que la lune étoit un globe opaque & massif qui n'avoit pas de lumière par lui-même, & qui ne paroïsoit lumineux que dans la partie éclairée par le soleil; on voyoit d'ailleurs que la lune n'étoit jamais plus lumineuse & plus resplendissante que quand elle étoit opposée au soleil, de manière à être vue de face, & à nous réfléchir toute la lumière que le soleil envoyoit sur sa surface ou sur son disque; preuve qu'elle ne renvoyoit vers nous qu'une lumière empruntée.

546. Quatorze ou quinze jours après une éclipse de soleil, il arrive quelquefois une éclipse de lune. Avant qu'elle commence on voit la lune pleine, ronde, lumineuse & opposée au soleil; elle se leve le soir au coucher même du soleil, elle passe toute la nuit sur l'horizon; c'est le temps de l'OPPOSITION ou de la PLEINE LUNE, (540); mais en peu de temps la lune perd cette grande lumière & disparoît à nos yeux, on voit que la terre placée entre la lune & le soleil est l'obstacle qui empêche la lune d'être alors éclairée par le soleil.

547. Le soleil éclairant toujours la moitié du globe lunaire; nous ne pouvons voir la lune pleine que quand nous appercevons cette moitié qui est éclairée, & que nous l'appercevons toute entière; si nous sommes placés de côté, en sorte que nous ne puissions voir que la moitié de la partie éclairée, c'est à-dire, de l'hémisphère exposé au soleil, nous ne verrons que la moitié de ce qui paroïsoit dans la pleine lune, c'est à-dire, que nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumière; la lune paroîtra en quartier, & ainsi des autres situations; telle est la cause des phases de la lune, que nous allons tâcher de rendre plus sensible.

Soit S le soleil, (*fig. 63*) T la terre autour de laquelle tourne la lune dans son orbite; EO le globe de la lune placé entre la terre & le soleil, c'est-à-dire, en CONJONCTION, ou au temps de la nouvelle lune; alors la partie E est seule éclairée du soleil; au contraire la partie O est la seule visible pour nous qui sommes en T : ainsi l'hémisphère éclairé est précisément celui que nous ne voyons point, & l'hémisphère visible est celui qui n'est point éclairé du soleil; telle est la cause qui rend alors la lune invisible pour nous, vers le temps de la nouvelle lune (540).

Au contraire, quand la lune est opposée au soleil, l'hémisphère éclairé L est précisément celui que nous voyons, parce que nous sommes placés du même côté que le flambeau dont elle est éclairée, & il n'y a rien de perdu pour nous de la lumière que la lune répand; son disque visible L est le même que son disque éclairé; c'est pourquoi la lune nous paroît pleine, c'est-à-dire, ronde & lumineuse, quand elle est en OPPOSITION.

548. Quand la lune est éloignée de 90° du soleil ou environ, c'est-à-dire à peu près à moitié chemin de O en L ou de la *conjonction* à l'*opposition*, l'hémisphère visible est AQZ ; l'hémisphère éclairé par le soleil est MZQ ; ainsi nous ne voyons que la moitié de cet hémisphère éclairé, qui paroïssoit tout entier & comme un cercle complet dans le temps de l'opposition; nous ne voyons donc qu'un demi-cercle de lumière, tel qu'il est représenté séparément en N ; la rondeur lumineuse étant toujours du côté du soleil.

549. Lorsque la lune est à 45° du soleil, nous disons qu'elle est dans son PREMIER OCTANT, alors la partie éclairée ou qui regarde le soleil est CDF , la partie visible est BCD ; ainsi nous n'appercevons que la partie CD de l'hémisphère éclairé: alors la lune paroît sous la forme d'un croissant, tel qu'on le voit en G , nous ne voyons alors que la huitième partie du globe lunaire, & la lune est éloignée du soleil de la huitième partie d'un cercle: c'est ce qui a fait appeler cette phase un *octant*; mais la partie éclairée n'est qu'à peu près la septième partie de la surface de son disque visible.

Dans le SECOND OCTANT, qui arrive après la quadrature, l'hémisphère visible est *HIK*, l'hémisphère éclairé par le soleil est *IKP*; ainsi il ne manque à la lune que la petite portion *IH*, pour que nous puissions voir la partie éclairée toute entière; nous verrons alors plus de la moitié du disque lunaire, & la lune paroîtra sous la forme *R*; ce qui manque à son cercle est de la même grandeur que la partie éclairée dans le premier octant, quand la lune étoit en *C*.

Le troisieme octant *V* qui arrive 45° au delà de l'opposition est semblable au second octant; & le quatrieme octant *Y* est pareil au premier octant *G*.

§ 50. Pour calculer exactement la portion lumineuse & visible du disque lunaire, soit *S* le soleil (*fig. 64*), *T* le centre de la terre, *C* le centre de la lune, *AE* le diamètre de la lune, perpendiculaire au rayon du soleil, & qui sépare la portion éclairée *ANE*, de la portion obscure *ADE*; le diamètre lunaire *ND* perpendiculaire au rayon *TC* de la terre, sépare la partie visible *DAN* de la partie invisible *DEN*; on abaissera de l'extrémité *A* du demi-cercle lumineux *ENA* une perpendiculaire *AB* sur le diamètre *ND* de la lune, & la ligne *NB* sera la largeur apparente de la partie visible de l'hémisphère lumineux; en effet, de tout l'hémisphère lumineux *ANE* il n'y a que la partie *AN* qui soit comprise dans l'hémisphère visible *DAN*, & l'arc *AN* ne peut paroître à nos yeux que de la largeur *BN*, par la même raison que le demi-cercle entier *NAD* ne paroît que comme un simple diamètre *NBD*, & qu'un hémisphère entier ne paroît que comme le cercle ou plan qui en est la projection (673). La portion *NB* du diamètre visible *NBCD*, est le sinus versé de l'arc *NA*; cet arc *NA*, ou l'angle *NCA*, est égal à l'angle *CTF*, en supposant *TF* parallèle à *CS*; car l'angle *NCA* est le complément de l'angle *FCT*, à cause de l'angle droit *NCT*; mais l'angle *FCT* est le complément de l'angle *FTC* à cause du triangle rectangle *CFT*; donc l'angle *NCA* est du même nombre de degrés que l'angle *FTC*; cet angle *FTC*

est égal à l'élongation de la lune ou à la distance de la lune au soleil, parce que le soleil est supposé sur la ligne TF de même que sur la ligne CS , à cause de la distance du soleil qui est prodigieuse en comparaison de CF ; donc l'arc NA est égal à l'élongation de la lune; donc dans les différentes phases de la lune la largeur du segment lumineux de la lune, est égale au sinus versé de l'angle d'élongation, en prenant pour rayon le rayon même du disque de la lune, ou la demi distance des cornes du croissant. Par exemple, quand la lune, quatre à cinq jours après la conjonction, est à 60° du soleil, sa partie lumineuse NB paroît la moitié du rayon NC ou le quart du diamètre entier ND de la lune, parce que le sinus versé de 60° dans un cercle quelconque est la moitié du rayon de ce cercle. Si le disque lunaire est exprimé par un cercle GNH (fig. 83), dont C soit le centre, NB égal à la moitié du rayon CN , on aura NB pour la largeur du croissant de la lune, à 60 degrés d'élongation.

§ 51. Les réflexions précédentes font voir que ce n'est pas exactement le sinus versé de l'élongation, mais plutôt le sinus versé de l'angle extérieur du triangle formé au centre de la lune par des rayons qui vont au soleil & à la terre. En effet, nous avons supposé dans la démonstration précédente, que les lignes CS & TF menées au soleil, soit de la terre, soit de la lune, étoient sensiblement parallèles; cela n'est vrai qu'à peu près, & à cause de la grande distance du soleil qui est 400 fois plus loin de nous que la lune; mais si les rayons ST & SV (fig. 65) qui vont du soleil S à la terre T & à la planète ne sont pas parallèles, on aura l'angle extérieur TVO du triangle SVT égal à l'angle NVA : l'un & l'autre étant le complément de l'angle AVT ; or la partie éclairée & visible NB est égale au sinus versé de l'angle NVA ; donc le diamètre entier est à la largeur de la partie éclairée & visible d'une planète, comme le diamètre du cercle est au sinus versé de l'angle au centre de la planète, extérieur au triangle formé au soleil, à la terre & à la planète.

§ 52. La courbure GBH (fig. 66) qui forme l'inté-

rieur du croissant est une ellipse, dont le grand axe GH est égal au diamètre même du disque lunaire : pour le prouver nous nous contenterons d'observer que GBH est la circonférence du cercle *terminateur* de la lumière & de l'ombre, ou du cercle qui sépare l'hémisphère éclairé de l'hémisphère obscur de la lune ; ce demi-cercle est vu de côté, sous une inclinaison qui est le complément de l'angle d'élongation, c'étoit l'angle ACT (fig. 64) ; or un cercle vu obliquement paroît toujours sous la forme d'une ellipse (674) ; donc GBH étant une circonférence vue obliquement, doit paroître le contour d'une ellipse.

Je dis encore que son grand axe est le diamètre même GH du disque lunaire ; car tous les grands cercles d'un globe se coupent en deux parties égales, ainsi le cercle visible GNH & le cercle terminateur GBH sur le globe de la lune se coupent en deux parties égales, & en deux points diamétralement opposés ; donc le diamètre GCH est la commune section de ces deux cercles. C'est pourquoi les cornes G & H du croissant sont toujours éloignées entre elles d'un demi-cercle, & l'on peut en tout temps mesurer le diamètre de la lune en mesurant la distance des cornes.

553. On voit distinctement après la nouvelle lune que le croissant qui en fait la partie la plus lumineuse, est accompagné d'une lumière foible répandue sur le reste du disque, qui nous fait entrevoir toute la rondeur de la lune ; & qu'on appelle LA LUMIERE CENDRÉE.

La terre réfléchit la lumière du soleil vers la lune, comme la lune la réfléchit vers la terre ; quand la lune est en conjonction pour nous avec le soleil, la terre est pour elle en opposition ; c'est proprement pleine terre pour l'observateur qui seroit placé dans la lune, comme dit Hévélius, & la clarté que la terre y répand est telle que la lune en est illuminée beaucoup plus que nous le sommes par un beau clair de lune qui nous fait appercevoir tous les objets. La lune étant bien plus petite que la terre, la lumière que la terre y répand doit être bien plus grande que celle qu'elle en reçoit, il n'est donc pas étonnant que la lune puisse la réfléchir jus-

qu'à nous, & que cette lumière nous fasse voir la lune. Nous l'apercevrons toute entière lorsqu'elle est en conjonction, si le soleil que nous voyons en même temps n'absorboit entièrement cette lueur terrestre réfléchie sur le globe lunaire, & n'empêchoit alors de voir la lune; mais quand le soleil est couché & le crépuscule presque fini, nous appercevons très-distinctement la lumière cendrée.

La lumière cendrée est cause d'un autre phénomène optique fort sensible, c'est la dilatation apparente du croissant lumineux, qui paroît être d'un diamètre beaucoup plus grand que le disque obscur de la lune; cela vient de la force d'une grande lumière placée à côté d'une petite, l'une efface l'autre & l'absorbe; le croissant paroît enflé par un débordement de lumière qui s'éparpille dans la rétine de l'œil, & élargit le disque de la lune; l'air ambiant éclairé par la lune augmente encore cette illusion.

554. La lumière de la lune n'est accompagnée d'aucune chaleur; M. Tschirnausen avec ses verres brûlants ne put la rendre sensible (*Hist. acad.* 1699). M. de la Hire le fils exposa le miroir concave de l'observatoire qui a 35 pouces de diamètre aux rayons de la pleine lune, & il rassembla ces rayons dans un espace 306 fois plus petit que dans l'état naturel; cependant cette lumière concentrée ne produisit pas le moindre effet sur le thermomètre de M. Amontons, qui étoit très-sensible; (*Mém. acad.* 1705).

M. Bouguer a trouvé par expérience que la lumière de la lune est 300 mille fois moindre que celle du soleil, & cela en les comparant l'une & l'autre avec la lumière d'une bougie placée dans l'obscurité. (*Traité d'Opt. sur la gradat. de la lumière*, in-4°, 1760).

Des Inégalités de la Lune.

555. Les plus anciens Philosophes comprirent d'abord que la lune tournoit chaque mois tout autour de la terre, qu'elle en étoit la compagne; &, comme nous disons actuellement, *le Sattellise*; Aristote, au rapport d'Averroës,

disoit que la lune lui paroïssoit comme une terre éthérienne : on peut voir dans Macrobe & dans Plutarque , tout ce que les Philosophes avoient dit à ce sujet.

Les premiers Observateurs dûrent reconnoître bien facilement que dans l'espace de 59 jours la nouvelle lune arrivoit deux fois , en sorte que la durée d'une lunaison étoit de 29 jours & demi ; mais cette règle à peu près vraie , étoit sujette à plusieurs exceptions & à plusieurs inégalités qu'on ne développa que bien long-temps après.

556. La premiere connoissance exacte que l'on ait eue dans la Grece du mouvement de la lune , ou de la durée exacte de sa révolution , fut celle que donna Méton , qui vivoit environ 430 ans avant J. C. Il avoit reconnu , ou plutôt il avoit appris des Orientaux qu'en 19 années solaires il se passoit 235 mois lunaires complets ; & cette détermination n'est en défaut que d'un jour sur 312 ans , aussi cette découverte parut si belle dans la Grece qu'on en grava les calculs en lettres d'or ; on s'en sert encore dans le Calendrier , & l'on appelle *Cycle lunaire* la révolution de 19 ans qui ramene les nouvelles lunes aux mêmes jours de l'année civile. Le nombre d'or est celui qui indique l'année du Cycle lunaire , il est marqué par l'unité 1 , toutes les fois que la nouvelle lune arrive le 1^{er} janvier comme en 1767.

557. Cette période fait voir que le retour de la lune à sa conjonction est 29 jours 12 heures 44 minutes 3 secondes , c'est ce qu'on appelle lunaison , mois synodique , ou *révolution synodique*. Pour que la lune , après avoir fait une révolution entière dans son orbite , arrive jusqu'au soleil , il faut qu'elle parcoure encore les 29° que le soleil a fait dans l'écliptique en 29 jours par son mouvement annuel ; ainsi quand la lune a atteint le soleil ; il y a plus de deux jours que sa véritable révolution est finie , & celle-ci ne dure que 27¹ 7^h 43' 4" $\frac{1}{2}$, c'est ce qu'on appelle la *révolution périodique* : il y faut ajouter 7" si l'on veut avoir la révolution sydérale (321) ; mais on ne fait point usage de celle-ci , parce que c'est aux équinoxes que se rapportent les mouvements célestes.

558. Les inégalités de la lune dérangent beaucoup l'uniformité de cette révolution moyenne que nous venons

de déterminer. En observant chaque jour le lieu de la lune pendant l'espace d'un mois, il n'étoit pas difficile d'appercevoir qu'au bout de sept jours il y avoit environ six degrés d'inégalités, qu'après 14 jours l'inégalité disparoissoit, & qu'au bout de 21 elle revenoit en sens contraire pour disparoître à la fin des 27 jours de la révolution.

559. Mais en faisant la même suite d'observations en différens mois & en différentes années, on vit encore que les points du ciel où l'inégalité disparoissoit (496), c'est-à-dire l'apogée ou le périgée étoient fort différens, & qu'à chaque révolution ils avançoient de 3 degrés environ. En effet l'apogée de la lune fait le tour du ciel en $3231^{\text{h}} 34' 57'' \frac{1}{2}$ par rapport aux équinoxes, & en $3232^{\text{h}} 11^{\text{h}} 14' 31''$ par rapport aux étoiles : c'est environ 9 ans.

La lune étant plus éloignée de nous dans le temps de son apogée, son diamètre apparent est alors le plus petit, il est de 29 minutes & demie seulement; 14 jours après il paroît sous un angle de $33 \frac{1}{2}$ lorsque la lune est périgée. Cela seul suffit pour nous faire juger du temps où la lune est dans ses apsides; l'observation du diamètre de la lune nous montre en même temps quel est le lieu de son apogée dans le ciel, & suffit pour en faire voir les changements & la révolution.

560. La première inégalité ou l'équation de l'orbite de la lune est quelquefois de 5 degrés, quelquefois de $7^{\circ} \frac{2}{3}$ suivant les situations du soleil par rapport à la lune & à son apogée, comme si l'orbite de la lune s'allongeoit & devenoit plus excentrique toutes les fois que le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune. Pour exprimer cette différence les Astronomes supposent d'abord l'équation moyenne de l'orbite de $6^{\circ} 18' \frac{1}{2}$, & ils emploient une autre équation de $1^{\circ} 20' \frac{1}{2}$ sous le nom de seconde inégalité ou *Evection*, celle-ci dépend de la double distance de la lune au soleil moins l'anomalie moyenne de la lune. Ce fut Ptolomée qui reconnut cette inégalité de la lune, vers l'année 120 de

C. Nous parlerons de la cause qui la produit à l'art. 1052.

561. La troisième inégalité de la lune dépend encore de la situation du soleil, dont l'attraction déranger sans cesse les



mouvements de la lune. Cette inégalité fut découverte par Tycho-Brahé vers l'an 1600 ; on l'appelle *variation* : elle est de $37'$, & change tous les trois ou quatre jours : car elle est nulle dans les nouvelles lunes , dans les pleines lunes & dans les quadratures , elle est la plus forte dans les octans, c'est-à-dire à 45 degrés des syzygies & des quadratures.

562. La quatrième inégalité s'appelle *équation annuelle* de la lune ; elle fut encore aperçue par Tycho : cette équation n'est que de $1\frac{1}{4}$; mais comme elle ne se rétablit que tous les ans, son effet étant plus lent, devenoit sensible sur un plus grand nombre d'observations , & il étoit difficile de la méconnoître même d'après le simple examen des lieux de la lune observés pendant un an.

563. Lorsque Newton eut reconnu que l'attraction du soleil étoit la cause des trois dernières inégalités de la lune, il comprit bien qu'il devoit y en avoir d'autres à raison du grand nombre de circonstances qui modifient & troublent ces attractions ; les calculs qu'en ont fait les Géomètres, & plus encore l'examen pénible & la comparaison suivie des observations les plus exactes , ont fait reconnoître dix autres inégalités, d'une , de deux, de trois minutes, qui toutes ensemble forment enfin des tables de la lune qui ne s'écartent jamais du ciel de plus d'une minute ; celles de M. Mayer , dont l'exactitude est la plus reconnue , ont déjà été imprimées plusieurs fois depuis 1770, elles sont dans la seconde édition de mon *Astronomie*, & elles ont mérité une récompense considérable du Parlement d'Angleterre à la veuve de ce célèbre Astronome.

564. L'accélération du moyen mouvement de la lune, ou de ses périodes est telle que le mois lunaire paroît actuellement de 22 tierces plus court qu'il n'étoit il y a 2000 ans , ce qui produit un degré d'erreur sur le lieu de la lune , quand on le calcule pour l'année 300 avant J. C. en employant le mouvement de la lune observé dans ce siècle-ci ; j'ai donné les calculs de cette équation séculaire de la lune dans les *Mémoires de 1757* , avec les raisons qui peuvent la faire admettre.

Des Nœuds & de l'inclinaison de l'Orbite lunaire.

565. L'orbite de la lune est inclinée sur l'écliptique, de même que celles de toutes les autres planetes (412) ; ainsi la lune traverse l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & sept jours après avoir traversé l'écliptique dans un de ses nœuds elle s'en s'éloigne de 5 degrés : sans cette inclinaison nous aurions tous les mois une éclipse de soleil le jour de la conjonction, & une éclipse de lune le jour de l'opposition ; mais au contraire il ya des années entieres où il n'arrive aucune éclipse de lune (par exemple, en 1763), parce qu'au moment de chaque opposition la lune est trop éloignée de son nœud, & se trouve par conséquent au dessus ou au dessous de l'écliptique où restent toujours le centre du soleil, & l'ombre de la terre.

566. Cette inclinaison qui n'est que de 5° dans les nouvelles lunes ou les pleines lunes qui arrivent à 90 degrés des nœuds, se trouve de 5° 17' $\frac{1}{2}$ dans les quadratures. Ce fut Tycho-Brahé qui fit le premier cette importante observation. On en verra la cause art. 1963 : l'inclinaison moyenne est de 5° 8' 46".

567. LE NŒUD ASCENDANT de la lune ou celui par lequel elle traverse l'écliptique en s'avancant vers le nord s'appelle quelquefois *la tête du dragon*, & se désigne par ce caractère Ω : le nœud descendant ou queue du Dragon par celui-ci ϖ .

568. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la lune c'est la promptitude de leur mouvement ; si la lune traverse l'écliptique dans le premier point du Bélier ou dans le point équinoxial (comme cela arrivoit au mois de juin 1764) dix-huit mois après c'est dans le commencement des Poissons qu'elle coupe l'écliptique, c'est-à-dire, que son nœud a rétrogradé de 30° ou d'un signe entier ; & il fait le tour du ciel dans l'espace de 18 ans. Ce mouvement des nœuds fut aisé à reconnoître en voyant la lune éclipser par exemple la belle étoile du cœur du Lion ou *Regulus* qui est sur l'écliptique même ; quand la lune éclipse *Regulus*

(comme cela arrivoit au mois de juin 1757) elle est évidemment dans son nœud; donc alors le nœud est à $4^{\circ} 26^d$ de longitude comme *Regulus*. Mais quatre ou cinq ans après la lune passant au même degré de longitude se trouve à cinq degrés au dessus ou au dessous de l'étoile : cela prouve que le nœud est à 90° de l'étoile. Au bout de 18 ans la lune repasse vers les mêmes étoiles, & tout recommence dans le même ordre. Après avoir observé plusieurs fois ce retour, on a vu que les nœuds de la lune faisoient une révolution entiere contre l'ordre des signes en 18 années communes & 228 jours, ou $6798j\ 4^h\ 52'\ 52''$, 3 par rapport aux équinoxes, & de $6803j\ 2^h\ 55'\ 18''$, 4 par rapport aux étoiles.

569. Tycho-Brahé reconnut aussi dans le mouvement du nœud une inégalité qui va jusqu'à $1^{\circ} 46'$ en plus & en moins, & il vit que cette inégalité combinée avec celle de l'inclinaison se réduisoit à une équation de la latitude de la lune, qui est de $8' 49''$ multipliées par le sinus de deux fois la distance entre la lune & le soleil moins l'argument de latitude de la lune. Le lieu du nœud de la lune au commencement de 1772 étoit de $7^{\circ} 4^{\circ} 46'$, cela suffiroit pour trouver sa situation en tout temps.

Du Diametre de la Lune.

570. Le diametre apparent de la lune varie comme la parallaxe, à raison de ses diverses distances à la terre; le plus grand diametre périgée est de $33' 34''$ dans ses oppositions, & le plus petit diametre lorsque la lune est apogée & en conjonction n'est que de $29' 25''$.

La maniere la plus simple de le mesurer est d'observer le temps que le disque de la lune emploie à traverser le fil d'une lunette, lorsque la lune est pleine & qu'on voit les deux bords (529); mais il faut avoir égard au retardement diurne de la lune qui fait qu'elle emploie plus de temps que le soleil à traverser le méridien, lors même que son diametre n'est pas plus grand. Dans les temps où le disque n'est éclairé qu'en partie, on ne peut employer que les micrometres (533) pour mesurer le diametre de la lune.

571. Lorsque la lune est plus près du zénith, elle est aussi plus près de nous; ainsi son diamètre apparent paroît plus grand dans la même proportion. Soit T le centre de la terre (*fig. 67*): O un observateur situé à la surface de la terre; Z la lune située au zénith de l'observateur: si la distance ZO de la lune à l'observateur est plus petite d'un soixantième que la distance ZI de la lune au centre de la terre, le diamètre apparent vu du point O sera plus grand d'un soixantième que le diamètre vu du centre T de la terre.

De même si la lune est située en L , de manière que sa hauteur au dessus de l'horizon soit égale à l'angle LOH , sa distance au zénith étant égale à l'angle LOZ , on voit que la distance LO sera plus petite que la distance LT au centre de la terre; le seul cas où cette augmentation sera nulle, est celui où la lune sera dans l'horizon même en H , car alors elle sera presque également éloignée du point O & du point T ; voilà pourquoi l'on appelle *Diamètre horizontal* de la lune, celui qui est vu du centre de la terre, parce qu'il est aussi égal au diamètre que nous observons quand la lune est à l'horizon.

572. Lorsqu'on connoît le diamètre horizontal de la lune, il est aisé de trouver le *diamètre augmenté* à raison de la hauteur sur l'horizon, puisqu'ils sont entr'eux comme le côté LO est au côté LT . Dans le triangle LOT , l'angle OLT est ce qu'on appelle la *Parallaxe de hauteur* (580); l'angle LOZ , ou son supplément LOT , quia le même sinus, est la distance apparente au zénith; l'angle LTO est la distance vraie de la lune au zénith, vue du centre de la terre, ou le complément de la hauteur vraie. Dans tout triangle rectiligne les sinus des côtés sont comme les sinus des angles opposés; ainsi le côté LO est au côté TL , comme le sinus de l'angle OTL est au sinus de l'angle LOT ; donc le diamètre horizontal est au diamètre apparent, comme le sinus de la distance vraie de la lune au zénith, vue du centre de la terre, est au sinus de la distance apparente de la lune au zénith, vue du point O .

573. Il est vrai que la lune, quand elle paroît à l'horizon derrière les plaines & les montagnes, semble être beaucoup plus grande qu'à l'ordinaire ; mais c'est une illusion optique, & elle a lieu de même pour les autres astres. Il suffit de regarder la lune dans une lunette quelconque, dans une tube de papier, & même, si l'on veut, au travers d'une carte où l'on a fait un trou d'épingle, pour se convaincre que l'augmentation n'est point réelle, & que le diametre de la lune est vu au contraire alors sous un plus petit angle, que lorsque la lune est à une plus grande hauteur.

Il est difficile de se former une idée claire de la cause de cette illusion, si ce n'est en admettant avec tous les Opticiens ce jugement tacite, commun, forcé, involontaire, par lequel nous avons coutume d'estimer fort grands les objets que nous jugeons être fort éloignés, en même temps que nous jugeons les objets fort éloignés lorsque nous voyons à la fois beaucoup de corps interposés entre nous & ces objets ; or quand on voit la lune au delà d'une plaine dont les objets sont encore éclairés, on distingue les objets interposés ; la lune fait alors la sensation que font les objets qu'on a coutume de juger fort éloignés, à cause du grand nombre des objets intermédiaires, & elle excite malgré nous l'idée d'un objet très-grand, sans que pour cela elle paroisse sous un plus grand angle, ni qu'elle peigne sur notre rétine une plus grande image.

De la Parallaxe de la Lune.

574. LA PARALLAXE (a), est la différence entre le lieu où un astre paroît, vu de la surface de la terre, & celui où il nous paroîtroit, si nous étions au centre ; on l'appelle quelquefois *Parallaxe diurne*, pour la distinguer de la parallaxe annuelle (441).

Tous les mouvements célestes doivent se rapporter au

(a) *παράλλαξις*, *transmutatio*, *παράλλαξις*, *differentia* ; la parallaxe vient en effet d'un changement de situation de la part de l'observateur, & produit un changement dans la situation apparente de l'astre.

centre de la terre pour paroître réguliers, car les différens points de la surface de la terre étant situés fort différemment les uns des autres, un astre doit leur paroître dans des aspects différens, c'est au centre qu'il faut se transporter, afin de voir tout à sa véritable place, & de trouver la véritable loi des mouvements célestes; ainsi nous sommes obligés de calculer sans cesse la parallaxe, pour réduire le lieu d'une planète observé à celui que nous eussions vu du centre de la terre.

575. Soit T le centre de la terre, (fig. 67), O le point de la surface où est placé l'observateur; TOZ la ligne verticale, ou la ligne qui passe par le zénith Z , par le point O de l'observateur, par le centre T de la terre & par le nadir. Une planète P située dans la ligne du zénith, répond toujours au même point du ciel, soit qu'on la regarde du centre T , soit qu'on l'observe du point O ; le point du ciel qui paroît à notre zénith marque également le lieu de l'astre dans les deux cas; ainsi un astre qui paroît au zénith n'a point de parallaxe; c'est le premier principe qu'il faut considérer dans cet examen des parallaxes.

576. Si la planète, au lieu d'être sur la ligne du zénith $TOPZ$, paroît sur la ligne horizontale OH , perpendiculaire à la première, sa distance TH au centre de la terre étant la même que la distance TP , le lieu de la planète H vu du centre de la terre, est sur la ligne TH , le lieu de la planète, vu du point O , est sur la ligne OH : ces deux lignes TH & OH ne répondent pas au même point du ciel; car au delà du point H , où elles se croisent, elles iront en s'éloignant l'une de l'autre; & dans la sphere des étoiles fixes, elles rencontreront deux points différens, & indiqueront pour l'astre situé en H deux situations différens; cette différence est ce que nous appelons parallaxe.

577. Comparons ces deux différens situations, ou ces deux différens points, avec le point du zénith ou le point du ciel qui est sur la ligne TOZ menée par le centre & par le point O de la surface: l'angle ZOH formé par la ligne verticale

De la Parallaxe de la Lune.

ticale OZ , & par la ligne OH , sur laquelle paroît la planète, est la distance apparente de l'astre au zénith : si nous étions au centre T , l'angle ZTH seroit la vraie distance de l'astre au zénith, ou la quantité de degrés dont la ligne TH , menée à l'astre, différeroit de la ligne TZ menée au zénith.

578. La distance apparente ZOH est plus grande que la distance vraie ZTH ; car dans le triangle rectiligne HTO , dont le côté TO est prolongé en Z , l'angle extérieur ZOH est égal aux deux intérieurs T & H ; donc il est plus grand que l'angle T de la quantité de l'angle H : ainsi la distance apparente de l'astre H au zénith est plus grande que la distance vraie ZTH . La différence de ces deux distances est l'angle OHT , qui s'appelle la *Parallaxe horizontale*, si la ligne OH est horizontale, comme nous l'avons supposée, c'est-à-dire, si le lieu apparent de l'astre qu'on observe, est sur l'horizon apparent OH , ou sur la tangente menée par le point O de la surface terrestre. Dans le triangle TOH rectangle en O , on a cette proportion en prenant l'unité pour rayon ou sinus total; $1 : \sin. OHT :: TH : OT$; donc le sinus de la parallaxe horizontale est égal à $\frac{OT}{TH}$, c'est-à-dire que le rayon de la terre divisé par la distance de l'astre, donne une fraction qui dans les tables des Sinus indique la parallaxe.

579. La parallaxe d'un astre est donc l'angle formé au centre de l'astre par deux rayons, dont l'un va au centre de la terre, & l'autre au point de la surface où est l'observateur; c'est l'inclinaison des deux lignes qui partent du centre & de la surface, pour aller se réunir au centre de la planète; enfin, c'est aussi l'angle sous lequel paroît le rayon de la terre, ou la distance de l'observateur au centre de la terre, lorsque cette distance ou ce rayon sont supposés vus du centre de la planète.

Le triangle TOH s'appelle *Triangle parallactique*; il est toujours situé verticalement, puisque le côté OT étant une ligne verticale, le plan du triangle fait sur OT , ne sau-

roit être incliné ; ainsi tout l'effet de la parallaxe se fait de haut en bas, dans le plan d'un cercle vertical. D'ailleurs il est aisé de comprendre que le centre de la terre étant perpendiculairement sous nos pieds, c'est-à-dire, dans le plan de tous les cercles *verticaux*, l'effet de la parallaxe ne peut pas s'écarter de ces cercles ; ainsi la parallaxe est toute en hauteur, c'est-à-dire, qu'elle abaisse les astres du haut en bas, & dans un vertical, sans faire paroître l'astre à droite ni à gauche du vertical. De-là il suit que la parallaxe ne change point l'azimut d'une planete ; de même dans le méridien la parallaxe ne change point l'ascension droite d'un astre, parce que le vertical est alors perpendiculaire à l'équateur & que tous les points du vertical répondent au même point de l'équateur.

§80. Jusqu'ici nous n'avons parlé de parallaxe que pour le cas où l'astre est à l'horizon, c'est-à-dire, où l'angle ZOH est un angle droit, & nous avons appelé *parallaxe horizontale* celle qui a le lieu dans ce cas-là (§78) : si la planete se trouve plus près du zénith, en sorte que l'angle ZOL , distance de la planete au zénith, soit un angle aigu, l'angle de la parallaxe OLT deviendra plus petit ; on l'appelle alors *parallaxe de hauteur*.

THÉOREME. *Le sinus total est au sinus de la parallaxe horizontale, comme le sinus de la distance au zénith est au sinus de la parallaxe de hauteur ; en supposant que la distance de la planete au centre de la terre soit la même dans les deux cas, & que la terre soit sphérique.*

DÉMONSTRATION. Dans le triangle rectangle HOT on a cette proportion : HT est à TO , comme le sinus de l'angle droit O est au sinus de l'angle THO ; parce que dans tout triangle rectangle les côtés sont comme les sinus des angles opposés. Dans le triangle TOL on a de même cette proportion : TL est à TO comme le sinus de l'angle LOT est au sinus de l'angle TLO : dans cette dernière proportion on peut mettre au lieu de TL , son égale à HT , puisque la planete est supposée toujours à même distance du centre de la

terre ; ainsi l'on a ces deux proportions , en nommant R le sinus de l'angle droit :

$$\left. \begin{array}{l} HT : TO :: R : \sin. H. \\ HT : TO :: \sin. LOT : \sin. L. \end{array} \right\} \text{ donc } R : \sin. LOT :: \sin. H : \sin. L ;$$

mais le sinus de l'angle obtus LOT est le même que celui de l'angle LOZ , ou de la distance de la planete au zénith ; donc le rayon est au sinus de la distance au zénith , comme le sinus de la parallaxe horizontale H est au sinus de la parallaxe de hauteur L .

581. Le sinus de la distance apparente au zénith est la même chose que le cosinus de la hauteur apparente , & le rayon est toujours supposé être l'unité ; ainsi , $1 : \cosin. \text{haut.} :: \sin. \text{par. horiz.} : \sin. \text{parall. de hauteur}$; donc le sinus de la parallaxe de hauteur est égal au sinus de la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente.

582. La parallaxe horizontale de la lune , qui est la plus grande de toutes les parallaxes des planetes , ne va qu'à un degré environ ; or entre le sinus d'un degré , & l'arc d'un degré , la différence est à peine de la valeur d'un quart de seconde ; ainsi l'on peut prendre l'un pour l'autre , & dire en général que la parallaxe de hauteur est égale à la parallaxe horizontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente. C'est ainsi que j'énoncerai toujours à l'avenir le théorème général de la parallaxe de hauteur , dont je ferai un usage fréquent ; & nommant p la parallaxe horizontale , & h la hauteur apparente , je supposerai qu'on a toujours la parallaxe de hauteur $= p. \cos. h$.

583. La parallaxe horizontale d'un astre est d'autant plus petite que sa distance est plus grande ; car plus le point H se rapprochera du point O , plus l'angle THO augmentera. Dans le triangle THO on a cette proportion, $TH : TO :: R : \sin. THO$; si l'astre est en N on aura dans le triangle TNO cette proportion $TN : TO :: R : \sin. TNO$; la première proportion donne cette équation, $TH \sin. THO = R TO$; la seconde proportion donne celle-ci , $TN \sin. TNO = R. TO$;

donc TH . fin. $THO = TN$. fin. TNO ; donc $TH : TN :: \text{fin. } TNO : \text{fin. } THO$: car en réduisant cette dernière proportion en équation ou à l'équation TH . fin. $THO = TN$. fin. TNO ; donc la distance TH dans le premier cas , est à la distance TN dans le second cas , comme le sinus de la parallaxe dans le second cas est au sinus de la parallaxe dans le premier.

La même démonstration auroit lieu, quel que fût l'angle TOH , pourvu que les points N & H fussent sur une même ligne ONH ; ainsi lorsque la hauteur apparente est supposée la même, les sinus des parallaxes de hauteur sont en raison inverse des distances.

§ 84. La parallaxe d'un astre augmente dans le même rapport que son diamètre apparent ; en effet , lorsqu'un astre s'éloigne il diminue de grandeur apparente dans la proportion inverse de sa distance ; mais la parallaxe horizontale diminue de la même manière & dans le même rapport (§ 83) ; ainsi la parallaxe d'un astre est toujours comme son diamètre. Si ce diamètre apparent diminue de moitié par l'éloignement de la planète , la parallaxe diminuera aussi de moitié, & le même rapport subsistera toujours entre le diamètre apparent & la parallaxe horizontale d'un astre, quelle que soit sa distance : ainsi le diamètre de la Lune est toujours les $\frac{1}{17}$ de sa parallaxe, & le cube de cette fraction marque la grosseur de la Lune ou son volume par rapport à la Terre $\frac{1}{49}$.

§ 85. Lorsqu'on connoît la parallaxe horizontale d'un astre , il est aisé de connoître sa distance : en effet , dans le triangle rectangle THO , l'on connoît le demi diamètre de la terre TO , qui est de $1432 \frac{1}{2}$ lieues , (chacune de 2283 toises), & l'angle HOT qui est de 90° , puisqu'on suppose la planète dans l'horizon ; si donc on connoît de plus l'angle THO qui est la parallaxe horizontale, il sera aisé de résoudre le triangle TOH , & de connoître la distance TH ; c'est ainsi qu'on a trouvé les distances en lieues rapportées à la fin de cet ouvrage ; c'est ainsi que les astronomes parviennent à connoître l'étendue des espaces immenses que les planetes parcourent.

Méthodes pour trouver la Parallaxe horizontale d'une Planete.

586. Les astronomes ont travaillé dans tous les temps à connoître les distances des planetes par le moyen de leurs parallaxes, & sur-tout la parallaxe de la lune qui est la plus sensible. Les éclipses de lune fournissent une méthode qui pouvoit être assez bonne autrefois pour trouver à peu près la parallaxe de la lune; on en verra la démonstration quand nous parlerons des éclipses (619).

587. On a sur-tout employé la méthode des plus grandes latitudes, qui consiste à observer combien la latitude méridionale de la lune, quand elle passe au méridien fort près de l'horizon, surpasse la plus grande latitude boréale quand la lune est fort haute; ces deux latitudes qui seroient égales, vues du centre de la terre, ne peuvent différer qu'à raison de la parallaxe qui augmente l'une & qui diminue l'autre; ainsi quand on a la différence de ces deux latitudes observées, on peut en conclure la parallaxe qui a produit cette inégalité. Cette méthode fut autrefois celle de Ptolomée; Tycho & Flamsteed l'ont employée avec succès.

588. On a aussi employé la méthode des ascensions droites, dont Régiomontanus eut la première idée il y a 300 ans; elle consiste à observer l'ascension droite d'une planete lorsqu'elle est près de l'horizon à l'Orient, & quelques heures après lorsqu'elle est du côté du Couchant; l'ascension droite est augmentée par la parallaxe dans le premier cas, elle est diminuée dans le second, c'est-à-dire, quand l'astre est du côté du Couchant. Cette méthode a été principalement employée par M. Cassini & par Flamsteed pour trouver la parallaxe de Mars, & par conséquent celle du soleil.

589. La troisième méthode pour déterminer la parallaxe est celle qui suppose deux observateurs très-éloignés l'un de l'autre, observant tout à la fois la hauteur d'un astre dans le méridien; c'est la plus naturelle & la plus exacte; c'est celle que j'ai employée en 1751, lorsque M. l'abbé de la Caille

étoit au Cap de Bonne-Espérance, & que j'observois en même temps la lune à Berlin, pour trouver la parallaxe de la lune, qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode aussi exacte (*Mém. de l'Acad. 1751, pag. 457*).

Le cas le plus simple de cette méthode est celui où l'on auroit un observateur en O (*fig. 67*); & un autre en D , qui seroit éloigné du premier de la quantité OD égale à peu près à un quart de la terre. Le premier étant en O , il observeroit un astre H à l'horizon; le second étant en D l'observeroit à son zénith; dans ce cas l'angle OHT , qui est la parallaxe horizontale, seroit égal à l'angle HTE , c'est-à-dire au complément de l'arc OD qui est la distance des deux observateurs, ou la différence de leurs latitudes; car je les suppose placés sous le même méridien.

Il est impossible que les circonstances locales nous donnent dans la pratique un cas aussi simple que celui là; ainsi nous allons voir ce qui arrive quand les deux observateurs sont à une distance quelconque, & que l'astre leur paroît à des hauteurs quelconques.

390. Supposons, comme en 1751, un observateur B , (*fig. 68*) situé à Berlin, & un autre en C ou au Cap de Bonne-Espérance; L la lune que nous observions tous deux en même temps dans le méridien; il n'importe que ce soit précisément au même instant pourvu qu'on sache de combien a dû varier la hauteur méridienne pendant l'intervalle des deux passages); CLT est la parallaxe de hauteur pour le Cap, BLT est la parallaxe de hauteur à Berlin, la somme de ces deux parallaxes est l'angle CLB , différence totale entre les positions de la lune, vues par les deux observateurs, ou argument total de la parallaxe horizontale; ce seroit leur différence si les Observateurs voyoient tous deux l'astre au Midi, ou tous deux au Nord. Quand on a les parallaxes de hauteur pour deux lieux quelconque, il est aisé d'avoir la parallaxe horizontale, puisqu'il ne faut que les diviser chacune par le cosinus de la hauteur observée; il ne s'agit donc que de diviser l'effet total CLB en deux parties qui soient entre elles comme les cosinus des hauteurs, & de diviser chacune de ces deux parties par le cosinus de la hau-

teur qui lui répond. C'est par cette méthode que j'ai trouvé la parallaxe de la lune dans les moyennes distances de $38' 3''$; mais elle varie soit à cause de la figure elliptique de l'orbite lunaire, soit à cause de l'attraction du soleil & de la lune. La plus grande parallaxe de la lune, (lorsqu'elle est dans son périgée & en opposition), est de $61' 25''$; la plus petite parallaxe qui a lieu dans l'apogée en conjonction, est de $53' 53''$, sous la latitude de Paris; l'aplatissement de la terre fait qu'il y a $9''$ de plus sous l'équateur, & $7''$ de moins sous les poles, en sorte que la parallaxe équatoriale surpasse de $16''$ la parallaxe polaire de la lune (821).

Ces méthodes ont fait trouver aussi que la parallaxe du soleil n'étoit que d'environ $10''$; mais le passage de Vénus sur le soleil, observé en 1769, nous a appris avec plus de précision que cette parallaxe n'est que de 8 secondes & demie, d'où il suit que le soleil est 400 fois plus éloigné de nous que la lune, puisque sa parallaxe est 400 fois plus petite.

591. Quand on aura vu ci après que la terre est aplatie (816), on ne pourra s'empêcher d'en conclure que la parallaxe est un peu différente en différens pays, suivant que la distance au centre est plus ou moins grande. Les Astronomes ont cherché pendant bien des années une méthode facile de faire entrer cette considération dans le calcul des parallaxes, voici celle que je donnai dans nos Mémoires de 1764.

L'ellipse POE (fig. 69.) représente un méridien de la terre, P le pôle élevé, O le lieu de l'observateur, ON la verticale ou la perpendiculaire à l'horizon & à la surface de la terre en O; CNH la méridienne horizontale, ou la commune section du méridien avec l'horizon; CON l'angle de la verticale avec le rayon CO, qui est à Paris d'environ $15''$, dont on donnera la Table (821), & que j'appelle α . La perpendiculaire ON est sensiblement égale au rayon CO, à cause de la petitesse de l'angle CON; la valeur du rayon CO pour différentes latitudes se trouvera dans le huitième Livre, ainsi que la Table de la quantité, dont la parallaxe à chaque latitude terrestre est plus grande que la parallaxe polaire qui a pour base CP (821). La parallaxe qui auroit pour base NO seroit plus petite d'un cent millième que la parallaxe horizontale, qui a pour base CO; mais on peut négliger ici cette différence, qui ne va qu'à un trentième de seconde. Si l'observateur O étoit situé en N, il verroit encore la lune dans le même vertical où il la voit du point O, & au même point d'azimut sur l'horizon; mais cet azimut où la lune paroît, vue du point O ou du point N, quand la lune n'est pas au méridien, est différent de celui où elle paroîtroit, si on l'observoit du

centre C de la terre; les rayons menés du point C & du point N jusqu'à la lune, font alors un angle que j'appelle la PARALLAXE D'AZIMUT. Si le rayon dirigé vers la lune est perpendiculaire à CN , cette ligne CN fera la sous-tendante ou la mesure de la parallaxe d'azimut, puisque dans les arcs très-petits les sinus & les tangentes ne different pas sensiblement des arcs, & si l'on appelle p la parallaxe horizontale qui répond au rayon CO ou ON , l'on aura 1 ou $CO : \sin. a$ ou $CN :: p : \text{parallaxe d'azimut}$; ainsi cette parallaxe qui répond à CN sera $= p \sin. a$, la lune étant à l'horizon & ayant 90° d'azimut, c'est-à-dire, étant dans le premier vertical.

592. Si la lune s'éloigne vers le nord & que son azimut compté depuis le midi soit plus grand que 90° , l'angle à la lune dont CN est la base, deviendra plus petit. Soit CN (fig. 70) la même ligne que dans la figure 69, tracée séparément, & qui s'étend horizontalement du midi au nord depuis le centre de la terre jusqu'à la verticale, que le rayon CMR soit dirigé vers le point de l'horizon où la lune répond & qui marque l'azimut de la lune, égal à l'angle NCM que j'appellerai χ ; la perpendiculaire MN abaissée du point N sur CR sera la mesure de la parallaxe d'azimut, au lieu de CN ; en effet, c'est la même chose: quant à cette parallaxe, que la lune soit vue du point C ou du point M , l'un & l'autre point étant dans un même vertical, & d'ailleurs il vaut mieux quant à la mesure de cette parallaxe considérer la lune comme vue du point M . Or $MN = CN \sin. NCM$, ou $CN \sin. \chi$; la parallaxe qui répond à CN est $p \sin. a$; donc celle qui répond à MN est $p \sin. a \sin. \chi$: c'est la valeur générale de la parallaxe d'azimut, la lune étant à l'horizon, avec un azimut égal à χ .

593. La parallaxe d'azimut employée dans le calcul des éclipses, (710) doit être mesurée sur un arc de grand cercle, tiré par le centre de la lune, parallèlement à l'horizon ou perpendiculairement au vertical; ce petit arc ne change point, quelle que soit la hauteur de la lune, parce qu'il est formé dans tous les cas par la rencontre des lignes qui sont toutes deux menées des points M & N à la lune, ou dans le plan de l'horizon, ou dans un même plan dont la partie NM est horizontale, & qui vont se réunir à la lune; ainsi la parallaxe d'azimut pour une hauteur quelconque de la lune sera encore $p \sin. a \sin. \chi$: on en verra l'usage dans le calcul des éclipses (710).

594. Cette parallaxe d'azimut entraîne un petit changement dans la parallaxe de hauteur. En effet, si l'observateur étoit situé en N (fig. 69), la parallaxe de hauteur seroit mesurée par ON , & seroit $p \cos. h$, suivant la règle ordinaire (582); mais la hauteur vraie, vue du centre C de la terre, est un peu moindre, si la lune est au midi du premier vertical; & un peu plus grande si la lune est au nord ou du côté du pôle élevé, puisque le rayon tiré du point C & celui qui est tiré du point N n'ont pas la même inclinaison; il faut donc faire une correction à la parallaxe de hauteur trouvée par la règle ordinaire.

595. Soit L (fig. 70), la lune hors du méridien; CML le plan du vertical dans lequel se trouve la lune, en sorte que l'angle LCM soit la

hauteur de la lune vue du centre de la terre, la ligne CM étant à la fois & dans le plan de l'horizon, & dans le plan du vertical de la lune; soit aussi le petit arc NM perpendiculaire sur CM . La hauteur de la lune vue du centre C de la terre est plus petite que la hauteur vue du point N ou du point M , de la quantité de l'angle CLM ; en effet, puisque le petit arc NM est perpendiculaire sur CM , il l'est aussi sur LM , parce qu'il est nécessairement perpendiculaire au plan du vertical LMC , & à toutes les lignes tirées au point M de ce plan: ainsi la ligne NM étant comme infiniment petite par rapport à la grande distance LM , les lignes LM & LN sont sensiblement égales; le point M est donc placé de la même façon & à la même distance de la lune L , que le point N ; donc la hauteur de la lune vue du point N ou vue du point M est sensiblement la même. Mais la hauteur de la lune vue du point M , qui est l'angle LMR , est plus grande que la hauteur vue du point C , c'est-à-dire, que l'angle LCM , de la quantité de l'angle CLM , parce que dans le triangle CLM , on a l'angle extérieur LMR égal aux deux intérieurs pris ensemble LCM , CLM ; donc la hauteur de la lune vue du point C est plus petite que la hauteur vue du point N , de la quantité CLM .

596. Lorsque la lune est hors du méridien, cet angle CLM est plus petit que lorsque la lune est dans le méridien, & cela dans le rapport du cosinus de l'azimut au rayon. En effet, lorsque la lune est dans le méridien, (supposant que sa hauteur & sa distance soient les mêmes que dans le cas précédent), le point M tombe en N , l'angle LCN est la hauteur de la lune; car il faut concevoir le sommet L du triangle CLM relevé en l'air perpendiculairement au-dessus du plan de la figure. Si l'on examine dans ces deux cas la valeur de l'angle CLM , on verra que l'angle CLM a pour base la ligne CM , quand la lune est hors du méridien, & que dans le méridien il a pour base la ligne CN ; comme tout est égal d'ailleurs, soit la distance CL , soit l'inclinaison du rayon CL sur la base CN ou CM , & que les lignes CM & CN sont extrêmement petites, les petits angles seront entr'eux comme leurs bases CN & CM ; mais dans le triangle CMN rectangle en N , CN est à CM comme le rayon est au cosinus de l'angle NCM qui est l'azimut de la lune; donc la différence CLM entre les hauteurs de la lune vues du point N & du point C , quand la lune est hors du méridien, est à cette même différence quand la lune est dans le méridien, à hauteur égale, comme le cosinus de l'azimut est au rayon.

597. L'angle MLC , dans le cas où il seroit le plus grand & où il auroit pour base la ligne entière CN seroit égal à $p \sin a$, (591); car il seroit alors la parallaxe d'azimut: si donc il avoit pour base & pour mesure le petit arc CM , nommant χ l'azimut NCM , on aura cette proportion; $1 : \cos \chi :: p \sin a : CLM$; donc l'angle CLM seroit égal à $p \sin a \cos \chi$, dans le cas où CL seroit perpendiculaire à CM , mais à cause de l'obliquité de la ligne CL & de l'angle LCR sur la base CM , qui diminue l'angle CLM , il n'a plus pour mesure que M' qui est à CM , comme le sinus de la hauteur MCS est au rayon, ou comme $\sin h : 1$; donc l'angle CLM est égal à $p \sin a \cos \chi \sin h$, équation de la parallaxe de hauteur dans le sphéroïde applati.

598. Cette correction est additive à la parallaxe calculée pour le point N , lorsque la lune est entre le premier vertical & le pôle élevé ; dans tous les autres cas , on la retranche de la parallaxe calculée par la méthode ordinaire, & l'on a la véritable parallaxe de hauteur dans le sphéroïde applati. Je donnerai dans le Livre suivant (718) une méthode pour calculer les éclipses par les seules parallaxes de hauteur & d'azimut : c'est ce qui m'a déterminé à expliquer ici tout ce qui concerne ces parallaxes.

599. Quand on calcule la parallaxe de hauteur par la formule $p \cos. h$ (582), on suppose le centre de la terre en N (fig. 69) sur la verticale ON , & l'on trouve la différence entre le lieu vu du point O & le lieu vu du point N , avec la même parallaxe horizontale, qui a pour base ON égale à OC , soit sur la terre sphérique, soit dans le sphéroïde; mais comme c'est au centre C qu'il est nécessaire de réduire le lieu de la lune, on est obligé d'ôter de la parallaxe $p \cos. h$ la correction $p \sin. a. \sin. h. \cos. z$, qui devient additive quand l'azimut compté du point du midi ou du point opposé au pôle élevé est plus grand que 90 degrés. C'est ainsi que l'on parvient sur la terre applatie, comme sur la terre sphérique, à réduire au centre C de la terre le lieu vu du point O , par un petit changement de hauteur & d'azimut, quand on connoît les rayons de la terre, & les angles des verticales avec les rayons de la terre, dont on trouvera la Table dans le huitième Livre (821).



L I V R E V.

Des Eclipses.

600. **L**ES Eclipses (a) de soleil arrivent lorsque dans la conjonction la lune cache le soleil à nos yeux, & les éclipses de lune lorsque dans l'opposition la terre intercepte la lumière du soleil qui éclairait la lune, ou que la lune entre dans l'ombre de la terre (544).

Si l'orbite de la lune étoit dans l'écliptique ainsi que l'orbite du soleil, il y auroit des éclipses dans toutes les conjonctions & dans toutes les oppositions, mais l'orbite de la lune est inclinée de 5° sur l'écliptique (565), & ne la coupe que dans les deux points que nous appelons les *nœuds*; ainsi les éclipses ne peuvent arriver que dans les temps où la lune est près de ces nœuds, & qu'elle est assez près de l'écliptique pour pouvoir nous cacher le soleil qui ne quitte jamais l'écliptique, ou entrer dans l'ombre de la terre qui est toujours aussi dans le plan de l'écliptique.

601. Le mouvement du soleil, celui de la lune, & celui de ses nœuds produit dans le retour des éclipses des inégalités continuelles, que les anciens durent avoir beaucoup de peine à démêler : il paroît que six à sept cents ans seulement avant J. C. on commença d'y appercevoir une espèce de régularité.

602. Les anciens voyant que les éclipses n'arrivoient point dans des intervalles de temps uniformes & réguliers, chercherent combien il falloit prendre de mois ou de jours pour avoir un mouvement de la lune qui fût toujours de la même quantité dans le même intervalle de temps ; ils trouverent 6585 jours & 8 heures, qui font 223 mois lunaires

(a) *ἐλλείπω*, *deficio*, c'est aussi de-là qu'on a tiré le mot d'écliptique, pour exprimer le cercle près duquel arrivent nécessairement les éclipses.

ou 18 ans & 10 jours; il revenoit toujours une éclipse semblable au bout d'un pareil espace de temps, lorsque le soleil avoit fait 18 révolutions avec 10. 40'. Dans cet intervalle, toutes les inégalités de la lune avoient eu leurs cours, & commençoient toutes ensemble, soit en longitude, soit en latitude (*Almag. IV. 2. p. 77*). M. Halley appelle cet intervalle *Saros*, période *Chaldaique*, ou période de *Plin*; il est probable que si les Anciens parvinrent à prédire des éclipses, comme celle de Thalès 603 ans avant J. C. ce ne pouvoit être que par le moyen de cette période. C'est ainsi que M. Halley prédit l'éclipse de soleil du deux juillet 1684. v. 5. par le moyen de celle qu'on avoit observée le 21 juin 1666; cette méthode suffit pour annoncer à peu près les mois & les jours où il doit y avoir des éclipses, & même pour corriger les Tables & prédire très-exactement une éclipse par le moyen de celle qu'on a observée 18 ans auparavant.

603. Connoissant le lieu des nœuds de la lune, on choisit les mois de l'année où le soleil se trouve aux environs de ces nœuds, & l'on cherche les jours de la nouvelle lune & de la pleine lune dans ces mois-là, pour savoir si la latitude de la lune n'est que d'environ un degré, parce qu'alors on a lieu de croire qu'il peut y avoir éclipse.

604. Pour être certain qu'il peut y avoir éclipse dans une nouvelle ou pleine lune, & pour pouvoir en calculer les circonstances, il faut avoir l'heure & la minute de la conjonction ou de l'opposition, c'est-à-dire, l'instant ou le lieu de la lune, calculé par les Tables, est le même que celui du soleil dans l'écliptique: il faut aussi calculer la latitude de la lune pour le moment de la conjonction; le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, la parallaxe & les diamètres du soleil & de la lune; c'est un préliminaire essentiel dans le calcul de toutes les éclipses de soleil ou de lune.

605. Avec les mouvements horaires de la lune en longitude & en latitude, il faut trouver l'inclinaison de son orbite par rapport à l'écliptique; d'abord l'inclinaison de l'or-

bite vraie , ensuite celle de l'orbite relative ; cela est nécessaire pour les éclipses de lune , & même pour les éclipses de soleil quand on veut en avoir les phases pour différents pays de la terre ; voilà pourquoi je vais placer cet article au nombre des préliminaires généraux du calcul des éclipses.

Lorsqu'on calcule une conjonction de deux planetes , ou d'une planete à une étoile , une éclipse ou un appulse , on n'a besoin que de connoître la quantité dont un des astres se rapproche de l'autre , ou le mouvement relatif. Par exemple , dans une éclipse de soleil on demande avec quelle vitesse & dans quelle direction la lune s'approche du soleil ; il suffit pour cet effet de chercher combien la longitude d'une planete surpasse celle de l'autre dans l'espace d'une heure , & combien une latitude excède l'autre dans le même espace de temps : ce n'est pas le mouvement réel , total & absolu , de chacune des deux planetes , mais l'excès d'un des mouvements sur l'autre qui produit une conjonction ou une éclipse.

606. On peut donc ne faire aucune attention au mouvement d'une des deux planetes , pourvu qu'on donne à l'autre la différence des deux mouvements , c'est-à-dire , qu'en faisant mouvoir seulement l'une des deux on lui fasse changer de longitude & de latitude par rapport à l'autre , autant qu'elle en change réellement par la combinaison des deux mouvements pris ensemble ; on aura par ce moyen la conjonction apparente des deux astres , tout de même que si l'on considéroit les deux mouvements à la fois.

607. Ainsi pour calculer une conjonction de deux planetes , on ne considere que le mouvement relatif , c'est-à-dire , le mouvement de l'une par rapport à l'autre , & on suppose fixe l'une des deux ; cette supposition ne fait que simplifier le calcul & ne change rien à l'état des choses ; car si une planete avance par heure de 36 minutes vers l'orient , & l'autre de 2 minutes du même côté , il est évident qu'elles ne changeront que de 34 minutes l'une par rapport à l'autre , & elles seront à la même distance que si l'une étant

fixe, l'autre n'avoit eu que 34' de mouvement. La distance à laquelle nous paroissent les deux planetes, l'une par rapport à l'autre, est une petite ligne droite, hypothénuse d'un triangle dont les deux côtés sont la différence de longitude & la différence de latitude; ainsi cette distance sera toujours la même quand on aura les mêmes différences en longitude & en latitude, soit qu'elle soit le résultat de deux mouvements ou d'un seul.

608. On pourra donc faire un triangle *MNO* (fig. 71), dont les côtés *MN* & *NO* soient égaux chacun à la différence des mouvements horaires en longitude & en latitude, l'angle *OMN* sera l'inclinaison de l'orbite relative, & *MO* le mouvement horaire sur cette orbite relative; on pourra supposer que le soleil étant resté fixe en *M*, la lune a décrit *MO*: par le moyen de cette supposition on voit que les deux planetes différeront, soit en longitude, soit en latitude autant que lorsqu'on laissoit à chacune son mouvement particulier; tout se passera donc entr'elles, & toutes les apparences seront les mêmes qu'auparavant; la supposition de l'orbite relative *MO* ne fera que simplifier le calcul, en employant un seul mouvement qui équivaut aux deux autres.

609. Ainsi l'orbite relative *MO* est celle que l'on peut supposer à la place de l'orbite réelle, & dans laquelle pourroit se mouvoir une des deux planetes sans que ses distances réelles par rapport à l'autre parussent être changées. Dans le triangle *MNO* on a ces proportions de trigonométrie rectiligne: *MN* est à *NO*, comme le rayon est à la tangente de l'angle *OMN*, & le cosinus de l'angle *OMN* est au rayon, comme *MN* est à *MO*; ainsi pour trouver l'inclinaison de l'orbite relative & le mouvement horaire relatif, on fera ces deux proportions: *La différence des deux mouvements horaires en longitude, est à la différence des mouvements en latitude, comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative.* Ensuite, *le cosinus de l'inclinaison relative est au rayon comme la différence des mouvements horaires en longitude est au mouvement horaire MO sur l'orbite relative*

C'est celui dont nous ferons usage (620), & nous en donnerons un exemple à l'art. 621 (a).

610. On suppose dans ces deux proportions que les planetes vont du même sens tant en longitude qu'en latitude; mais si l'une étoit directe & l'autre rétrograde, c'est-à-dire, si l'une des longitudes étoit croissante & l'autre décroissante, il faudroit prendre la *somme* des mouvements horaires en longitude, au lieu de leur différence. De même si l'une des latitudes étoit croissante & l'autre décroissante, du même côté de l'écliptique, c'est-à-dire, si l'une alloit au nord & l'autre au midi par le mouvement horaire en latitude, il faudroit prendre la *somme* des mouvements en latitude au lieu de leur différence; tout cela peut avoir lieu quand on calcule les éclipses des planetes par la lune (725).

611. Dans les éclipses de lune ce n'est pas le soleil, mais le point opposé au soleil que l'on considère comme l'une des deux planetes; ce point opposé au soleil, qui est le centre de l'ombre de la terre, a le même mouvement horaire en longitude que le soleil lui-même, & par conséquent doit se traiter comme le soleil. Le soleil n'ayant aucun mouvement horaire en latitude, c'est celui de la lune seule que l'on emploie dans les deux proportions de l'article 609.

612. Dans le calcul des éclipses de lune on peut se contenter d'ajouter 8 secondes à la différence des mouvements horaires en longitude, pour avoir le mouvement relatif ou composé, de la lune au soleil, & éviter la seconde analogie, parce que dans un triangle dont un angle est de $5^{\circ}\frac{1}{2}$, & l'hypothénuse d'un demi-degré, le grand côté a environ 8" de moins que l'hypothénuse.

613. Dans les éclipses de soleil ou d'étoiles que l'on ne veut calculer que par une opération graphique (695), on n'a besoin de savoir qu'à 5 minutes près, l'inclinaison de l'orbite lunaire; on peut alors supposer toujours que l'inclinaison est de $5^{\circ}40'$ pour les éclipses de soleil, & $5^{\circ}9'$ pour les éclipses d'étoiles; mais si l'on veut calculer l'éclipse ri-

(a) Il faut bien distinguer l'orbite relative de l'orbite apparente (718).

goureusement, & même s'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune, il faut chercher le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, & faire les proportions de l'article (609).

Des Eclipses de Lune.

614. L'éclipse de lune est l'obscurité produite sur le disque de la lune, par l'ombre de la terre. L'éclipse totale est celle où la lune entière est obscurcie : l'éclipse partielle est celle où une partie du disque de la lune conserve sa lumière. L'éclipse *centrale* est celle qui a lieu quand l'opposition arrive dans le point même du nœud ; la lune traverse alors par le centre même le cône d'ombre.

615. Il y a des années où il n'arrive aucune éclipse de lune, comme en 1767, mais communément il en arrive plusieurs chaque année.

616. Si la lune au moment de son opposition vraie est assez loin de ses nœuds pour que sa latitude surpasse 64 minutes, il ne sauroit y avoir éclipse, parce que l'ombre de la terre (618) n'occupe jamais dans l'orbite de la lune plus de 47 minutes, & le demi-diamètre 17' : ainsi pour que le bord de la lune puisse toucher l'ombre de la terre, il faut que la distance de leurs centres ou la latitude de la lune ne surpasse pas 64' : si cette distance surpasse 30' l'éclipse ne sauroit être totale.

617. Nous mesurons les mouvements de la lune par les arcs célestes qu'elle paroît décrire ; il est donc nécessaire de mesurer de la même manière l'ombre qu'elle traverse dans les éclipses, c'est-à-dire, la largeur de ce cône ténébreux que la terre répand derrière elle, en interceptant la lumière du soleil, comme font tous les corps opaques.

Soit *S* le centre du soleil (*fig. 72*) *T* le centre de la terre, *L* celui de la lune en opposition, *SA* le demi-diamètre du soleil, *TB* le demi-diamètre de la terre, *LC* le demi-diamètre de l'ombre de la terre dans l'endroit où la lune doit la traverser ; cette ligne *LC* est le rayon du cercle qui forme la section, perpendiculaire à l'axe, du cône de l'ombre dans la région de la lune. L'angle

L'angle CTL formé au centre de la terre & qui a pour base le côté CL, est ce qu'on appellera le demi-diametre de l'ombre; c'est l'angle sous lequel nous paroît le mouvement de la lune, ou l'arc de son orbite qu'elle décrit pendant la demi-durée de l'éclipse du centre, c'est-à-dire, en traversant l'ombre de C en L.

618. Le triangle rectiligne CAT dont le côté AT est prolongé jusqu'en D, a son angle externe CTD, égal aux deux angles internes opposés pris ensemble, c'est-à-dire, aux angles BAT & BCT, dont l'un est la parallaxe du soleil, l'autre celle de la lune (579); ainsi l'angle CTD est égal à la somme des parallaxes; si l'on en ôte l'angle LTD il restera l'angle CTL où le demi-diametre de l'ombre; mais l'angle LTD est égal à l'angle opposé ATS, qui mesure le demi-diametre apparent du soleil; donc si l'on ôte de la somme des parallaxes le demi-diametre apparent du soleil, le reste sera le demi-diametre de l'ombre, coupé dans la région de la lune à la distance TL de la terre; le cercle formé par cette section du cône d'ombre est représenté séparément dans la figure 73 vu de face; c'est le cercle d'ombre, dont le rayon est LC dans la figure 71 où l'ombre étoit vue de côté.

EXEMPLE. La parallaxe horizontale de la lune au monient de l'opposition du 17 mars 1764, étoit de $60' 56''$, la parallaxe horizontale du soleil est constamment de $8\frac{1}{2}$ secondes (590), la somme des parallaxes est donc $61' 5''$; si l'on en ôte le demi-diametre du soleil $16' 5''$, on aura pour le demi-diametre de l'ombre $45' 6''$. Il y faudra encore ajouter environ $45''$, c'est-à-dire, autant de secondes qu'il y a de minutes à cause de l'atmosphère de la terre qui paroît augmenter l'ombre à peu près d'un soixantième.

Le demi-diametre de l'ombre trouvé par la règle précédente, peut varier depuis $37' 46''$ jusqu'à $46' 19''$; il est le plus grand quand la lune est périgée & le soleil apogée.

69. Puisque le diametre de l'ombre est égal à la somme des parallaxes moins le demi-diametre du soleil, & que la parallaxe du soleil est fort petite, il est clair qu'en ôtant la

demie diametre du so'eil de la parallaxe de la lune on aura le demie diametre de l'ombre; si l'on connoît donc la valeur de ce demie diametre par la durée d'une éclipse observée, & qu'on y ajoute le demie diametre du soleil, on aura la parallaxe de la lune. Cette méthode a pu servir à trouver cette parallaxe lorsqu'elle étoit peu connue (586).

Trouver les Phases d'une Eclipsé de Lune.

610. Lorsqu'on connoît l'heure de la pleine lune ou de l'opposition vraie (604), la latitude de la lune pour ce temps là, l'inclinaison de son orbite qui dépend du mouvement horaire de la lune tant en longitude qu'en latitude, on doit chercher le temps du milieu de l'éclipse.

Soit O (fig. 73), le point de l'écliptique opposé au soleil, ou le centre de l'ombre de la terre à la distance de la lune; OG le demie diametre de l'ombre, ELS l'orbite relative de la lune (609); L le lieu de la lune au moment de l'opposition, OL la latitude de la lune, ou sa distance à l'écliptique KG; OM la perpendiculaire abaissée sur l'orbite relative EMS. Au moment où l'éclipse commence, la lune étant en E, le bord de la lune touche en P le bord de l'ombre; ainsi E est le lieu de la lune au commencement de l'éclipse; de même le point S est le lieu de la lune à la fin de l'éclipse, ou à la sortie de l'ombre. Les triangles MOE, MOS sont égaux, puisqu'ils ont un côté commun OM, les côtés égaux OE & OS, & qu'ils sont rectangles l'un & l'autre en M; ainsi le côté EM est égal au côté MS; donc le point M indique le milieu de l'éclipse; au lieu que le temps de l'opposition arrive quand la lune est au point L de son orbite sur un cercle de latitude OL perpendiculaire à l'écliptique KG dans le point O qui est directement opposé au soleil.

611. Dans le triangle LOM, formé par le cercle de latitude OL & par la perpendiculaire OM, l'angle LOM est égal à l'inclinaison de l'orbite relative de la lune (609); puisque la perpendiculaire à l'orbite & la perpendiculaire à l'écliptique, sont nécessairement le même angle quel'orbite

fait avec l'écliptique; avec cet angle on a aussi le côté LO latitude en opposition; on trouvera donc LM en faisant cette proposition: *Le rayon est au sinus de l'inclinaison, comme la latitude OL est à l'intervalle LM.* On le réduira en temps à raison du mouvement horaire de la lune, en disant: *Le mouvement horaire relatif (609) est à 1^h ou 3600^h, comme l'espace ML est au temps qu'il y aura entre la conjonction & le milieu de l'éclipse.* On retranchera cet intervalle de temps, du moment de l'opposition, si la latitude de la lune est croissante; on l'ajoutera au temps de l'opposition si la latitude est décroissante, ou que la lune aille en se rapprochant de l'écliptique & du nœud, & l'on aura le milieu de l'éclipse.

622. EXEMPLE. Dans l'éclipse de lune du 17 mars 1764, on trouve par les tables que la pleine lune ou l'opposition vraie devoit arriver à 12^h 6' 12"; le mouvement horaire de la lune étoit de 37' 23" en longitude, & 3' 46" en latitude, le mouvement horaire du soleil 2' 19"; la différence des mouvements horaires, 34' 54", est au mouvement en latitude 3' 26", comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative, 5° 37': le cosinus de cette inclinaison 5° 37' est au rayon, comme la différence des mouvements horaires en longitude, 34' 54, est au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative 35' 4".

La latitude de la lune en opposition étoit de 38' 42"; le rayon est au sinus de l'inclinaison 5° 37', comme la latitude 38' 42" est à l'intervalle ML, qu'on trouve de 3' 47" en parties de degrés. Le mouvement horaire relatif 35' 4" est à 60' 0", comme 3' 47" sont à 6' 28" de temps; on ajoutera cet intervalle, parce que la latitude étoit décroissante, la lune n'étant pas encore arrivée à son nœud; & comme le temps de l'opposition est 12^h 6' 12", on aura le milieu de l'éclipse à 12^h 12' 40", c'est-à-dire, le 18 mars, Oh 12' 40", du matin.

623. Les mêmes quantités qui ont servi à trouver la différence LM entre la conjonction & le milieu de l'éclipse, servirent à trouver la plus courte distance OM de

l'orbite lunaire au centre de l'ombre ; car dans le triangle LOM rectangle en M, on connoît LO qui est la latitude au temps de la conjonction, & l'angle LOM égal à l'inclinaison de l'orbite relative de la lune, on trouvera le côté OM de $8^{\circ} 31''$.

624. Pour trouver le commencement & la fin de l'éclipse, soit E le centre de la lune à son entrée dans l'ombre, lorsque l'éclipse commence ou que le premier bord de la lune touche en P le bord de l'ombre. La distance OE des centres de la lune & de l'ombre, est composée des quantités OP & PE ; dont l'une OP est le demi-diamètre de l'ombre (618), & l'autre le demi-diamètre de la lune EP ; le même la distance OS, à la fin de l'éclipse, est composée des quantités OR & RS, c'est-à-dire, qu'elle est aussi égale à la somme du demi-diamètre de l'ombre & de celui de la lune ; dans notre exemple ce sera $1^{\circ} 3' 19''$.

625. Dans le triangle OEM, rectiligne rectangle en M, on connoît la perpendiculaire OM (623), & la somme OE des demi-diamètres de la lune & de l'ombre ; on cherchera le troisième côté ME : l'on convertira ce côté ME en temps par la proportion suivante. Le mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, $35' 4''$ est à 1 heure ou 3600'', comme le côté trouvé ME, $50' 5''$ est à la demi-durée de l'éclipse, $1^h 25' 59''$.

626. Cette demi-durée de l'éclipse est le temps que la lune employoit à aller de E en M ; mais le milieu de l'éclipse en M a été trouvé 12 heures $12' 40''$ (622) ; si l'on en retranche 1 heure $25' 59''$, on aura pour le commencement de l'éclipse 10 heures $46' 4''$; & si on l'ajoute, on aura la fin de l'éclipse 13 heures $38' 39''$.

627. Dans les éclipses de lune qui sont totales, on a encore deux autres phases à chercher, qui sont l'IMMERSION & l'EMERSION : en N & en R (fig. 74), le centre de la lune est en D à l'instant où elle est assez avancée dans l'ombre, pour que son dernier bord N touche le bord intérieur de l'ombre ; on a un nouveau triangle OMD, dont l'hypothénuse OD est égale à la différence entre le demi-dia-

mettre de l'ombre ON, & le demi-diamètre DN de la lune, mais l'opération est la même que dans l'article 625 ; la demi-durée de l'éclipse totale se retranche du milieu de l'éclipse, pour avoir l'immersion qui arrive en D, & elle s'ajoute pour avoir l'émergence qui arrive en V.

628. Lorsqu'on a la plus courte distance des centres OM (fig. 73), le demi-diamètre de l'ombre OA, & le demi-diamètre de la lune MB, il est aisé de trouver la partie éclipsée de la lune, c'est-à-dire, la quantité AC. Car AM est égale à OA—OM, si l'on y ajoute MC, l'on aura AC; donc AC est égal à OA + MC—OM, c'est à dire, que la partie éclipsée est égale à la somme des demi diamètres de la lune & de l'ombre, moins la plus courte distance. Il en seroit de même de la partie AC (fig. 74), qu'on appelle aussi la grandeur de l'éclipse, en y comprenant la partie de l'ombre qui débordé la lune.

EXEMPLE. Dans l'éclipse du 17 mars 1764, la somme des demi-diamètres est 63' 15", la plus courte distance est 30' 3", la différence 24' 48" est la partie éclipsée AC. On a coutume de l'exprimer en doigts ou en douzièmes parties du diamètre de la lune ; on fera donc cette proportion : le diamètre apparent de la lune 33' 8" est à 12 doigts 0 minutes, comme 24' 48" sont à un quatrième terme, qu'on trouvera 8^d 56³/₄ : ainsi la grandeur de l'éclipse sera de huit doigts, & 56³/₄ de doigts.

629. ON PEUT DÉTERMINER ENCORE sans calcul, avec la règle & le compas, toutes les circonstances d'une éclipse de lune, aussi-tôt qu'on a calculé par les tables le temps de la conjonction, la latitude, la parallaxe, & le mouvement horaire. Cette méthode est même très suffisante, lorsqu'il ne s'agit que d'annoncer les éclipses qui doivent arriver : car on ne sauroit se tromper d'une minute dans l'opération graphique, si la figure a seulement un pied de diamètre ; & l'on ne peut être assuré d'une plus grande exactitude dans la prédiction d'une éclipse de lune ; à peine peut-on être sûr de l'observation même à une minute près. Ainsi je crois qu'on peut très-bien se contenter de l'opération graphique dans toutes les éclipses de lune. S iij

630. EXEMPLE. Le demi diamètre de l'ombre de la terre dans la région lunaire ayant été trouvé de $46'$ (618); je divise le rayon OG (*fig. 73*) en 46 parties; je prends OL égale à la latitude de la lune $38^{\circ}\frac{2}{3}$; & au point L, je tire l'orbite de la lune ELS, inclinée de $5^{\circ} 37'$, ou si l'on veut de $5^{\circ} 40'$ (613), sur la parallèle à l'écliptique. Le mouvement horaire relatif étant de $35'$, je prends $35'$ sur les divisions de OG, je les porte sur l'orbite de L en X; & ayant marqué en L le temps de la conjonction 12 heures 6', je marque 11 heures 6' au point X éloigné du point L de la quantité du mouvement horaire; je divise XL en 60' de temps, & les mêmes ouvertures de compas servent à diviser le reste de l'orbite ELMS. Je prends une ouverture de compas égale à la somme des demi-diamètres de l'ombre & de la lune, $1^{\circ} 3'$, & la portant de O en S sur l'orbite relative, je trouve sur ses divisions que le point S répond à 13 heures 39 minutes, comme on l'a trouvé par le calcul (626).

631. LA PÉNOMBRE est une obscurité moindre que celle du cône d'ombre; c'est une lumière foible, causée par une portion du disque du soleil, qui éclaire encore la lune lors même que le centre ne l'éclaire plus. Le point E (*fig. 72*), qui est sur le côté OEP du cône d'ombre, est dans une entière obscurité, parce qu'il n'est éclairé par aucun rayon du soleil. Le point F, qui est sur la ligne AGF, menée par le bord supérieur A du soleil, & par le bord inférieur G de la terre, jouit d'une lumière parfaite, parce qu'il voit le disque entier AO du soleil; mais tous les points situés entre E & F ne voient qu'une partie du disque solaire, ils ne reçoivent qu'une partie de la lumière du soleil, & forment la pénombre; c'est ce qui fait que le commencement d'une éclipse de lune est si douteux, que l'on s'y trompe quelquefois de plusieurs minutes.

632. On observe dans la couleur des éclipses de lune des différences considérables : lorsque la lune est apogée, elle traverse le cône d'ombre plus près de son sommet; elle paroît alors plus rouge, plus lumineuse que lorsque les éclip-

ses arrivent dans le péricée ; car dans le péricée, les rayons rompus par l'atmosphère, qui se dispersent dans le cône d'ombre, & qui en diminuent l'obscurité, ne parviennent pas jusqu'au centre de l'ombre ou à l'axe du cône, qui est trop large dans ce point là ; & la lune étant plus près de la terre, l'obscurité qu'elle produit sur la lune est plus entière.

633. Voilà pourquoi l'on a vu des éclipses où la lune dispa-roissoit entièrement; comme le 15 juin 1600, ou le 9 de décembre 1601 : suivant Képler on ne distinguoit pas le bord éclipsé. Hévélius en parlant de l'éclipse du 25 avril 1642, assure qu'on ne distinguoit pas, même avec des lunettes, la place de la lune, quoique le temps fût assez beau pour voir les étoiles de la cinquième grandeur ; mais il est fort rare que la lune disparoisse ainsi totalement dans les éclipses.

DES ECLIPSES DE SOLEIL.

634. Les éclipses de soleil sont produites par l'interposition de la lune, qui dans ses conjonctions passe quelquefois directement entre nous & le soleil : elle nous le cache alors en tout ou en partie. Les éclipses **TOTALES** sont celles où le soleil paroît entièrement couvert par la lune, le diamètre apparent de la lune étant plus grand que celui du soleil. Les éclipses **ANNULAIRES** sont celles où la lune paroît toute entière sur le soleil ; alors le diamètre du soleil paroissant le plus grand, excepté de tout côté celui de la lune, & forme autour d'elle un anneau ou une couronne lumineuse : telle fut l'éclipse du premier avril 1764, que l'on vit annulaire à Cadix, à Rennes, à Calais & à Pello en Laponie. Les éclipses *centrales* sont celles où la lune n'a aucune latitude au moment de la conjonction apparente ; son centre paroît alors sur le centre même du soleil & l'éclipse est totale ou annulaire, en même temps qu'elle est centrale.

635. Les plus anciens auteurs nous ont con-signé comme des événements remarquables les grandes éclipses de soleil. Il

en est parlé dans Isaïe, chap. 13, dans Homère & Pindare, dans Plinè, liv. II, chap. 12; dans Denis d'Halicarnasse, liv. II. Ce dernier dit qu'à la naissance de Romulus, & à sa mort, il y eut des éclipses totales de soleil dans lesquelles la terre fut dans une obscurité aussi grande qu'au milieu de la nuit. Hérodote nous apprend que dans la sixième année de la guerre entre les Lydiens & les Mèdes, il arriva pendant la bataille que le jour se changea en une nuit totale; Thalès le Miletien l'avoit annoncé pour cette année-là. Plinè (Liv. II. chap. 2.) parle aussi de la prédiction de Thalès, & M. Costard prouve que cette éclipse fut celle du 17 mai 601, avant J. C. (*Philos. transf.* 1753, pag. 23). On trouve de semblables éclipses dans les années 431, 190, & 50 ans avant J. C.; & dans les années après J. C. 59, 100, 237, 360, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1191, 1241, 1415, 1485, 1544, 1560, (*Képl astron. pars opt. pag. 290, &c.*) On trouve un catalogue exact de toutes les éclipses arrivées depuis l'ère vulgaire, dans *l'art de vérifier les dates*, in-folio 770.

636. C'est en effet une chose très-singulière que le spectacle d'une éclipse totale de soleil. Clavius, qui fut témoin de celle du 21 août 1560 à Conimbre, nous dit que l'obscurité étoit, pour ainsi dire, plus grande ou du moins plus sensible & plus frappante que celle de la nuit; on ne voyoit pas où pouvoir mettre le pied, & les oiseaux retomboient vers la terre par l'effroi que leur causoit une si triste obscurité.

637. Il n'y a eu depuis très-long temps à Paris d'autre éclipse totale, que celle du 22 mai 1724; l'obscurité totale dura $2\frac{1}{4}$; on apperçut à la vue simple le soleil, Mercure & Vénus qui étoient sur la même ligne: il parut peu d'étoiles à cause des nuages. La première petite partie du soleil qui se découvrit lança un éclair subit & très-vif, qui parut dissiper l'obscurité entière (*Hist. de l'Acad.* 1724); l'éclipse de 1706 fut de dix doigts & 58 minutes: il restoit environ $\frac{1}{2}$ du diamètre du soleil, sa lumière étoit à la vérité d'une pâleur effrayante & lugubre; cependant tous

les objets se distinguoient, aussi facilement que dans le plus beau jour (*Hist. acad.* 1706). Cette éclipse fut totale à Montpellier, & l'on y remarqua autour de la lune une couronne d'une lumière pâle, large de la douzième partie du diamètre de la lune, dans la partie la plus sensible; mais qui diminuant peu à peu s'appercevoit encore à 4 degrés tout autour de la lune.

638. Dans l'éclipse de soleil du 23 Septembre 1699, il ne resta que $\frac{1}{128}$ du diamètre du soleil à Gripswald en Poméranie, l'obscurité y fut si grande, qu'on ne pouvoit lire ni écrire; il y eut des personnes qui virent quatre étoiles, ce devoit être Mercure, Vénus, Régulus & l'Epi de la Vierge (*Hist. acad.* 1700).

639. Les éclipses de soleil sont beaucoup plus rares que les éclipses de lune, pour un lieu déterminé: la raison en est évidente; la lune étant beaucoup plus petite que la terre, ne peut couvrir qu'une très-petite partie de notre globe; souvent même la pointe du cône d'ombre n'arrive pas jusqu'à nous, comme dans les éclipses *annulaires*. Il arrive toutes les années plusieurs éclipses, quelquefois jusqu'à six, en comptant celles de lune & de soleil; mais on ne les voit pas toutes dans un même lieu; car depuis 1755 jusqu'en 1764 inclusivement, on ne trouve que quatre éclipses de soleil visibles à Paris, tandis qu'on y a dû voir onze éclipses de lune.

Le Roi ayant désiré de savoir s'il y auroit à Paris des éclipses totales, dans l'espace de quelques années, j'engageai M. du Vaucel à se livrer à cette recherche; il trouva que d'ici à l'année 1900, il y auroit 59 éclipses visibles à Paris, sans qu'aucune y soit totale; & une seule annulaire qui sera celle du 9 octobre 1847 (*Mém. présentés, &c. tom. V, pag. 571*).

640. Le calcul des éclipses de soleil est beaucoup plus difficile & plus long que celui des éclipses de lune, à cause des parallaxes qui y entrent nécessairement; les parallaxes diffèrent pour chaque point de la terre, en sorte qu'une éclipse de soleil paroît d'une manière différente à différente

pays : au contraire les éclipses de lune paroissent de la même manière, sont parfaitement les mêmes pour tous ceux qui les voient ; car la lune perdant alors véritablement la lumière, devient obscure pour tout le monde.

64. J'ai cru qu'il falloit diminuer la difficulté en employant d'abord une méthode, pour ainsi dire, mécanique, & telle que les yeux pussent soulager l'imagination ; je vais donc expliquer une opération graphique, avec laquelle on pourra calculer une éclipse de soleil, pour la terre en général, avec la même facilité que l'on a calculé une éclipse de lune (629), & même trouver à peu près, pour chaque pays de la terre, les circonstances de l'éclipse par le moyen d'un globe terrestre, pourvu qu'on ait fait seulement les calculs préliminaires (604).

641. Pour faire sentir les raisons & les principes de cette opération graphique, je vais montrer la manière dont les éclipses de soleil arrivent sur la surface de la terre, dans le cas le plus simple. Je supposerai un principe qu'il ne faut pas perdre de vue, savoir que le soleil est assez éloigné de nous, pour que les rayons qui partent du centre du soleil ; & qui vont aux différents points de la terre, soient sensiblement parallèles. Du point T (*fig 75*) que je suppose le centre de la terre, on voit le centre du soleil par un rayon TS ; le point E qui est à la surface de la terre, voit le centre du soleil par un autre rayon EO, qui ne fait avec le précédent qu'un angle de $8''\frac{1}{2}$ (570), & qui va par conséquent le rencontrer à une distance prodigieuse, ainsi ce rayon est sensiblement parallèle au précédent : on peut donc supposer que la ligne EAO parallèle à TLS, est celle par laquelle le point E de la terre voit le centre du soleil.

643. Si la lune est en L au moment de la conjonction, l'observateur placé en K sur la surface de la terre, verra une éclipse centrale de soleil (634), puisque le centre de la lune lui paroîtra sur le rayon même TKLS, par lequel il voit le centre du soleil. Soit AL une portion de l'orbite lunaire décrite avant la conjonction ; en allant de A en L,

ou d'occident vers l'orient : puisque le point E de la terre voit le centre du soleil sur la ligne EAO (642), ils'ensuit évidemment que quand la lune sera au point A de son orbite, elle couvrira le soleil, & formera une éclipse centrale pour l'observateur placé en E, puisqu'alors le centre de la lune, aussi bien que celui du soleil paroîtront sur une même ligne EAO.

Si la lune emploie une heure à parcourir la portion AL de son orbite, l'éclipse aura lieu pour le point E de la terre, une heure avant qu'elle ait lieu pour le point K, ou pour le centre T de la terre, c'est à dire, une heure avant la conjonction, que je suppose arriver au point L.

644. Je fais que l'on a d'abord quelque peine à se figurer ainsi le soleil, répondant au même instant à divers points de l'orbite lunaire pour différents lieux de la terre; mais qu'on réfléchisse à ce qui se passe dans une allée de jardin, où l'on se promène en voyant le soleil sur la droite; toutes les ombres des arbres sont paralleles entr'elles; quand on est sur la premiere ombre, on voit le soleil répondre au premier arbre; quand on a fait quelques pas on voit le soleil répondre à l'arbre suivant; & s'il y a quatre personnes en même temps qui soient entr'elles à la même distance que les quatre arbres sont entr'eux, elles verront répondre le soleil aux quatre arbres différents; c'est ainsi que l'observateur qui est en D voit le soleil répondre au point C de l'orbite de la lune ou de la projection; tandis que l'observateur qui est en K voit le soleil au point L (a), comme celui qui est en F voit le soleil au point H.

645. Le point E de la terre est le premier point d'où l'on verra la lune sur le soleil; il aura l'éclipse centrale quand la lune sera en A (643), le centre de la lune répondant au centre du soleil; mais avant que d'être en A, le centre de la lune a été en un point M, tel qu'alors le bord B de la lune touchoit le bord du soleil, parce que le centre du soleil

(a) Il n'est pas besoin d'avertir que les points E, F, K, de la terre ne sont point fixes; ils tournent par le mouvement de rotation de la terre; mais dans ces préliminaires généraux, nous n'examinons pas quels pays de la terre occupent les divers points du globe, il suffit de considérer ces points en général.

paroissant en A, le bord de son disque paroissoit en B éloigné du centre A d'environ $16'$ qui est l'angle sous lequel nous voyons le rayon solaire; le centre M de la lune étoit alors éloigné du centre A du soleil d'une quantité égale à la somme des demi-diamètres AB & BM, du soleil & de la lune, & c'étoit le commencement de l'éclipse pour l'observateur situé en E, ou le premier instant où il a vu le bord de la lune toucher le bord du soleil. La distance de la lune au point L de la conjonction, ou à la ligne des centres, étant égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune plus la quantité AL, égale à ET, l'observateur qui au lever du soleil étant en E aura vu l'atouchement des bords de la lune & du soleil, verra l'éclipse centrale d'un autre point de l'espace absolu, différent du point E, & ce sera l'habitant de la terre qui sera arrivé à son tour au bord E du cercle d'illumination qui verra l'éclipse centrale lorsque la lune sera parvenue en A.

646. La partie AL de l'orbite lunaire égale au rayon ET de la terre, paroît sous un angle AEL, égal à l'angle ELT qui est la parallaxe horizontale de la lune (578); la partie ML paroît donc égale à la somme du demi-diamètre BM de la lune, du demi-diamètre BA du soleil, & de la parallaxe horizontale de la lune qui est égale à AL. Ainsi le point E de la terre verra commencer l'éclipse aussi tôt que la distance ML de la lune au point L de la conjonction sera égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune. De même le point G, le dernier & le plus oriental de la terre, verra finir entièrement l'éclipse, lorsque la lune, après avoir passé la conjonction, sera éloignée du point L de la même quantité, c'est-à-dire, de la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune.

Si la lune est en C, de manière que AC soit aussi égal à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, le point E de la terre verra aussi le centre C de la lune éloigné du centre A du soleil, de la somme des demi-diamètres, c'est-à-dire, qu'il verra les bords du soleil & de la lune se toucher,

& l'éclipse finir; puisqu'alors le centre du soleil paroît en *A*, & celui de la lune en *C*, à une distance *CA* égale à la somme des demi-diametres.

Mais dans le temps que la lune est en *C*, & que le point *E* de la terre voit finir l'éclipse, un autre point *D* de la terre, qui voit le centre du soleil sur le rayon *DC* parallèle à *TS*, voit le centre de la lune sur celui du soleil, c'est-à-dire, qu'il a une éclipse centrale; il en est de même de tous les autres points de la terre qui répondent perpendiculairement sous différents points de la ligne *ACL*.

647. En même temps que le point *E* de la terre voit finir l'éclipse par le contact des deux bords, lorsque le centre de la lune est en *C*, & que le point *D* voit l'éclipse centrale, les points de la terre situés entre *E* & *D*, voient l'éclipse de différentes grandeurs; ainsi le point *F* de la terre qui voit le centre du soleil sur la parallèle *FH*, voit la distance apparente de la lune *C* au soleil *H* de la quantité *CH*; si nous supposons que la ligne *CH*, prise sur l'orbite lunaire *LCHAM*, soit plus petite que la somme des demi-diametres, la lune anticipera d'autant sur le soleil; si elle est plus petite d'un doigt, le bord de la lune sera l'un doigt sur le soleil, on dira que l'éclipse est d'un doigt. Si *CH* est supposée moindre de six doigts solaires, que la somme des demi-diametres, il faut nécessairement que cette somme, qui forme la distance des centres de la lune & du soleil au commencement de l'éclipse ait été retrécie d'autant; elle n'a pu l'être, que parce que le disque lunaire a anticipé d'autant sur celui du soleil; donc dans la supposition de *CH* moindre que *CA* de six doigts pour le point *F*, il doit y avoir six doigts du diamètre du soleil, couverts par la lune pour l'observateur *F*, & par conséquent l'on verra du point *F* le bord de la lune sur le centre même du soleil. De même si *CH* est plus petite que cette somme, & cela de trois doigts seulement, ou d'un quart du diamètre solaire, la lune anticipera ou mordra sur le soleil de trois doigts seulement, & l'éclipse ne sera que de la même quantité.

648. Ainsi pour trouver le point *F* de la terre où l'éclipse

Se doit paroître de trois doigts, à un instant donné où l'on suppose la lune en C , il faut, en partant du point C où est la lune, 1°. prendre CA égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune; 2°. en partant du point A , prendre AH de trois doigts, &c. 3°. abaisser une perpendiculaire HN sur la terre, (c'est-à-dire, sur le plan GE du cercle de la terre, qui est perpendiculaire à la ligne des centres), & l'on aura le point F de la terre où l'éclipse doit paroître de 3 doigts, la lune étant en C , puisque le soleil paroissant alors en H & la lune en C , leur distance est plus petite de 3 doigts, que la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune.

649. J'ai supposé jusqu'ici que l'orbite LBM de la lune passoit par la ligne SLT , qui joint les centres du soleil & de la terre, & que la lune en conjonction n'avoit aucune latitude; voyons ce qui arrivera dans le cas où la lune en conjonction aura une latitude. Il faut considérer d'abord que tout ce que j'ai dit du point M (645), doit s'entendre également de tout autre point qui seroit à la même distance du point T & du point L ; supposons que la ligne LM (égale à la parallaxe de la lune, plus la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune), tourne autour du point L , & décrive un cercle dont le plan soit perpendiculaire à LT , & au plan de notre figure, en sorte que tous les points de ce cercle soient à égales distances du point T ; c'est ce cercle décrit dans la région lunaire perpendiculairement à la ligne des centres que nous appellerons le *Cercle de projection*, parce qu'on y rapporte & qu'on y projette la terre & le soleil; & nous allons le considérer seul dans la suite du discours, en y rapportant tout ce que nous venons de dire sur la fig. 75. Il est évident que les différents points du cercle placé dans la région de la lune & décrit sur LA , répondent aux différents points de la conférence de la terre, de la même manière que le point A répond au point E de la terre, & le point L au point K , chaque point de la terre a sa projection ou son image à l'extrémité de la ligne

qui va tomber perpendiculairement sur le Plan de projection, que je suppose dans la région de la lune.

650. Supposons une ligne LB (fig. 76), de même longueur que la somme LM du rayon de projection & des demi-diamètres du soleil & de la lune dans la fig. 75; décrivons un cercle $BCGD$ sur le plan de projection; décrivons aussi un autre cercle $AEFR$; dont le rayon LA soit égal à la parallaxe de la lune, comme LA dans la figure 75; forment le rayon de projection égal au rayon de la terre & vu sous un angle égal à la parallaxe de la lune; lorsque la lune approchera assez de la conjonction pour que son centre vienne à se trouver sur quelque point K de la circonférence BCD , l'éclipse commencera pour quelque point de la surface de la terre (646).

De même, lorsque le centre de la lune sera sur quelque point V de la circonférence AVE du cercle de projection, le centre de la lune paroîtra répondre sur le centre du soleil, & l'éclipse commencera d'être centrale pour quelque point de la surface de la terre, c'est-à-dire, pour celui qui se trouvera directement sous le point V , ou qui aura sa projection au point V .

651. L'ECLIPSE GÉNÉRALE de soleil est celle que l'on calcule pour la terre en général, sans examiner à quel pays elle se rapporte; c'est par où nous commençons, à l'exemple de Képler (*Epitome*, pag. 373), avant de chercher les circonstances d'une éclipse de soleil pour chaque lieu déterminé de la terre. Au moment où la distance LK du centre de la projection au centre de la lune est égale à la somme des trois demi-diamètres du soleil, de la lune, & de la projection, l'éclipse de soleil commence pour un point de la terre qui répond perpendiculairement au point I (645), ou dont la projection est en I ; c'est le commencement de l'éclipse générale; de même; lorsque la lune est parvenue au point G de son orbite, assez éloigné pour que la distance LG soit encore égale au trois demi diamètres; le bord de la lune quitte le bord du soleil pour le dernier de tous les pays de la terre où il peut y avoir éclipse, c'est la

fin de l'éclipse générale. De même, la perpendiculaire LM abaissée sur l'orbite, marque le milieu de l'éclipse générale, comme dans le cas des éclipses de lune (620).

652. Pour connoître le temps du milieu de l'éclipse générale, on suppose les mêmes calculs préliminaires, & l'on suit la même méthode que pour une éclipse de lune (620) : LAB représente une portion de l'écliptique ; L le point où est le soleil au moment de la conjonction, LH la latitude de la lune en conjonction, KMG l'orbite relative (609). Dans le triangle LMH rectangle en M , on connoît l'angle HLM égal à l'inclinaison de l'orbite relative, & l'hypothénuse HL égale à la latitude de la lune ; on cherchera le côté HM ; on le convertira en temps à raison du mouvement horaire de la lune sur l'orbite relative, & l'on aura l'intervalle entre la conjonction & le milieu de l'éclipse ; cet intervalle se retranchera du moment de la conjonction, arrivé en H , si la latitude de la lune est croissante, c'est-à-dire, si la lune a passé son nœud ; mais il s'ajoutera au temps de la conjonction, si la lune va en se rapprochant de son nœud ; & l'on aura le temps du milieu de l'éclipse générale en M ; comme dans l'exemple de l'article 622.

653. Le cercle de projection AER représente le disque de la terre, ou l'image de l'hémisphère éclairé de la terre transporté dans l'orbite ou dans la région de la lune ; la ligne VX est la portion de l'orbite lunaire qui sera décrite pendant la durée de l'éclipse totale, comme la ligne KG est la portion d'orbite qui sera décrite depuis le premier moment où la pénombre (631) touchera le disque de la terre en quelque point I , c'est-à-dire, où quelque point de la terre verra un commencement d'éclipse, jusqu'au dernier instant où la pénombre abandonnera la terre au point F , le centre de la lune étant alors en G , & l'éclipse finissant pour le dernier de tous les pays où elle sera visible. Ainsi la longueur KG de l'orbite lunaire comprise entre les points K & G , nous fera connoître la durée de l'éclipse ; comme le milieu M de la ligne KG nous fera trouver le temps du milieu

milieu de l'éclipse générale : la ligne KG est coupée en deux parties égales par la perpendiculaire LM , parce que les côtés LK & LG sont égaux, il en est de même de la corde VX ; ainsi le point M indique le milieu de l'éclipse générale, dont la durée est exprimée par KG ; & la durée de l'éclipse centrale est représentée par VX .

654. EXEMPLE. Dans l'éclipse du premier avril 1764, le temps vrai de la conjonction étoit à $10^h 31' 23''$ du matin, à Paris; la latitude pour ce temps-là $39' 36''$ boréale; le mouvement horaire de la lune en longitude $29' 39''$, celui du soleil $2' 27'' \frac{2}{3}$, l'inclinaison de l'orbite relative $5^\circ 44' 26''$, le mouvement horaire relatif ou composé $27' 19'' \frac{1}{2}$; on fera comme dans les éclipses de lune (625) ces deux proportions : $R : 29' 36'' :: \sin. 5^\circ 44' 26'' : 3' 58''$, valeur de HM , & ensuite $27' 19'' \frac{1}{2} : 60' 0'' :: 3' 58'' : 8' 42''$ de temps, on retranchera ces $8' 42''$ de l'heure de la conjonction, parce que la latitude de la lune alloit en augmentant, & l'on aura $10^h 22' 41''$ pour le temps du milieu de l'éclipse générale, compté au méridien de Paris.

Le même triangle HLM fera trouver la perpendiculaire LM $39' 24''$; c'est la plus courte distance de la lune au centre de la projection dans le temps du milieu de l'éclipse; cette perpendiculaire LM nous servira pour trouver le commencement & la fin.

655. Le commencement de l'éclipse générale compté au méridien de Paris, se trouve de la même manière que le commencement d'une éclipse de lune (625); dans le triangle LKM rectangle en M , on connoît la perpendiculaire LM (645) & l'hypothénuse LK égale à la somme des trois demi-diamètres du soleil, de la lune, & de la projection (645); on cherchera le côté MK , on le convertira en temps à raison du mouvement horaire, & ce temps ôté de celui du milieu de l'éclipse en M , donnera le temps du commencement de l'éclipse générale en K ; étant ajouté il donnera la fin de l'éclipse en G .

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, le côté LM est de

39' 24" ; la parallaxe de la lune de 54' 0" (a) pour Paris ; le demi-diamètre horizontal de la lune 14' 47", celui du soleil 16' 1" ; on trouvera le commencement de l'éclipse générale à 7h 37' 48" du matin , & la fin à 1h 7' 34" après-midi ; la durée sur toute la terre étoit donc de 5 heures 29 minutes 46 secondes.

656. Le commencement de l'éclipse centrale arrive lorsque la lune est au point *V*, où son orbite coupe le cercle de projection ; car alors le centre de la lune, le centre du soleil & le bord de la terre sont sur une même ligne , & le point de la terre dont la projection est en *V*, voit le centre de la lune sur le centre du soleil.

Dans le triangle *LMV*, rectangle en *M*, on connoît la perpendiculaire *LM* (654) & la ligne *LV* qui est la parallaxe ou le rayon de la projection , l'on cherchera le côté *MV*, on le convertira en temps, c'est-à-dire, on cherchera le temps que la lune emploie à parcourir *VM*, & ce temps étant ôté de celui du milieu de l'éclipse générale, on aura le temps qu'il étoit à Paris quand l'éclipse commençoit à être centrale pour quelque point *V* de la terre.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, supposant *LV* = 54' 0" = 3240" ; *LM* = 39' 24", on trouvera *MV* = 36' 56", qui réduite en temps donne 1h 21' 5" ; cette demi-durée étant ôtée du milieu de l'éclipse 10h 22' 41" (654) donnera le commencement de l'éclipse centrale 9h 1' 36", & ajoutée au milieu de l'éclipse donnera la fin 11h 43' 46". Le temps que le centre de l'ombre employoit à traverser la terre étoit donc de 2h 42' 10".

657. Les calculs que nous venons de faire pour l'éclipse générale, peuvent s'exécuter graphiquement comme ceux des éclipse de lune (629) ; on fera une grande figure dont le rayon *LA* soit égal à la parallaxe, ou divisé en au-

(a) J'en ai ôté la parallaxe du soleil, afin qu'il ne restât que la quantité dont la lune est abaissée plus que le soleil ; c'est de cette seule différence dont on a besoin pour calculer une éclipse.

tant de minutes qu'en contient cette parallaxe ; on prendra la ligne LH égale à la latitude de la lune, & l'angle MLH égal à l'inclinaison relative de l'orbite lunaire (609) ; on prendra sur la même échelle une quantité égale au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative , que l'on portera de H en N ; on marquera en H l'heure & la minute de la conjonction, & en N une heure de moins ; on divisera par ce moyen l'orbite GK en heures & minutes, & l'on verra à quelle heure la lune s'est trouvée en K , en V , en M , en X & en G ; comme on l'a trouvé par les calculs des articles précédents.

658. Il s'agit actuellement de connoître quels sont les différens pays de la terre qui sont en V , en X , au moment où la lune y arrive , c'est-à-dire , leurs longitudes géographiques, & leurs latitudes ; c'est ce que nous allons exécuter par le moyen d'un globe. Je ne conseillerois pas aux astronomes de faire ces calculs par la trigonométrie, si ce n'est dans des cas extraordinaires , & pour des observations importantes : le temps qu'exigent ces calculs rigoureux, est bien mieux employé à calculer des observations déjà faites , pour en tirer des conséquences , qu'à annoncer avec une précision si scrupuleuse celles qui doivent arriver ; les opérations graphiques sont suffisantes pour tracer des cartes semblables à celle de la planche XI. que l'on met ordinairement en abrégé dans les éphémérides. Ce fut M. Cassini qui en donna l'idée & le modèle, à l'occasion de l'éclipse de soleil qu'il avoit observée à Ferrare en 1664.

659. Je ne suppose qu'un globe terrestre qui ait au moins 6 pouces de diamètre, & une règle avec deux pieds, représentée par $GVAE$ (fig. 77.), dont la longueur VA soit égale au diamètre du globe dont on se sert, & la hauteur égale au rayon du globe, ou un peu plus, afin d'être placée sur son horizon GE ; le rayon de ce globe doit représenter le rayon de la terre, ou la parallaxe de la lune, comme LA dans la figure 76 ; c'est-à-dire, qu'il faut le supposer, par exemple, de 54' parce que la parallaxe de la lune dans l'éclipse de 1764 étoit de 54'.

660. Comme l'on n'est pas maître de changer le diamètre de son globe dans les différentes éclipses de soleil, il faudra calculer les différentes parties de la figure, c'est-à-dire, le mouvement horaire de la lune & les diamètres du soleil & de la lune; en les réduisant à cette échelle; si le globe a 8 pouces de diamètre, & que la parallaxe actuelle, soit, par exemple de 54', on tirera une ligne égale au rayon du globe, on la divisera en 54 parties, & l'on prendra 27 $\frac{1}{2}$ de ces mêmes parties pour faire le mouvement horaire.

661. Pour placer sur le globe l'orbite de la lune, il faut avoir fait une figure, telle que la *fig. 76*, où la ligne *BLD* représente une portion de l'écliptique, & *XV* l'orbite relative; on y ajoutera une ligne *OLQ* pour représenter une portion de l'équateur; en faisant l'angle *ALO* égal à l'angle de position (693), ou au complément de l'angle de l'écliptique avec le méridien; l'équateur sera au midi ou au dessous de l'écliptique à l'orient du globe, dans les signes ascendants, c'est-à-dire, quand la conjonction arrivera depuis le 22 décembre jusqu'au 21 juin. La somme de l'angle *ALO* & de l'inclinaison de l'orbite relative, ou leur différence, suivant les cas, donnera l'angle de la perpendiculaire *LM* avec le méridien universel *LP*, ou le méridien du globe, que l'on suppose immobile; cet angle est le même que l'angle de l'orbite avec l'équateur. On prendra sur la figure avec un compas les arcs *OV*, *QX*, & l'on marquera un pareil nombre de degrés sur l'horizon du globe, à compter depuis les vrais points d'orient & d'occident, c'est-à-dire, depuis les intersections de l'équateur & de l'horizon du globe, en allant du côté du nord, si la latitude de la lune est boréale, ou du côté du midi, si elle est australe.

662. On élèvera le pôle du globe sur son horizon, du nombre de degrés que la déclinaison du soleil indiquera; si la déclinaison est boréale, c'est le pôle boréal qu'il faut élever; on placera le support *G'AE* (*fig. 77*), de manière qu'un bord de la règle supérieure *VA* réponde per-

perpendiculairement au-dessus des deux points marqués sur l'horizon du globe; dans cet état, cette traverse VA représentera l'orbite de la lune, placée sur l'horizon du globe, comme elle l'étoit sur le cercle de projection dans la figure 76.

Il faut prendre encore sur la figure 76 les temps de l'orbite lunaire qui répondent en V & en X , c'est à dire, au commencement & à la fin; on les écrira sur le support VA , que je suppose couvert d'une petite bande de papier collé, & l'on aura un intervalle AV , qu'on divisera en minutes de temps, comme l'on a divisé l'orbite VX de la lune (657), ou bien l'on se servira du mouvement horaire, & l'on marquera seulement le temps du milieu de l'éclipse sur le milieu L de la règle, une heure de plus à une distance égale au mouvement horaire; une heure de moins à l'occident ou à la droite, & le reste dans l'intervalle.

663. Il ne s'agira plus que de placer le globe sur l'heure qui lui convient; par exemple, dans l'éclipse de 1764, la lune devant être en A à 9^h 2', qui est le commencement de l'éclipse centrale (656), on tournera le globe de manière que Paris soit en C , 2^h 58' à l'occident du *Méridien universel* MP ; c'est ce méridien dans lequel le soleil est supposé fixe, tandis que tous les pays de la terre passent successivement devant lui par la rotation du globe d'occident en orient.

Le globe terrestre étant ainsi disposé pour l'heure de Paris, tous les autres pays sont également à leur place pour ce moment, & la lune étant supposée en A ; le point de la terre qui répond perpendiculairement sous la lune, est celui où l'éclipse paroît centrale dans ce même moment (645); on n'a donc qu'à abaisser un à plomb du point A , si l'horizon du globe est bien de niveau, ou placer l'œil perpendiculairement au dessus du point A , ou enfin, se servir d'une petite équerre, & l'on verra sur le globe le point de la terre que l'on cherchoit, perpendiculairement au dessous de A dans l'horizon même du globe; l'on marquera la longitude & la latitude de ce point-là; ce sera

le premier point de l'éclipse centrale, marquée A sur la carte de la *planche* XI.

664. Au point A l'on placera le centre d'un cercle dont le rayon AD soit égal à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune prise sur l'échelle des 54 minutes. On pourra faire un cercle de carton, qu'on placera parallèlement à l'horizon du globe, son centre étant en A; ou bien l'on fera circuler un compas dont l'ouverture soit égale à la somme des demi-diamètres, & dont une pointe soit en A, on remarquera tous les points du globe qui se trouveront répondre perpendiculairement sous la circonférence de ce cercle, ce sont ceux qui verront les bords du soleil & de la lune se toucher au même instant, & celui de ces points qui se trouvera dans l'horizon du globe verra le contact des deux bords au lever du soleil.

665. On fera un autre cercle dont le rayon soit plus petit que le précédent, d'un quart du diamètre du soleil, c'est-à-dire, de 3 doigts (ce sera 8' en 1764), ou bien on échanvrera de la même quantité une portion du même cercle qui a servi pour la première phase, comme dans le limaçon de la *figure* 79; ou si l'on veut on diminuera seulement l'ouverture du compas dont on s'est servi dans l'opération précédente; alors la circonférence du cercle, ainsi diminuée de trois doigts, ou l'ouverture du compas, promenée tout autour du point A (*fig.* 77), indiquera sur le globe, par le moyen de la-plomb, tous les points de la terre où le soleil est éclipse dans ce moment-là de 3 doigts seulement; on en comprendra la raison en réfléchissant sur les articles 647 & 648.

666. On pourra faire de même d'autres cercles pour l'éclipse de 2, 4, 5 doigts, &c. en diminuant de 2, 3 doigts, &c. le rayon du cercle de la *pénombre*, c'est-à-dire, du cercle dont le rayon étoit égal à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune; on pourra échanvrer un seul cercle dont la circonférence soit divisée en 12 parties, & le rayon de même en 12 parties, & dont les 12 secteurs aillent en diminuant comme le limaçon d'une mon-

tre à répétition (*fig. 79*), chacun étant plus petit que le précédent, d'un doigt ou d'une douzième partie du diamètre solaire, pris sur la même échelle que la parallaxe horizontale & le mouvement horaire (660); en promenant un à plomb sur les circonférences de ces lecteurs, il marquera sur le globe les pays qui pour cet instant-là auront l'éclipse d'un doigt, ou de $\frac{1}{12}$, &c.

667. Si l'on place en L, sur le milieu de la traverse AV, le centre de ces cercles, & qu'on fasse la même opération, après avoir fait tourner le globe pour amener la rosette P du globe sur $10^h 23'$, qui est l'heure du milieu de l'éclipse générale au méridien de Paris, on trouvera tous les pays qui à $10^h 23'$ ont l'éclipse d'un doigt, de deux, &c. C'est ainsi qu'on peut tracer sur un globe, ou sur une carte géographique, la figure de tous les points qui auront une éclipse centrale, ou qui auront l'éclipse d'un doigt, de deux, &c. Il est bon d'observer que tous ces pays qui dans un instant donné voient l'éclipse d'un doigt, n'ont pas cependant la grandeur de l'éclipse d'un doigt; car ce n'est pas la plus grande phase qu'on trouve par cette opération, c'est seulement la phase qui a lieu pour un moment donné; mais on pourroit trouver celui pour qui cette phase est la plus grande, en remarquant le point de la terre qui est le plus éloigné du point A (*fig. 77*), ou qui par un petit mouvement du globe & de la lune conserve la même distance à la lune.

Trouver les phases d'une éclipse de soleil par le moyen des projections.

668. La méthode que je viens d'expliquer pour trouver par le moyen d'un globe, les pays de la terre qui doivent voir une éclipse de soleil, ne seroit pas assez exacte pour trouver, à une ou deux minutes près, le commencement & la fin de l'éclipse en un lieu quelconque, à moins qu'on n'eût un globe très-grand & très-parfait; mais nous y parviendrons aisément au moyen d'une figure de projec-

tion & d'une ellipse tracée avec soin ; cette opération géographique avec la règle & le compas sera plus exacte, & aussi simple que celle du globe. Avant que d'en donner les règles, je vais tâcher d'en faire comprendre la théorie en expliquant avec plus de soin les principes de la projection orthographique ; j'en ai déjà fait quelque usage (art. 643 & suiv.), mais je vais en expliquer ici tous les fondements & toutes les circonstances. Flamsteed dit que Wren est le premier qui ait connu vers 1660 la manière de trouver les phases d'une éclipse sans calculer les parallaxes ; il ajoute que M. Halley, avant son départ pour Sainte-Hélène en 1666, lui parla de la construction des ellipses, mais en lui cachant la méthode, à laquelle Flamsteed n'avoit pas alors beaucoup de confiance.

689. PROJETER une figure, c'est la rapporter à un autre plan, par des lignes tirées de chaque point de la figure à chaque point du plan. On distingue plusieurs sortes de projections, mais la plus simple de toutes est la projection *orthographique* (a), formée par des lignes perpendiculaires au plan de projection ; c'est celle dont on se sert avec un très grand avantage pour les éclipses sujettes aux parallaxes.

670. Soit une ligne AB (fig. 78), & un plan quelconque PL , différent de cette ligne ; si des extrémités A & B de la ligne donnée on abaisse sur le plan PL des perpendiculaires Aa , Bb , l'espace ab qu'elles occuperont sur le plan PL , fera la projection orthographique de la ligne AB , & le plan PL sur lequel on a abaissé ces perpendiculaires, s'appellera le *plan de projection*.

671. LA PROJECTION orthographique ab d'une ligne AB faite sur un plan de projection PL par les perpendiculaires Aa , Bb est le cosinus de son inclinaison. Car ayant tiré AC parallèle à PL , l'angle BAC est égal à l'inclinaison de la ligne AB sur le plan de projection PL , & $AC=ab$ est la projection de la ligne AB ; or $AB : AC :: R : \cos. BAC$. Ainsi le rayon est au cosinus de l'in-

(a) *Orthogr.*, *rectus*, parce que cette projection se fait par des lignes à angles droits.

ell'raison, comme la ligne AB est à sa projection AC . Donc si l'on prend le rayon pour l'unité, on trouvera que la projection d'une ligne est égale à cette ligne multipliée par le cosinus de son inclinaison sur le plan de projection.

672. LA PROJECTION d'un arc tel que FI est égale à son sinus. Soit la circonférence DFH (fig. 80), du demi-cercle dont on demande la projection, situé dans un plan perpendiculaire au plan de projection, toutes les lignes perpendiculaires FC abaissées de chaque point de la circonférence sur le rayon CH , seront perpendiculaires au plan & marqueront les projections des mêmes points; le point K sera la projection du point I ; ainsi la ligne CK sera la projection de l'arc FI ; mais si C est le centre du cercle, CK égale à IL est le sinus de l'arc FI : ainsi les sinus des arcs FI seront les projections de ces arcs; si l'on prend leur origine au point F qui répond perpendiculairement au centre C . Cette proposition sera d'un grand usage dans le calcul des éclipses.

673. LA PROJECTION orthographique d'un cercle incliné est toujours une ellipse. Soit DFH le cercle dont on cherche la projection, DH celui de ses diamètres qui est dans le plan de projection, ou parallèle à ce plan; si l'on incline ce demi-cercle en le faisant tourner autour du diamètre DH , de manière que toutes les lignes IK fassent avec le plan de projection un angle quelconque, toutes ces lignes auront pour projections des lignes KG qui seront égales chacune à leur correspondante IK multipliée par le cosinus de l'angle d'inclinaison (671), en sorte que KG sera par-tout à IK comme le cosinus de l'angle d'inclinaison est au rayon; or, telle est la propriété d'une ellipse démontrée dans les sections coniques, que toutes ses ordonnées KG soient aux ordonnées IK d'un cercle de même diamètre dans un rapport constant: donc les lignes KG formeront une ellipse: donc enfin la projection d'un demi-cercle DFH sera la circonférence d'une ellipse DGH , dont le grand axe DH est le même que celui du demi-cercle; & le petit axe, plus petit en raison du cosinus de l'inclinaison.

fon. Il en seroit absolument de même quand le diamètre DH du cercle projeté seroit à une certaine distance au dessous du plan de projection.

674. Un cercle vu obliquement paroît donc sous la forme d'une ellipse ; car on sait qu'une ligne AB (fig. 81), vue obliquement du point O paroît de la même grandeur que la ligne perpendiculaire $AC = AB \sin. ABC$; ainsi dans un cercle CAD (fig. 82), vu obliquement toutes les ordonnées AB , EF paroissant plus petites dans le même rapport, le cercle paroît une ellipse CGD , dont le petit axe est au grand comme le sinus de l'inclinaison est au rayon. Cette proposition revient au même que la précédente ; mais il est nécessaire de s'accoutumer à comprendre que le cercle vu obliquement, paroît en forme d'ellipse ; car nous ferons un usage continuel de cette proposition.

675. Les principales lignes de la projection d'une éclipse sont représentées dans la fig. 83 ; ST est la ligne menée du centre du soleil au centre de la terre, que nous appelons simplement la ligne des centres ; IL un plan qui passe par le centre de la terre perpendiculairement à la ligne des centres. Ce plan forme le cercle d'illumination, & sépare la partie éclairée IDL de la partie obscure $LOVI$. Nous allons rapporter à ce plan les différentes parties de la projection ; & tout ce que nous dirons à ce sujet pourra s'appliquer au plan de projection, lors même que nous le placerons dans la région de la lune (681), parce qu'il fera toujours parallèle & égal au cercle d'illumination. La ligne FO est l'axe de la terre, EQ le diamètre de l'équateur, $PELOQIP$ le méridien universel (661), c'est-à-dire, celui qui passe continuellement par le soleil, & que les différents pays de la terre atteignent successivement par la rotation diurne de notre globe ; ED est la déclinaison du soleil ou sa distance à l'équateur ; l'arc PI est l'élévation du pôle au-dessus du plan de projection ; cette hauteur est égale à la déclinaison du soleil, car si des angles droits ou quarts de cercle PE & DI on ôte la partie commune PD , on aura $PI = DE$ qui est la distance du soleil

à l'équateur E , ou sa déclinaison. Cette élévation est aussi égale à l'inclinaison de tous les parallèles terrestres, par rapport à la ligne des centres, & le complément de leur inclinaison par rapport au plan de projection.

Ayant pris depuis l'équateur les arcs EG & OF égaux à la latitude d'un lieu de la terre, tel que Paris, la ligne GH perpendiculaire à l'axe PO , & qui est le cosinus de la latitude EG , sera le rayon du parallèle de Paris, ou du cercle que Paris décrit chaque jour par la rotation diurne de la terre; GF sera le diamètre du parallèle. Des points G , F & H , qui sont les extrémités & le centre du parallèle de Paris, nous abaisserons des perpendiculaires GM , FR , HN ; les points M , R , N où ces perpendiculaires rencontreront le cercle de projection IL , seront les projections des extrémités & du centre du parallèle.

676. La distance TM du centre T de la projection au bord intérieur M de la projection du parallèle de Paris, est égale au sinus de l'arc GD ou de la différence entre EG qui est la latitude de Paris, & DE qui est la déclinaison du soleil; la distance TR du centre T de la projection à l'extrémité la plus éloignée R du parallèle de Paris, est égale au sinus de l'arc DF , ou VF ; cet arc VF est égal à la somme des arcs VQ & QF dont l'un est égal à la déclinaison du soleil, & l'autre à la latitude de Paris; ainsi la distance du centre de la projection au sommet du parallèle, est égale au sinus de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison du soleil.

677. La projection du pôle P se trouvera en abaissant une perpendiculaire du point P sur la ligne TI ; elle marque un point éloigné du centre P d'une quantité égale à TP cos. PTI ou TP cos. décln. ☉ (671).

678. La distance TN ou l'espace de la projection compris entre le centre T de la projection, & le centre N du parallèle est égal à TH . cos. HTN (671); mais TH est le sinus de la latitude de Paris, HTN est égal à PI ou à DE , c'est-à-dire, à la déclinaison du soleil: donc TN est égale au produit du sinus de la latitude du lieu, par le co-

sinus de la déclinaison du soleil pour le moment donné ; en prenant pour rayon le rayon même de la projection.

679°. Le point D de la terre est celui qui a le soleil au zénith ; un autre point quelconque E qui en est éloigné de la quantité DE , a donc le soleil éloigné de son zénith de la même quantité DE ; de là il suit qu'une ligne TA étant prise sur la projection , & étant convertie en arc pour avoir DE , elle donnera donc le sinus de la distance au zénith ou le cosinus de sa hauteur pour le lieu de la terre qui est projeté au point A ; c'est-à-dire que la ligne TA , sinus de l'arc DE , en est la projection.

680. Il suit aussi de là que TA exprime la parallaxe de hauteur pour le lieu de la terre qui est projeté en A ; car TL qui est la parallaxe horizontale (646), est encore le sinus total ; donc TA qui est le cosinus de la hauteur sera aussi la parallaxe de hauteur, qui est toujours $= p. \cos. h$ (582) ; donc en général la distance d'un Pays de la terre au centre de la projection , est égale à la parallaxe de hauteur ; le rayon de la projection étant pris pour la parallaxe horizontale.

681. Le parallèle de Paris ou le cercle dont H est le centre (fig. 83) & GF le diamètre, étant rapporté ou projeté sur le plan ITL y devient une ellipse (673) , & c'est cette ellipse qu'il est nécessaire de décrire sur le plan , pour y rapporter les phases de l'éclipse ; mais auparavant je dois faire observer que l'on peut transporter dans la région de la lune le plan de projection ITL , & que l'ellipse y fera parfaitement la même que sur le plan ITL qui passe par le centre de la terre ; en effet elle sera comprise entre des lignes parallèles à la ligne des centres TDS , & qui s'étendent jusqu'à la lune , où elles forment une projection de la terre , égale à la terre elle-même (642), puisque LA est égale à Te (fig. 75).

682. Nous choisissons pour plan de projection celui qui est dans la région de l'orbite lunaire & qui passe à la distance de la lune, quoiqu'on put choisir d'autres plans qui passeroient ou par le soleil ou par la terre (*Mém. Acad.* 1744. p. 191) ; mais celui qui passe par la lune me paroît le plus

commode , parce que le mouvement de la lune & son diamètre y sont tels que nous les observons réellement de la terre : le rayon même de la terre y paroît d'une grandeur connue & donnée par les Tables , qui est la parallaxe horizontale de la lune. En employant un plan de projection tel que le proposoit Képler & Boulliaud , qui passeroit par le centre de la terre , on est obligé de supposer l'œil de l'observateur placé dans la lune , ce qui peut donner quelque difficulté de plus à ceux qui commencent à s'occuper de ces matieres.

683. Ayant choisi la région lunaire pour y placer notre projection , voyons comment on doit y rapporter les paralleles terrestres. La projection de la terre entiere sera un cercle parallele & égal au cercle d'illumination , comme nous l'avons déjà dit ; mais le perallele de Paris n'étant point parallele au plan de projection , il ne peut s'y projeter que sous une forme elliptique (673). C'est cette ellipse que nous allons décrire ; elle est la même sur le plan de projection qui passe par la lune que sur le plan qui passeroit par le centre de la terre , c'est-à-dire sur le plan du cercle d'illumination , puisque ces deux ellipses sont renfermées entre des lignes paralleles ; ainsi tout ce qui vient d'être dit à l'occasion de la figure 83 (*art.* 675), aura lieu pour l'ellipse que nous allons décrire sur le cercle de projection qui passe dans l'orbite lunaire.

684. Dans les observations suivantes , il ne faut pas oublier que la distance de la lune au point de la projection qui représente un lieu de la terre , marque la distance apparente des centres du soleil & de la lune pour ce lieu-là. Je suppose un point *E* de la terre (*fig.* 75) , projeté en *A* par un rayon *EA* : le même lieu *E* de la terre voit le soleil sur la ligne *EA* (643) ; si le centre de la lune répond alors au point *L* de la projection , l'Observateur situé en *E* verra la lune éloignée du soleil de la quantité *AL* ; ainsi la distance apparente sur le plan de projection entre la lune *L* & le point *A* qui répond au point *E* de la terre , sera *AL*. Il faut bien concevoir que le point *A* étant la projection du

lieu *E* de la terre, c'est au point *A* de la projection que l'on rapporte le soleil quand on l'observe du point *E*; ainsi l'on peut indifféremment dire qu'un point *A* de la projection marque le lieu *E* de la terre, par exemple, la situation de Paris, ou qu'il marque le lieu du soleil vu de Paris (644).

685. Au moyen des propositions démontrées dans les articles 675 & suiv. il est aisé de tracer l'ellipse de projection pour un lieu & pour un jour donné. Soit *AOB* (fig. 85) le cercle d'illumination, ou le cercle de la terre qui est perpendiculaire au rayon du soleil ou à la ligne des centres; il faut supposer le soleil au dessus de la figure, répondant perpendiculairement au dessus du centre *C* de la terre. La ligne *OPDC* est un diamètre du méridien universel dans lequel on suppose le soleil immobile; mais ce diamètre diffère de l'axe de la terre d'une quantité égale à la déclinaison du soleil. *ACB* est un diamètre de l'équateur; perpendiculaire au méridien universel; *P* est la projection du pôle, c'est-à-dire, le point du plan de projection sur lequel le pôle répond perpendiculairement (677); on prendra les arcs *BL* & *AK* égaux à la latitude du lieu; ensuite *KM*, *KN*, *LR*, *LV*, égaux à la déclinaison du soleil; on tirera les lignes *MER*, *NFV*, l'on aura *CE* égale au sinus de *BR* ou de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison de l'astre, & la ligne *CF* égale au sinus de *BV* ou *AN*, c'est-à-dire de la différence des mêmes arcs. Ainsi les points *E* & *F* seront les extrémités de la projection du parallèle (675); donc l'ellipse qui représente le parallèle aura *EF* pour petit axe, & divisant *EF* en deux parties égales au point *G*, l'on aura le centre de l'ellipse; car le centre doit être nécessairement à égales distances des deux extrémités *E*, *F*, du petit axe.

686. Il est vrai que le point *G* est différent du point *D* par lequel passe le diamètre *KL* du parallèle de Paris; mais cela vient de ce que le cercle *AOB*, sur lequel nous avons pris les arcs *BL* & *AK* égaux à la latitude de Paris, n'est pas un méridien ni un cercle sur lequel se comptent les latitudes; l'axe est incliné au cercle de projection; le méridien est incliné au cercle *AOB*, le point de l'axe par lequel

passe le parallele de Paris, est bien à une distance du centre égale à CD ; mais ce point rapporté sur le cercle de projection répond perpendiculairement en G , en sorte que CG est égale à CD multipliée par le cosinus de la déclinaison (67.). Ainsi l'opération que nous venons de faire pour trouver le point G est seulement une construction par laquelle on a les grandeurs CE & CF telles que nous avons fait voir qu'elles devoient se trouver, mais où la ligne KDL n'est point employée comme diametre du parallele.

687. Le grand axe de l'ellipse est le diametre du parallele; ayant pris déjà les arcs AK & BL égaux à la latitude du lieu pour lequel on veut dresser la projection, la ligne droite KL sera le diametre même du parallele, qui n'est autre chose que le cosinus de la latitude du lieu. Ayant la grandeur de l'axe on tirera par le centre G que nous avons déterminé, une ligne SGX parallele & égale à KL , qui est égale au diametre du parallele de Paris: SGX sera le grand axe de l'ellipse qu'il s'agit de décrire.

688. Connoissant le grand axe SX & le petit axe EGF (685.) de l'ellipse que nous cherchons, il sera aisé de la décrire, c'est à dire, d'en trouver tous les points d'heure en heure. On décrira sur le grand axe SX un cercle $SHXQ$, qui représentera le parallele de Paris, quoique situé dans un plan différent; ce cercle étant divisé en 24 heures aux points marqués 1, 2, 3, &c. on sera sûr que chaque point g du parallele paroîtra sur la ligne gf perpendiculaire au grand axe SX , tirée par chaque point de division; car quelle que soit l'inclinaison du cercle SHX , & l'obliquité sous laquelle il sera vu, pourvu qu'il passe par les points S & X , le point g de sa circonférence répondra toujours perpendiculairement au point b du grand axe, & l'abscisse Gh de l'ellipse sera toujours le sinus même de l'arc Hg du parallele, ou de la distance au méridien.

689. Pour trouver aussi l'ordonnée bb de l'ellipse, au même point, on remarquera que la ligne gb du parallele étant vue obliquement, doit paroître d'une longueur bb , plus petite que gb dans le même rapport que GE est plus

petit que GH , ou le petit axe plus petit que le grand axe; il s'agit donc de diminuer le cosinus gb d'un angle horaire de 15° , &c. dans ce même rapport.

690 Pour trouver aisément ces cosinus ainsi diminués, on peut se servir d'un compas de proportion, ou bien l'on décrira du centre G un autre cercle EYF sur le petit axe, ou le divisera comme le cercle HXQ en 14 parties, si l'on se contente de 24 heures, ou en 48, si l'on veut avoir une ellipse divisée en demi-heures. Par les points de division du grand cercle, on tirera des lignes gbh parallèles au petit axe, & par les points de divisions du petit cercle, qui correspondent aux mêmes heures, on tirera des lignes comme ab parallèle au grand axe; celles-ci étant prolongées iront rencontrer les premières dans des points tels que b , qui formeront l'ellipse que l'on cherche. Par exemple, la seconde ligne parallèle au petit axe, & qui va du point 30 ou g au point f , coupe la seconde ligne ab , tirée également à 30° du point E parallèlement au grand axe GX , dans le point b ; ce point est celui de l'ellipse qui est à deux heures du méridien, puisque bb est le cosinus de 30° dans le petit cercle, ou le cosinus gb diminué dans le rapport des axes. Le point correspondant c à gauche marque deux heures après midi. C'est ainsi qu'on a pour chaque heure la projection du parallèle de Paris, & la situation de Paris sur le cercle de projection, à toutes les heures du jour.

691. On voit dans la figure 87 une ellipse tracée par la méthode précédente pour 26 degrés de déclinaison, mais dans laquelle on a supprimé toutes les lignes qui ont servi à la décrire. La partie inférieure de l'ellipse a lieu quand la déclinaison est septentrionale; car alors la partie éclairée du parallèle, telle que CB dans la figure 83, paroît la plus basse ou la plus méridionale par rapport au rayon solaire ST . Mais soit qu'on se serve de la partie supérieure ou de la partie inférieure de l'ellipse, il faut toujours considérer Paris ou le lieu de l'observateur, comme allant vers la gauche, c'est-à-dire à l'orient, dans la partie visible du parallèle, ou dans la partie qui est tournée vers l'étoile.

La partie droite ou occidentale de l'ellipse, (*fig. 87*), sert pour les heures du matin, dans les éclipses de soleil; mais si c'est une éclipse d'étoile fixe, cette partie sert avant le passage de l'étoile au méridien, puisque le mouvement de la terre se fait vers l'orient, soit sur la terre, soit sur la projection qui en est l'image; on marque oh ou $12h$ aux sommets du petit axe, lorsqu'il s'agit du soleil; mais l'on y marque l'heure du passage de l'étoile au méridien, lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune.

692. On voit au bas de figure 87 les diamètres des ellipses qu'on trouveroit pour différentes déclinaisons en employant le même rayon de projection. On y voit aussi à quelle distance passeroient toutes ces ellipses du sommet S de la projection, c'est à dire, la valeur de SV . J'ai marqué au milieu de l'ellipse les lieux des centres de ces différentes ellipses, chacun pourra les tracer toutes sur autant de cartons différents, pour calculer les éclipses de toutes les étoiles par la lune.

693. La situation du cercle de latitude par rapport au cercle de déclinaison CG (*fig. 84*), peut se trouver par le moyen du calcul de l'angle de position (313); mais pour abrégér, autant qu'il est possible, l'opération graphique dont nous allons parler, on peut se servir de la méthode suivante. Je suppose que FGH soit un arc du cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique, c'est-à-dire, que du point G où se termine le méridien CG de la projection, on ait pris les arcs GF & GH , chacun de $23^{\circ} 28'$; sur la tangente GV de l'arc GF & du centre G , l'on décrira un cercle XMV qu'on divisera en 12 signes, comme l'écliptique, en commençant au point X du côté de l'occident, où l'on marquera le Bélier, c'est-à-dire, 0° de longitude, & continuant de X en M , V , B . L'on prendra sur ce cercle un arc XM égal à la longitude du soleil ou de l'étoile dont on calcule l'éclipse; on abaissera sur le diamètre VX la perpendiculaire MN ; & le point N de la tangente GNX où passera cette perpendiculaire MN , sera le point où l'on devra tirer le cercle de latitude CN .

En effet, GN est le cosinus de l'arc XM ou de la longitude du soleil, pour le rayon GX ; donc $GX : R :: GN : \cos. \text{long. } \odot$; c'est-à-dire, $GN = GV \cos. \text{longit.}$ mais par la construction $GM = \text{tang. } 23^{\circ} \frac{1}{2}$ pour le rayon que nous supposons égal à l'unité, c'est-à-dire, CG ou CH ; donc $GN = \text{tang. } 23^{\circ} \frac{1}{2} \cos. \text{long.}$; cela revient à la proportion de trigonométrie sphérique, par laquelle on trouve l'angle de position quand on connoît la longitude du soleil & l'obliquité de l'écliptique: le rayon est au *cosinus* de l'hypothénuse ou de la longitude du soleil, comme la tangente de l'angle qui est l'obliquité de l'écliptique est à la cotangente de l'autre angle ou à la tangente de l'angle de position. Donc l'angle NCG est celui que doit former le cercle de latitude CN avec le méridien CG .

694. On pourroit aussi faire une construction semblable pour les étoiles fixes que la lune rencontre: il est vrai qu'on supposeroit le cosinus de la latitude égal au rayon, mais l'erreur est insensible; car la latitude de la lune ne va pas à 6° , il n'y pas $\frac{1}{10}$ d'erreur à craindre, ce qui ne fait pas 8 minutes de degré sur l'arc AF : or 8' sont insensibles même sur une figure d'un pied de rayon, telle que j'ai coutume de l'employer. J'ai marqué sur la circonférence de la figure 87 les points où il faut tirer le cercle de latitude pour différentes étoiles, telles que γ my , c'est-à-dire, l'étoile γ de la constellation de la Vierge, &c. On voit que toutes celles dont la longitude est dans le premier ou le dernier quart de l'écliptique, c'est-à-dire, dans les signes ascendants, sont à la droite du méridien CS , les autres sont à la gauche; parce que dans la figure 84, les trois premiers & les trois derniers signes de longitude sont à droite ou à l'occident du point G ; cela est aisé à appercevoir sur un globe; la direction de l'écliptique tend à l'orient dans tous les cas; si en même temps elle se rapproche du nord, la perpendiculaire doit décliner du côté opposé à la direction de l'écliptique, c'est-à-dire, à l'occident, quand on la considère du côté du nord.

Trouver les phases d'une Eclipsé de soleil ou d'étoile, avec la règle & le compas.

695. Les constructions précédentes suffisent pour faire trouver avec l'exactitude d'une minute de temps le commencement & la fin d'une éclipse, sans calculer les parallaxes. On voit dans la figure 87 un demi-cercle d'environ 5 $\frac{1}{2}$ pouces de rayon, qui représente la projection de la terre dans l'orbite de la lune (649); le rayon CR est divisé en autant de minutes qu'en contient la parallaxe; le diamètre TR est parallèle à l'équateur, CS est une portion du méridien universel ou du cercle de déclinaison qui passe par le soleil ou par l'étoile; CK est la distance du centre de projection au centre de l'ellipse, trouvée ci-dessus (678); KF est le demi-axe de l'ellipse (687), égal au cosinus de la latitude du lieu pour lequel on calcule une éclipse, par exemple, de Paris. La ligne KV ou KQ est la moitié du petit axe de l'ellipse, qui est au grand axe comme le sinus de la déclinaison de l'astre est au rayon (674). Cette ellipse dans la figure 87 représente le parallèle de Paris, ou la trace décrite sur le plan de projection par le rayon mené de Paris à *Antares*, dont la déclinaison est de 26°.

696. La partie supérieure de l'ellipse est l'arc diurne, ou celui dont on doit faire usage quand la déclinaison du soleil est méridionale; la partie inférieure FQH , est celle qui sert pour les déclinaisons septentrionales (691): le cercle de latitude est représenté par CL (694).

697. La latitude de la lune au moment de la conjonction étant prise sur les divisions de la ligne CR , qui sert d'échelle, & portée de C en L sur le cercle de latitude, le point L est celui où doit passer l'orbite de la lune, en lui donnant l'inclinaison convenable. Pour cet effet on tirera par le point L de la conjonction une ligne LM perpendiculaire au cercle de latitude; on prendra la quantité du mouvement horaire de la lune en longitude, moins celui de soleil; sur les divisions de CR , & l'on portera ce mou-

vement de L en M ; on prendra aussi le mouvement horaire en latitude, on le portera de M en N parallèlement au cercle de latitude; au midi du point M , si la lune se rapproche du nord; au nord, si la lune s'approche du midi, c'est-à-dire, si la latitude est australe croissante ou boréale décroissante. Par les points N & L , on tirera l'orbite relative INL ; on marquera au point L l'heure & la minute de la conjonction; on marquera en N une heure de moins; l'on divisera NL en 60 minutes de temps, & l'on portera les mêmes divisions à gauche du point L , pour avoir la situation de la lune de minutes en minutes une heure avant la conjonction, & une heure après, ou même d'avantage.

698. On marquera sur l'ellipse les heures du soleil ou de l'étoile qui répondent aux divisions qu'on a trouvées (690); en prenant la partie inférieure de l'ellipse si le soleil ou l'étoile déclinent du côté du pôle élevé (691). Quand il s'agit d'une éclipse d'étoile, c'est l'heure du passage au méridien que l'on écrit sur le méridien, en V ou en Q .

699. On prendra sur les divisions de CR la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, ou le demi-diamètre seul de la lune, s'il s'agit d'une éclipse d'étoile. Le compas étant ouvert de cette quantité, on verra si le moment de la conjonction marqué en L , & la même minute de temps prise sur les divisions de l'ellipse, sont éloignés entre eux de cette quantité des demi-diamètres; si cela arrivoit, le temps de la conjonction seroit aussi le temps du commencement ou de la fin de l'éclipse; ce seroit le commencement si le point trouvé sur le parallèle étoit à l'orient du point L ; ce seroit la fin si le point de l'ellipse marqué de la même heure que le point L , étoit à l'occident ou à la droite du point L .

Si cette distance des points correspondants sur l'ellipse & sur l'orbite de la lune n'est pas égale à la somme des demi-diamètres, on placera le compas à la droite ou à la gauche du point L sur l'orbite de la lune comme en I ; on placera le point A de l'ellipse marqué du même nombre

d'heures & de minutes que le point *I* de l'orbite, est à la gauche de celui ci de la quantité des demi-diametres; s'il est trop éloigné, on promenera la branche droite du compas, sans changer l'ouverture, jusqu'à ce que la branche gauche trouve un point *A* de l'ellipse marqué du même nombre de minutes que le point de l'orbite où est la branche droite.

Quand on aura ainsi trouvé deux temps correspondants, l'un sur l'orbite, l'autre sur le parallele, tels que *I* & *A*, marqués de la même heure & de la même minute, & éloignés de la quantité *IA*, de maniere que le point *I* de l'orbite soit à la droite ou à l'occident du point *A* du parallele, on sera sûr que ce moment est celui du commencement de l'éclipsé; car on a vu que l'éclipsé commence pour Paris, quand la distance entre le point de la projection où Paris voit le soleil, c'est-à-dire, auquel Paris répond; & celui où se trouve la lune au même instant, est égale à la somme des demi-diametres du soleil & de la lune (646).

700. La lune avance vers l'orient dans son orbite de *I* en *E*, & Paris avance sur son parallele de *A* en *B*; mais beaucoup plus lentement, puisqu'il faut 12 heures pour décrire la demi-ellipse du parallele de Paris, tandis que la lune en deux heures de temps ou environ fait dans son orbite un chemin aussi considérable: ainsi la lune arrivera de l'autre côté ou à l'orient de Paris, & se trouvera en *E* lorsque Paris ne sera arrivé qu'en *B*; ils seront encore une fois à la même distance l'un de l'autre, c'est-à-dire, à une distance *BE*, égale à la somme des demi-diametres de la lune & du soleil, la lune abandonnant le soleil; & quand on aura trouvé deux points *B* & *E* marqués de la même minute, on sera sûr d'avoir la fin de l'éclipsé.

701. Le milieu de l'éclipsé est à peu près le milieu de l'intervalle de temps écoulé entre le commencement & la fin: ainsi l'on cherchera la minute ou le point *D* qui tient le milieu entre ces moments marqués en *I* & en *E*, & la minute ou le point *G* qui tient aussi le milieu entre *A* &

B. La distance de ces deux points D & G , dont l'un est sur l'orbite, l'autre sur le parallèle de Paris, donnera la plus courte distance des centres de la lune & du soleil, ou leur distance, dans le temps du milieu de l'éclipse.

702. Cette distance étant portée avec le compas sur les divisions du rayon CR , se trouvera exprimée en minutes & en secondes de degré; car sur une échelle d'un pied de rayon, chaque minute occupe plus de deux lignes, & l'on y distingue facilement un intervalle de 5 à 6"; ainsi l'on aura en minutes & en secondes la plus courte distance du centre de la lune au centre du soleil ou de l'étoile, au temps du milieu de l'éclipse. Si le point D de l'orbite est au dessous ou au midi du point G du parallèle, ce sera une preuve que la lune passe au midi de l'étoile.

703. Pour éviter de diviser chaque fois le rayon CR de la projection, en autant de parties qu'en contient la parallaxe; c'est à dire, tantôt en 54, tantôt en 61, sans compter les fractions de minutes, on forme une échelle EF (fig. 88), de 60 minutes dont les lignes sont plus longues que le rayon du cercle, lorsque la parallaxe est plus petite que 60'; mais sont plus petites quand la parallaxe excède 60': par exemple, si la parallaxe est de 54', c'est à dire, plus petite d'un sixieme que le rayon de la projection qu'on suppose toujours de 60'; il faut avoir une échelle où le compas puisse indiquer 54' au lieu de 60': car la même ouverture de compas qui valoit 10' quand la parallaxe étoit de 60', ne doit valoir que 9' quand cette parallaxe n'est que de 54'; il faut donc avoir une échelle plus grande d'un sixieme: cette échelle, quoique divisée en 60 parties, n'en fera trouver que 54 quand on y portera le rayon de projection, parce qu'elle est plus grande que ce rayon, & que ses parties ont plus d'étendue.

704. Le demi diametre de la lune étant toujours les $\frac{3}{4}$ de la parallaxe (584), on pourra tirer une ligne droite CD sur l'échelle, de maniere qu'elle intercepte les $\frac{3}{4}$ de toutes les échelles de parallaxe, en comptant de la ligne marquée 10, 10; on prendra facilement sur cette échelle le

Demi diamètre de la lune qui est , par exemple , de $16' \frac{2}{3}$ si la parallaxe est de $61'$; de $14' \frac{2}{3}$ si elle est de $54'$, & ainsi des autres ; on le prendra avec le compas sans avoir besoin d'en savoir la valeur.

705. Quand on a la plus courte distance GD des centres du soleil & de la lune , & qu'on en veut conclure la grandeur de l'éclipse en doigts (628) , il faut retrancher cette distance de la somme des demi-diamètres , & porter le reste sur le diamètre du soleil , divisé en 12 parties ou 12 doigts ; l'on y verra la partie éclipsée du soleil , en doigts & fractions de doigts.

706. Lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile , on suit le même procédé que pour les éclipses de soleil , en observant , 1°. que CL est la différence entre la latitude de la lune & celle de l'étoile ; 2°. que LN est le mouvement horaire de la lune seule , puisque l'étoile n'a aucun mouvement propre ; 3°. que sur le points V ou Q de l'ellipse on marque l'heure du passage au méridien , ou plus exactement , la différence entre son ascension droite & celle du soleil , convertie en temps , pour l'heure de l'éclipse ; 4°. que l'on prend la distance LA égale au seul diamètre de la lune.

707. EXEMPLE. Le 7 avril 1749 , Antarès fut en conjonction avec la lune à $21^h 22'$ du matin , la parallaxe de la lune étoit alors de $57' \frac{1}{2}$, son mouvement horaire $33' 12''$ en longitude , & $1' 56''$ en latitude décroissante ; la latitude au moment de la conjonction étoit de $3^\circ 45' 22''$, celle de l'étoile étoit de $4^\circ 32' 12''$; ainsi la lune étoit au nord de l'étoile de $46' 50''$.

Je commence par tirer l'axe de l'écliptique ou le cercle de latitude CL au point qui convient à la longitude d'Antarès $8^\circ 6' 16'$ (693) ; je prends sur la ligne qui répond à $57'$ dans l'échelle des parallaxes (fig. 88) , une quantité de $46' 50''$, & je la porte de C en L sur le cercle de latitude : au point L je tire la perpendiculaire LM (fig. 87).

Je prends sur la même ligne de l'échelle des parallaxes

le mouvement horaire de la lune $33\frac{1}{2}$, & je le porte de L en M sur la perpendiculaire au cercle de latitude; je porte aussi $2'$ au dessous du point M , parce que la lune s'avançoit de $2'$ par heure vers le nord, & le point N marque le lieu de la lune une heure avant la conjonction, ou à $1^h 22'$ du matin: ayant donc marqué en L le moment de la conjonction $2^h 2'$, je marque en N $1^h 22'$, & divisant l'intervalle LN en 60 parties, je marque la situation de la lune de 10 en 10', comme on le voit dans la figure 87 depuis $0^h 50'$ jusqu'à $2^h 30'$.

L'heure du passage d'Antarès au méridien de Paris est $3^h 11'$ (363), je la marque au sommet V de l'ellipse, & je marque $2^h 11'$, $1^h 11'$, &c. sur les autres divisions de l'ellipse; je subdivise les intervalles de 10 en 10', du moins dans les heures où il paroît que l'éclipse peut arriver, c'est-à-dire, qui approchent de l'heure de la conjonction.

Je prends sur l'échelle le demi diamètre de la lune, depuis la ligne 10, 10, jusqu'à la ligne CD , & cela sur la ligne de 57; cette ouverture de compas étant promenée sur l'orbite de la lune & sur l'ellipse, je vois qu'une des pointes étant en I sur $1^h 1'$, l'autre pointe tombe en A sur l'ellipse, & y a rencontre aussi $1^h 1'$: ainsi la lune étant, en I à $1^h 1'$, & la projection de Paris, ou le lieu apparent de l'étoile en A , il doit se faire une éclipse, la distance de la lune à l'étoile étant précisément égale au demi diamètre de la lune, ce qui suppose un contact de l'étoile au bord de lune.

Je promène la même ouverture de compas de l'autre côté en avançant vers l'orient, & je trouve qu'une des pointes étant en E sur $2^h 11'$, l'autre point tombe aussi à $2^h 11'$ sur l'ellipse en B , c'est le moment de l'émergence, la lune a donc parcouru la portion IE de son orbite, depuis le moment de l'immersion jusqu'à celui de l'émergence, & le lieu apparent de l'étoile a changé de la quantité AB . C'est vers le milieu de cet intervalle, la lune étant en D & l'étoile en G , qu'est arrivée la plus courte distance; on s'en assurera en mesurant la distance de minute en minute; car l'on

verra qu'aux environs de 136' elle cesse de diminuer, après quoi elle augmente; cette plus courte distance DG étant portée sur la ligne 57. de l'échelle des parallaxes, se trouvera de 6', ce qui m'apprend que le centre de la lune a passé 6' au midi de l'étoile, au temps de la plus courte distance. Si c'est une éclipse de soleil, on prend la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune pour la porter sur les divisions de l'orbite & de l'ellipse.

708. Il seroit facile de réduire au calcul les opérations graphiques, dont on vient de voir l'explication; mais on a encore d'autres méthodes pour calculer rigoureusement les phases d'une éclipse de soleil; on en peut voir le détail dans *mon Astronomie*; je ne puis donner ici qu'une idée de celle que j'ai adoptée & perfectionnée, & que j'appelle la méthode des angles parallactiques.

Soit S le soleil (*fig. 86*) ou l'étoile dont on calcule l'éclipse, ZCS le vertical du soleil, $PBSE$ le cercle de latitude tiré du pôle de l'écliptique par le soleil, OS le cercle de déclinaison tiré du pôle de l'équateur. Connoissant la déclinaison du soleil, & l'heure pour laquelle on veut calculer la distance apparente des centres, l'état ou la phase de l'éclipse; on cherchera la hauteur du soleil (368), & son angle parallactique OSZ (369), on en retranchera l'angle de position OSP (313, 318) formé au centre du soleil par le cercle de déclinaison & le cercle de latitude; on l'ajoutera si le pôle de l'écliptique est situé de l'autre côté du point O , ce qui peut s'appercevoir aisément avec un globe que l'on auroit placé convenablement pour le jour & l'heure proposés (192); on aura l'angle parallactique proprement dit formé par le vertical & le cercle de latitude.

709. Connoissant pour le même instant la longitude vraie de la lune & celle du soleil, on a leur différence, qu'il faut multiplier par le cosinus de la latitude de la lune, & qui dans cet état est représenté par la ligne AB parallèle à l'écliptique, ou perpendiculaire au cercle de latitude. On connoît aussi la latitude vraie de la lune pour le même ins-

tant, c'est l'arc SB du cercle de latitude compris entre le soleil & le point B auquel la lune A répond perpendiculairement. Dans le triangle ABS rectangle en B , on connoît les deux côtés AB & BS , on cherchera par la trigonométrie rectiligne l'angle de conjonction ASB , & la ligne AS qui est la vraie distance de la lune au soleil. On retranchera l'angle parallactique PSC de l'angle de conjonction ASB , ou bien on prendra leur somme si le point A est situé de l'autre côté de BS , & l'on aura l'angle d'azimut ASC ; connoissant cet angle avec l'hypothénuse AS , ou cherchera SC qui est la différence de hauteur entre le soleil & la lune, & AC qui est leur vraie différence d'azimut. Cette différence de hauteur étant ajoutée avec la hauteur du soleil donnera la hauteur vraie de la lune. Connoissant la parallaxe horizontale, on calculera la parallaxe de hauteur (582), qui retranchée de la hauteur vraie donnera la hauteur apparente. La différence entre cette hauteur apparente & celle du soleil, donnera l'arc SD du vertical, qui désignera la ligne horizontale DL sur laquelle doit se trouver le lieu apparent L de la lune. La différence apparente d'azimut DL est un peu plus grande que la différence vraie CA ; mais la différence ne va jamais qu'à $30''$, & peut se négliger dans bien des cas; on pourroit la trouver facilement, puisque CA est à DL comme le sinus de la distance vraie au zénith est au sinus de la distance apparente. J'en ai donné une table dans la connoissance des temps de 1764. On corrigera encore la différence d'azimut DL par la parallaxe d'azimut (592), & si l'on veut employer une extrême précision dans le calcul, on appliquera aussi à la parallaxe de hauteur CD l'équation qui vient de l'applatissment de la terre (594). Connoissant par ce moyen DL avec DS on résoudra le triangle DSL , & l'on trouvera l'hypothénuse SL qui est la distance apparente des centres du soleil & de la lune.

710. Si cette distance est égale à la somme des demi-diametres apparents du soleil & de la lune (ou de la lune seule s'il s'agit d'une éclipse d'étoile); c'est une preuve

que les deux bords se touchent & que l'éclipse commence ou bien qu'elle finit : si cette distance est plus petite, par exemple, de 5', on est assuré que la lune anticipe sur le soleil de 5' ou qu'il y a 5' d'éclipse. En abaissant une perpendiculaire LE du lieu apparent L de la lune sur le cercle de latitude BSE , on a la latitude apparente de la lune SE , & la différence de longitude apparente EL . Ainsi la quantité BE est la *parallaxe de latitude*, & la différence entre AB & LE est la *parallaxe de longitude*, en supposant que le point L & le point A soient l'un & l'autre du même côté du cercle de latitude BSE .

711. Quand on a fait le même calcul pour deux instants différents, on a deux latitudes apparentes, & deux différences de longitudes entre la lune & le soleil; on pourra tracer l'*orbite apparente* affectée par la parallaxe, & calculer les phases d'une éclipse de soleil, comme nous avons calculé celles d'une éclipse de lune en traçant l'*orbite relative vraie* (610).

Usage des Eclipses pour trouver les longitudes géographiques.

712. La méthode la plus exacte que nous ayons pour connoître les longitudes des lieux de la terre (47), ou les différences des méridiens (51, 54), est certainement celle des éclipses de soleil ou d'étoiles; le seul inconvénient de cette méthode est la longueur des calculs qu'elle exige, mais cela n'empêche pas que nous n'en fassions un usage continuel pour le bien de la géographie.

713. Lorsqu'on a observé le commencement & la fin d'une éclipse de soleil, l'immersion & l'émergence d'une étoile cachée par la lune, ou celle d'une planète, il faut en déduire le temps de la conjonction vraie; & quand on a le temps de la même conjonction pour chacun des deux pays, la différence des temps est évidemment celle des méridiens (Képler, *astron. pars optica* 395.) Cette méthode est la plus directe, la plus élégante & la plus sûre dont

on puisse faire usage. Je choisis, pour exemple, le calcul d'une éclipse d'étoile, comme renfermant quelques considérations de plus que celui d'une éclipse de soleil; mais j'y ajouterai toujours les modifications qu'exigent les éclipses de soleil.

714. Soit S (fig. 90), le soleil, ou l'étoile éclipsee, L la situation apparente du centre de la lune, par rapport au soleil au commencement de l'éclipse; F le lieu apparent du centre de la lune au moment de l'émerfion; LF le mouvement apparent de la lune par rapport au soleil ou à l'étoile, dans l'intervalle de la durée de l'éclipse; SH le cercle de latitude qui passe par l'étoile, GHI un arc de l'écliptique, DSE une ligne perpendiculaire à SH , passant par l'étoile & sensiblement parallèle à l'écliptique; supposons encore FA parallèle à DE , l'on aura le mouvement apparent en latitude AL , & le mouvement relatif apparent en longitude FA sur un arc de grand cercle; cet arc se confond sensiblement avec le parallèle à l'écliptique, mais il est plus petit de quelques secondes que l'arc GI de l'écliptique; ce mouvement apparent est la première chose qu'il s'agit de trouver.

715. On connoît par les tables l'heure de la conjonction vraie, calculée, de même que les longitudes & les latitudes vraies de la lune, & de l'astre éclipsee, au commencement & à la fin de l'éclipse; on calcule pour les mêmes instants la différence des parallaxes en longitude & en latitude (710); on ajoute chaque parallaxe à la longitude vraie, ou bien on la retranche suivant que le lieu apparent de la lune est plus ou moins avancé que le lieu vrai, & l'on a les longitudes apparentes ou affectées de la parallaxe, dont la différence & le mouvement apparent de la lune sur l'écliptique; on en retranche le mouvement de soleil, ou de l'astre éclipsee (s'il est rétrograde on les ajoute); & l'on a la valeur de GI mouvement relatif apparent sur l'écliptique.

716. On applique de même la différence des parallaxes en latitude pour chacun des deux instants, à la latitude

vraie de la lune calculée par les tables (ou à sa distance au pôle boréal de l'écliptique), & l'on a les deux latitudes apparentes IL , GF , au commencement & à la fin de l'éclipse ; la différence de ces latitudes apparentes (ou leur somme, si l'une étoit australe & l'autre boréale), est le mouvement apparent de la lune en latitude ; on en ôte le mouvement en latitude de l'astre éclipsé, si la latitude change dans le même sens que celle de la lune, & l'on a la valeur de AL mouvement relatif apparent de la lune. On multiplie la différence des longitudes apparentes, c'est-à-dire, GI , par le cosinus de la latitude apparente qui tient le milieu entre les latitudes IL & GF (531), & l'on a la valeur du mouvement FA mesuré dans la région de l'éclipse.

717. Dans le triangle FAL rectangle en A , l'on connoît les deux côtés FA & AL , on trouvera l'angle LFA & l'hypothénuse FL , c'est-à-dire, l'inclinaison de l'orbite apparente, & le mouvement apparent en ligne droite, sur l'orbite apparente de la lune relativement à l'astre S , qui est toujours supposé immobile pendant la durée de l'éclipse.

718. Dans le triangle LSF , on connoît trois côtés, le mouvement apparent FL en ligne droite, la somme des demi-diamètres de la lune & de l'astre éclipsé, celui de la lune étant augmenté à raison de sa hauteur sur l'horizon (572) ; la somme des demi-diamètres pour le commencement est SL , pour la fin c'est SF ; on cherchera les angles, SLF & SFL ; commençant par l'analogie ordinaire de la trigonométrie rectiligne : le mouvement FL est à la somme des deux distances observées, ou des deux sommes des demi-diamètres, SL & SF , comme leur différence est à la différence des segments BL & BF ; la moitié de cette différence trouvée, étant ajoutée avec la moitié du mouvement FL donnera le plus grand des deux segments ; cette demi-différence retranchée de la moitié du mouvement FL donnera le plus petit des deux segments.

719. Quand on aura les deux segments, il sera facile de trouver les angles comme BLS , BFS ; l'un de ces angles ajouté avec celui de l'inclinaison apparente LFA , & l'autre retranché, donneront les compléments des angles de conjonction apparentes, c'est à dire, les angles DSF , LSE .

Le rayon est à la somme des demi-diamètres apparents SF , qui répond à la plus grande latitude, comme le cosinus de l'angle DSF est à SD ; cette quantité divisée par le cosinus de la latitude HS de l'astre S (si ce n'est pas le soleil), donnera la distance HG à la conjonction apparente pour celle des deux observations qui répond à la plus grande des deux latitudes apparentes de la lune, c'est à dire, à DF . On ôtera cette distance de la longitude vraie du soleil ou de l'étoile, si c'est le commencement de l'éclipse auquel répond la plus grande latitude, on l'ajoutera avec la longitude de l'étoile, si c'est la fin de l'éclipse, & l'on aura la longitude apparente de la lune observée. Cette longitude observée étant comparée à celle qu'on avoit calculé, donnera l'erreur des tables en longitude.

720. La parallaxe de longitude étant appliquée à la longitude apparente donnera la longitude vraie de la lune; la différence entre cette longitude vraie & celle de l'étoile S convertie en temps à raison du mouvement horaire sur l'écliptique, fera trouver l'heure de la conjonction vraie, pour le lieu de l'observation. L'on fera le même calcul pour une autre observation, & l'on aura pour ce nouveau méridien l'heure de la conjonction vraie; elle différera de la première d'une quantité qui sera la différence des méridiens entre les deux pays où l'observation a été faite.

721. La manière de déterminer les longitudes des différents pays de la terre par la conjonction vraie calculée pour les deux pays, est la plus exacte que nous ayons; le seul inconvénient, comme je l'ai dit, est la longueur du calcul qu'elle suppose; c'est un très-grand obstacle, à cause du peu de personnes qui s'occupent de ces recherches.

Cependant depuis quelques années on a déterminé les longitudes d'un très-grand nombre de villes par des observations d'éclipses de soleil, & j'en ai rapporté beaucoup dans la connoissance des temps pour 1774.

722. Les étoiles dont on observe les immersions paroissent souvent pendant quelques secondes être entièrement sur le disque de la lune. Il est probable que cette apparence est occasionnée par l'irradiation ou le débordement de lumière de la lune; tous les corps lumineux sont ainsi bordés, & comme enflés par la lumière qui les environne.

723. L'atmosphère de la lune produit un autre phénomène, que M. du Séjour paroît avoir démontré dans les Mémoires de l'académie pour 1767, c'est une INFLEXION de $4'' \frac{1}{2}$ égale au double de la réfraction horizontale qui a lieu dans l'atmosphère de la lune; pour tenir compte de cette inflexion, il faut dans les éclipses de soleil diminuer le demi-diamètre de la lune de cette quantité, en même temps qu'on diminue celui du soleil de $3''$, à cause de l'irradiation: la circonstance la plus favorable pour constater cette inflexion seroit celle d'une éclipse qui seroit totale pour les pays où la lune seroit fort élevée sur l'horizon, & annulaire dans les pays où la lune seroit la plus basse: telle a dû être l'éclipse du 23 septembre 1699.

724. Les éclipses des planetes par la lune se calculent de la même maniere que les éclipses de soleil ou d'étoiles, pourvu qu'on ait égard à leurs mouvements en longitude & en latitude, qui augmente ou qui diminue celui de la lune, & qui influe sur la situation de l'orbite relative.

725. Les planetes sont quelquefois assez proches l'une de l'autre pour s'éclipser mutuellement; Mars parut éclipser Jupiter le 9 janvier 1591, & il fut éclipé par Vénus le 3 octobre 1590, (*Képler, Astron. Pars Optica, page 305*); Mercure fut caché par Vénus le 17 mai 1737, (*Philos. Transact. N°. 450*). On trouve aussi dans les ouvrages des Astronomes plusieurs exemples des occultations d'étoiles par les planetes; Saturne couvrit l'étoile α de la

fixieme grandeur qui est à la corne australe du Taureau, le 7 janvier 1679, suivant M. Kirche, (*Miscell. Berolin*, pag. 205).

*DES PASSAGES DE VENUS ET DE MERCURE
sur le Soleil.*

VÉNUS & Mercure qui tournent autour du soleil à une moindre distance que la terre, (art. 393), se trouvent entre nous & le soleil à chaque révolution synodique ; & si ces planetes n'ont alors que peu de latitude, on voit sur le soleil une tache noire & ronde, dont la largeur paroît occuper environ la trentieme partie de celle du soleil, si c'est Vénus, & seulement la 150^e partie si c'est Mercure.

726. Averrhoës crut avoir apperçu Mercure sur le Soleil, mais Albategnius & Copernic ne pensoient pas qu'il fût possible de l'y voir à la vue simple, & ils avoient raison. Képler crut aussi avoir apperçu Mercure sur le soleil à la vue simple ; mais il reconnut ensuite que ce ne pouvoit être qu'une tache du soleil ; il s'en trouve quelquefois d'assez grosses pour qu'on puisse les entrevoir sans lunettes ; Galilée assuroit en avoir vu & les avoir montré à d'autres à la vue simple, & nous en citerons des exemples (936, 941). Mais à l'égard de Mercure qui n'a que 12" de diametre, il est impossible qu'on l'ait jamais apperçu sur le soleil ; c'est tout ce que l'on pouvoit faire, en 1761, que d'y appercevoir Vénus, qui avoit 58" de diametre. Il n'est donc pas étonnant qu'avant la découverte des lunettes, on n'eût jamais observé Mercure ni même Vénus sur le soleil.

727. Ces passages n'arrivent que lorsque Vénus & Mercure dans leur conjonction inférieure, n'ont pas une latitude plus grande que le demi-diametre du soleil, c'est-à-dire, lorsque la conjonction arrive fort près du nœud, tout au plus, à la distance de 1° $\frac{1}{2}$ pour Vénus.

728. Ces passages sont importants ; il fournissent un moyen de déterminer exactement le lieu du nœud N de Mercure, ou de Vénus (*fig. 92*), quand on a vu la situation

OR de l'orbite de la planète; ils donnent la longitude héliocentrique indépendamment de la parallaxe du grand orbite; puisque la conjonction de la planète avec le soleil s' prouve que la longitude de la planète vue du soleil est la même que la longitude de la terre; mais les passages de Vénus ont sur-tout l'avantage singulier de pouvoir faire connoître exactement la parallaxe du soleil (735), d'où dépendent les distances de toutes les planetes entr'elles & par rapport à nous (585); c'est ce qui leur a donné une si grande célébrité, & qui a fait écrire tant de mémoires & entreprendre tant de voyages à ce sujet.

729. Il y a dans les passages de Vénus trois choses qui concourent à donner de l'avantage & du mérite à ces sortes d'observations; 1°. la grande précision avec laquelle on observe le contact de deux objets, dont l'un est obscur & placé sur celui qui est lumineux; il n'y a dans l'Astronomie que ce seul cas où l'on puisse observer un angle de distance à un dixieme de seconde près; 2°. le rapport connu de la parallaxe de Vénus au soleil, avec celles de toutes les autres planetes; 3°. la grandeur de cette parallaxe qui produit plus d'un quart-d'heure de différence entre les observations, & qui est plus que double de celle du soleil.

730. Képler fut le premier qui en 1627 après avoir dressé sur les observations de Tycho ses tables Rudolphines, osa marquer les temps où Vénus & Mercure passeroient devant le soleil; il annonça même un passage de Mercure pour 1631, & deux passages de Vénus, l'un pour 1631, & l'autre pour 1761, dans un avertissement aux Astronomes, publié à Leipzig en 1629: Képler n'avoit pas pu donner à ses tables un degré de perfection assez grand, pour annoncer d'une maniere exacte & infallible ces phénomènes, qui tiennent à des quantités fort petites; le passage qu'il annonçoit pour 1631 n'eut pas lieu; & Gassendi qui s'y étoit rendu fort attentif à Paris ne l'avoit point apperçu; mais aussi il y eut en 1639 un passage de Vénus que Képler n'avoit point annoncé & qui fut observé en Angleterre. Képler mourut quelques jours avant celui du passage de Vénus

qu'il avoit annoncé pour 1631; mais le passage de Mercure fut observé, comme il l'avoit prédit.

731. Examinons d'abord pourquoi les passages de Mercure & sur-tout ceux de Vénus sur le soleil, sont si rares; Vénus revient toujours à sa conjonction inférieure au bout d'un an & 219 jours (454); il sembleroit donc qu'à chaque conjonction Vénus devroit paroître sur le soleil, étant placée entre le soleil & nous; mais il en est de ces éclipses comme des éclipses de lune (600), il ne suffit pas que Vénus soit en conjonction avec le soleil, il faut qu'elle soit vers son nœud, & que sa latitude vue de la terre n'excede pas le demi-diametre du soleil, c'est-à-dire, environ 16'. Soit S , le centre du soleil (*fig. 91*), SN l'écliptique, ORN l'orbite de Vénus; au moment où elle répond perpendiculairement au point S , de l'écliptique où est le soleil, SV est la latitude géocentrique de Vénus; si cette latitude est plus petite que le rayon SA du soleil, il est évident que Vénus paroîtra sur le disque OAR du soleil; il en est de même de Mercure.

732. Lorsqu'on connoît la révolution synodique moyenne de Mercure ou le retour de ses conjonctions au soleil, qui est de $115^j 21^h 3' 22'' 3$ (454), on peut trouver pour un intervalle quelconque toutes les conjonctions inférieures de Mercure au soleil; on choisit celles qui arrivent quand le soleil est près du nœud de Mercure, c'est-à-dire, vers le commencement de mai & de novembre, & en les calculant avec plus de soin comme les conjonctions de la lune, on voit bientôt si la latitude géocentrique au moment de la conjonction vraie n'excede pas le demi-diametre du soleil, & si Mercure peut paroître sur le disque du soleil. C'est ainsi que M. Halley, calcula; en 1691, plusieurs passages de Mercure sur le soleil, qui sont rapportés dans les transactions philosophiques. On y trouve les calculs que M. Halley avoit faits de 29 passages tant pour le dernier siecle que pour celui-ci. Il y employoit des périodes de 6 ans, de 7, de 13, de 46 & de 265, qui fort souvent ramènent les passages de Mercure sur le soleil au même nœud, & qui suffisent pour indiquer les années où il peut y en avoir. M.

Halley avoit fait la même chose pour les passages de Vénus; il y reconnut des périodes de 8 ans, de 135 & de 243, qui ramènent les passages de Vénus sur le soleil, & il calcula 17 passages de Vénus, depuis l'an 918 jusqu'à l'année 2119.

733. La première observation que l'on ait eu d'un semblable phénomène, est le passage de Mercure observé à Paris par Gassendi, le 7 novembre 1631 au matin. Depuis ce temps là on en a observé 21 autres, y compris celui du 9 novembre 1769, qui a été vu en Amérique & aux Indes, nous en attendons d'autres pour 1776, 1782, 1786, 1789, 1799, &c.

734. Vénus fut observée sur le soleil en 1639, elle l'a été sur-tout en 1761 & 1769, elle y passera encore en 1874, 1882, 2004, 2012, 2117, 2125, &c. le passage de Vénus, observé en 1769, est une des observations les plus importantes que les Astronomes aient jamais faites, par la connoissance qu'elle nous a donnée de la véritable parallaxe du soleil; ce fut M. Halley qui fit cette remarque intéressante en 1677; si la parallaxe qui abaisse les astres fait paroître Vénus le long de la ligne *BC* au lieu de l'orbite *OR*, elle décrira sur le soleil une corde moins longue, & la durée de son passage sera moindre; ainsi la durée observée peut nous faire juger de la parallaxe de Vénus. Aussi nous attendions avec impatience les passages de Vénus annoncés pour 1761 & pour 1769: la plupart des Souverains & des Académies de l'Europe se sont empressés de procurer des voyages dans des lieux éloignés pour que l'effet de la parallaxe fût plus considérable, & ces voyages ont réussi, sur-tout en 1769, de manière à ne laisser presque rien à désirer.

La Société Royale de Londres, secondée par le Roi d'Angleterre, envoya des observateurs au Fort du Prince de Galles sur la Baye d'Hudson & à l'Isle de Taïti dans le milieu de la mer du sud; l'Abbé Chappe se transporta en Californie; le P. Hell à Wardhus qui est à l'extrémité la plus septentrionale de la Laponie. M. Planman s'étoit placé à Cajanebourg en Finlande, & ces cinq observations qui ont réussi complètement, nous ont appris que la parallaxe

du soleil étoit de $8'' 5$ ou $8'' 6$, c'est-à-dire, huit secondes six dixièmes.

735. Pour parvenir à cette connoissance, il suffit de calculer le commencement & la fin d'un passage de Vénus, en y employant la parallaxe par une méthode semblable à celle que nous avons expliquée ci-dessus à l'occasion des éclipses de soleil (710). On trouve que la durée du passage de 1769, vue du centre de la terre, devoit être de $5^h 41' 56''$ entre les deux contacts intérieurs, c'est-à-dire entre le moment où le disque de Vénus se trouva tout entier sur le soleil & le premier instant où elle commença d'en sortir; mais en calculant ces mêmes phases pour Wardhus, & en employant une parallaxe de $8'' 5$ pour le soleil, ce qui donne pour ce jour là $21'' \frac{1}{2}$ pour l'excès de la parallaxe de Vénus sur celle du soleil, on trouve que la durée du passage devoit y être plus grande de $10' 52''$ de temps. Au contraire à l'Isle de Taïti elle devoit être plus petite de $11' 43''$. De là il suit que si l'on a véritablement observé à Taïti une durée plus petite de $22' 35''$ qu'à Wardhus, la parallaxe du soleil est réellement de $8'' 5$; or le P. Hell observa cette durée de $5^h 53' 14''$, & MM. Green, Cook & Solander l'observèrent à Taïti de $5^h 30' 4''$ plus petite que la première de $23' 10''$; cette quantité diffère à la vérité de $35''$, mais sur une différence totale de $23' 10''$ cela ne fait pas $\frac{3}{30}$ de différence; d'ailleurs ayant comparé de même toutes les autres observations, j'ai trouvé qu'elles s'accordoient assez avec la parallaxe de $8'' 6$, pour prouver qu'il n'y a pas un soixantième d'incertitude sur le total de cette détermination. On peut voir toutes les observations, les calculs, la méthode & les résultats, dans mon *Mémoire sur le passage de Vénus*, imprimé séparément en 1772 (à Paris, chez Latré, Graveur, rue S. Jacques); cet ouvrage, que tout le monde peut consulter; me dispensera d'entrer ici dans un plus grand détail. On trouve chez le même graveur une Mapemonde dans laquelle j'ai désigné par des cercles l'effet de la parallaxe dans tous les pays de la terre, avec une explication où j'indiquois toutes les stations où il importoit de faire l'observation pour

que le résultat fût plus concluant : j'ai eu la satisfaction de voir toutes mes indications suivies, & le succès répondre aux espérances que j'en avois conçues.

736. La manière d'observer les passages de Mercure & de Vénus consiste à déterminer avec un quart de-cercle ou avec un réticule la différence d'ascension droite & de déclinaison, pour en conclure la différence de longitude (945) & l'heure de la conjonction. Ces passages de Mercure & de Vénus sur le soleil servent encore à trouver le lieu du nœud avec une très grande précision lorsqu'on a observé la différence d'ascension droite & de déclinaison entre Vénus & le soleil (535 ; 946). On en conclut la distance SM à laquelle Vénus a paru dans le milieu de son passage éloignée du centre du soleil, & sa latitude géocentrique SV , on la réduit au soleil; alors dans le triangle SNV connoissant l'inclinaison N de son orbite & le côté NV , l'on en conclut la distance SN entre le soleil & le nœud de la planète.



L I V R E V I.

Des Réfractions.

737. **L'**ATHMOSPHERE (a), c'est-à-dire, la masse d'air qui environne la terre, affoiblit la lumière, la disperse, la décompose, & change sa direction. Il est prouvé par un grand nombre d'expériences, qu'on trouve dans tous les livres d'optique, que les rayons de lumière qui entrent obliquement d'un milieu moins dense dans un milieu plus compact, changent de direction, & se rapprochent de la perpendiculaire, comme s'ils étoient plus fortement attirés par la matière la plus dense; ce changement des rayons de lumière est différent suivant l'obliquité du rayon, & les tables qui en contiennent l'effet, s'appellent *Tables de Réfractions*, ou *Tables Anaclasses* (b).

Soit *ABD* la surface de la terre, (fig. 92); *EKG* la surface extérieure de l'athmosphère qui environne la terre, & dont la densité est sensible jusqu'à quelques lieues de hauteur; *A* le lieu de l'observateur, & *MK* un rayon de lumière qui entre obliquement dans l'athmosphère en *K*; ce rayon plié & courbé dans l'athmosphère, parvient au point *A*, comme s'il avoit suivi la ligne droite *NKA*; l'œil reçoit l'impression de la lumière suivant la direction *NKA* du rayon qui arrive à l'œil en *A*; l'observateur rapporte sur le rayon *AKN* l'astre qui est véritablement en *M*, en sorte que la réfraction fait paroître l'astre plus élevé de la quantité de l'angle *NKM*, que nous appelons la RÉFRACTION ASTRONOMIQUE.

738. Le rayon *CKR* étant perpendiculaire à la surface éfringente en *K*, on appelle ANGLE D'INCIDENCE l'angle

(a) Ἀήρ, Vapor, Σφαίρα, Globus.

(b) Ce mot vient de Κλάω, frango.

MKR , que forme le rayon incident avec la perpendiculaire, avant la réfraction, & l'on appelle ANGLE DE RÉFRACTION, l'angle NKR , ou son égal AKC que forme ce rayon avec la même perpendiculaire, après la réfraction; les sinus de ces deux angles ont entre eux un rapport constant, qu'on appelle le *Rapport de Réfraction*, & que Newton suppose ici être de 3201 à 3200; aussi n'y a-t-il point de réfraction quand le rayon est perpendiculaire à la surface réfringente, car un des angles étant nul, l'autre s'évanouit nécessairement; d'ailleurs le rayon perpendiculaire à une surface plus dense, ne change pas de direction pour en être plus attiré, puisqu'il y arrive le plus directement possible, & par le plus court chemin. De là il suit que la réfraction se fait toujours dans un plan vertical; car le rayon rompu n'ayant de tendance que pour se rapprocher de la ligne verticale ou du zénith, ne se détournera ni à droite ni à gauche de cette ligne, le rayon rompu sera dans le même plan que le rayon direct & la ligne du zénith; ainsi le lieu vrai & le lieu apparent seront dans le même vertical.

739. On trouvera les loix, les propriétés & les effets de la réfraction, & ceux de la lumière, dans plusieurs livres d'optique, sur-tout dans celui qui a pour titre : *A complete System of Opticks* by Robert SMITH, Cambridge, 1738, 2 vol. in 4°. Il y en a deux éditions Françaises d'Avignon & de Brest, données par le P. Pézenas & par M. le Roy.

Les anciens connurent très-bien le phénomène des réfractions en général : Aristote dans un de ses problèmes parle de la courbure apparente d'une rame dans l'eau, & Archimède passe pour avoir écrit un traité sur la figure d'un cercle vu sous l'eau; on croyoit alors que les angles de réfraction étoient proportionnels aux angles d'incidence; Snellius & Descartes on fait voir que la proportion n'avoit lieu qu'entre les sinus de ces angles.

La réfraction astronomique ne fut même pas inconnue à Ptolomée, quoiqu'il n'en ait pas fait usage dans ses calculs; il dit sur la fin du VIII^e livre de l'Almageste, qu'il y a des

différences dans le lever & le coucher des astres, qui dépendent des changements de l'atmosphère : il en faisoit mention d'une manière plus détaillée dans son *Optique*, Ouvrage qui ne nous est pas parvenu, (Montucla, *Histoire des Mathématiques*, I. 308) Alhazen, Opticien Arabe du dixième siècle, qu'on soupçonne généralement d'avoir pris dans Ptolomée presque toute son optique, en parle décidément & fort au long; il donne même la manière de s'en assurer par l'expérience.

Prenez, dit-il, un instrument composé avec des cercles ou armilles qui tournent autour des poles; mesurez la distance d'une étoile au pôle du monde, lorsqu'elle passe près du zénith dans le méridien; & lorsqu'elle se leve près de l'horizon, vous trouverez la distance au pôle plus petite dans ce dernier cas; Alhazen démontre ensuite que cela doit arriver par l'effet de la réfraction; il ne dit point, à la vérité, quelle est la quantité qui en résulte sur les observations; mais ce passage d'Alhazen fait voir de quelle manière on observa l'effet de la réfraction, & comment on parvint d'abord à le reconnoître. De même quand les Anciens observoient l'équinoxe avec ces armilles, ils pouvoient l'apercevoir deux fois en un même jour, par l'effet des réfractions; (Flamsteed, *Prolegom.* pag. 21), cet effet pouvoit aussi se reconnoître facilement par les étoiles circompolaires; car si l'on observe deux étoiles, comme γ d'Andromède & l'étoile polaire, éloignées l'une de l'autre de 47° , on trouvera leur distance plus grande d'un demi-degré, quand la première passera par le méridien, près du zénith, que quand elle passera sous le pôle, près de l'horizon; & toutes les distances des étoiles entre elles changeront ainsi plus ou moins.

Snellius, en publiant les observations de Waltherus, remarqua que ces observations étoient si exactes, qu'elles avoient appris à Waltherus l'augmentation de hauteur que cause la réfraction; mais Tycho fut le premier qui la détermina d'une manière à en dresser des tables : voici la manière dont il raconte lui-même cette découverte astronomique, (*Progymn. astrata*, pag. 13).

740. Il avoit déterminé avec un ou deux instruments assez bien faits , la hauteur du pôle par les hauteurs supérieures & inférieures de l'étoile polaire (33) , il la détermina aussi par les hauteurs du soleil dans les deux solstices (70) , & il trouva la seconde plus petite de 4' ; il eut d'abord un soupçon sur la bonté de ces instruments, il continua d'en faire construire jusqu'à dix de différentes grandeurs & de différentes formes, travaillés avec plus grand soin, & il trouva toujours le même résultat ; il ne pouvoit plus alors attribuer cette différence au défaut des observations ; il pensa sérieusement à chercher une cause de ce phénomène, & il imagina enfin, qu'il provenoit d'une réfraction considérable que le soleil devoit éprouver au solstice d'hiver, n'étant élevé que de 11° pour lui. Cette explication étoit d'accord avec les démonstrations de l'optique, cependant il avoit peine à se persuader que cette réfraction fût assez considérable pour produire une si grande erreur ; il jugeoit qu'il y avoit au moins 9' de réfraction (a) à la hauteur de 11° ; c'est pourquoi Tycho fit faire encore des armilles de dix pieds de diamètre, dont l'axe répondoit exactement au pôle du monde, & avec lesquelles il mesuroit la déclinaison des astres hors du méridien, il reconnut alors que, même en été, la réfraction, quoique insensible à la hauteur méridienne du soleil, devenoit sensible près de l'horizon, & que l'effet alloit à un demi-degré.

Tycho-Brahé crut que la réfraction du soleil devoit nulle à 45° de hauteur, & celle des étoiles à 10° ; quoiqu'à cette hauteur elle soit de $2' \frac{1}{2}$; cette erreur subsista long-temps : le P. Riccioli, même en 1665, supposoit encore que les réfractions n'avoient plus lieu au delà de 26° de hauteur, ou environ, quoiqu'elle soit encore de deux minutes.

741. Ce fut M. Cassini qui vers l'an 1660, entreprit de former une nouvelle table de réfractions, en même temps que les nouvelles tables du soleil, qui représenterent les

(a) Il n'y en a réellement que $4 \frac{3}{4}$, mais Tycho en augmentoit l'effet par la parallaxe du soleil qu'il supposoit de $2' 50''$ à cette hauteur au lieu de 8'.

observations avec une justesse beaucoup plus grande qu'on ne l'avoit fait avant lui. Mais pour éprouver la justesse de sa nouvelle table de réfractions, M. Cassini souhaita d'avoir des observations du soleil faites au zénith, où tout le monde convenoit qu'il n'y avoit point de réfractions, par là il pouvoit vérifier si les observations qui y seroient faites ne seroient pas beaucoup mieux représentées par les nouvelles tables du soleil, que par les Tychoniciennes; car dès lors il n'y avoit plus de doute que les tables du soleil & celles des réfractions, ne fussent préférables à celles de Tycho, représentant mieux les observations faites, & dans les cas où il y a réfraction & dans ceux où il n'y en a point.

Louis XIV, & le grand Colbert, dont le zele pour la gloire des sciences avoit déjà paru tant de fois, laissoient à l'Académie le choix des entreprises: elle jugea qu'il n'y avoit point de lieu plus commode pour de pareilles observations que l'Isle de Cayenne qui est à 5° de l'équateur, & où la France envoyoit des vaisseaux plusieurs fois l'année. Les hauteurs méridiennes du soleil dévoient être, en tout temps, exemptes de réfractions, si cette réfraction étoit nulle au dessus de 45° ; car la plus petite hauteur du soleil y est de 61° , on devoit donc trouver l'obliquité de l'écliptique, sans aucune diminution de réfraction, mais au contraire, augmentée par l'effet de la parallaxe du soleil dans les deux solstices; ainsi dans les hypothèses Tychoniciennes, la distance des deux tropiques devoit se trouver à Cayenne de plus de $47^{\circ} 3'$, & selon M. Cassini qui diminueoit la parallaxe & supposoit de la réfraction, même dans les grandes hauteurs, cette distance ne devoit paroître à Cayenne que de $46^{\circ} 58'$; il y avoit donc entre ces hypothèses une différence de $5'$ qui pouvoit s'observer exactement à Cayenne, & décider à la fois ces trois objets, la parallaxe, la réfraction & l'obliquité de l'écliptique. Ces seuls motifs étoient plus que suffisants pour faire entreprendre le voyage de Cayenne. Il y avoit encore d'autres objets intéressants à constater, tels que la longueur du pendule, la parallaxe de la Lune, de Mars & du Soleil, la théorie de Mercure,

les longitudes géographiques, la position des étoiles australes, les marées, les variations du barometre ; tels furent les motifs curieux du voyage qu'entreprit M. Richer. Il partit de Paris au mois d'octobre 1671, & il séjourna à Cayenne depuis le 22 avril 1672, jusqu'à la fin de mai 1673 ; ses observations furent publiées en 1679, & sont aussi rapportées dans le recueil d'observations que l'Académie donna en 1693.

Les choses arriverent à Cayenne à peu près comme M. Cassini l'avoit prévu ; l'obliquité apparente de l'écliptique y parut de $23^{\circ} 28' 32''$, c'est-à-dire, beaucoup plus petite qu'elle ne devoit être, suivant Tycho Brahé ; elle ne différa que de $5''$ de celle qu'il devoit y avoir, en adoptant pour les réfracti^ons, & pour la parallaxe du soleil, les tables de M. Cassini ; il n'eut d'autres conséquences à tirer des observations de Cayenne, si ce n'est que les éléments par lesquels il avoit représenté les observations faites en Europe, représentoient avec la même justesse les observations faites en Amérique : ce que ne faisoient point les éléments dont s'étoit servi Tycho-Brahé à l'égard de l'obliquité de l'écliptique, de la parallaxe du soleil & des réfracti^ons astronomiques.

*Méthodes pour observer la quantité des Réfracti^ons
Astronomiques.*

742. Après avoir tracé l'histoire de la réfraction, je passe aux méthodes qui ont été employées successivement pour l'observer. On a vu celles des déclinaisons (740) : voici celle des hauteurs. La réfraction étant la différence entre la hauteur apparente & la hauteur vraie, il s'agit de pouvoir calculer celle-ci pour le moment où l'on a observé la première.

Lorsqu'on n'avoit pas l'usage des horloges, on employoit l'azimut ou l'angle Z (fig. 31), pour résoudre le triangle PZS , & trouver la véritable hauteur ; l'angle Z ou PZS ne dépend point de la réfraction & n'en est point affecté, puisque le lieu vrai & le lieu apparent, sont dans

un seul & même vertical ZS (739), & par conséquent au même degré d'azimut ; ainsi dans le triangle PZS , on connoitra pour l'instant donné les côtés PZ & PS avec l'angle Z opposé à l'un deux ; l'on trouvera par la trigonométrie sphérique, le troisième côté ZS , dont le complément est la hauteur vraie, qui comparée avec la hauteur apparente, observée en même temps que l'azimut, donne la quantité de la réfraction. (Tycho, *Progymn. pag. 93*). Cette méthode des azimuts n'est point usitée actuellement.

743. Les hauteurs correspondantes du soleil, ou d'une étoile sont le moyen le plus propre à faire connoître la quantité de la réfraction, si elles sont prises avec un grand quart-de-cercle & une pendule excellente. Je suppose, par exemple, que la hauteur du soleil observée à six heures de distance du méridien, le matin & le soir, se soit trouvée de 9° précisément, & que suivant le calcul (368), elle ne doive être réellement que de $8^{\circ} 54'$; on saura dès-lors qu'à la hauteur apparente de 9° il y a $6'$ de réfraction, & que le soleil paroît trop élevé de $6'$.

Dans le triangle PZS (fig. 31), formé au pôle, au zénith & au soleil, on suppose connues la distance PZ du pôle au zénith, & la distance PS du soleil au pôle boréal du monde, indépendamment des réfractions ; mais l'erreur qui peut en résulter sur les grandes réfractions est très petite ; on connoît aussi, par l'observation des hauteurs correspondantes, l'heure qu'il est, & l'angle horaire ZPS : ainsi l'on trouvera par la résolution du triangle PZS la distance au zénith, ou ZS ; c'est le complément de la hauteur vraie, puisque les deux côtés PZ & PS , aussi bien que l'angle P , sont des quantités vraies, & données indépendamment des réfractions. Cette hauteur vraie, trouvée par le calcul, est toujours plus petite que la hauteur apparente observée avec le quart-de-cercle, & la différence est la quantité de réfraction qui convient à la hauteur observée. Cette méthode fut employée autrefois par M. Picard, & l'a été en 1751 par M. de la Caille ; l'on a reconnu par ce moyen que la réfraction horizontale, ou la plus grande de toutes les réfractions astronomiques, est d'environ 32 minutes & demie.

744. M. de la Caille, avant son voyage en Afrique, avoit aussi entrepris de déterminer les réfractions par le moyen des angles horaires & des hauteurs correspondantes du soleil, & des étoiles fixes les plus brillantes; il est le premier qui ait eu l'avantage d'employer cette méthode d'une manière indépendante des hypothèses; car à son retour du Cap, connoissant les déclinaisons des étoiles observées près du zénith du Cap, indépendamment des réfractions, il avoit le côté PS avec une extrême exactitude; il a donc calculé à son retour la plupart de ces hauteurs correspondantes; elles lui ont servi à dresser une table de réfractions, plus exacte & plus certaine qu'on ne l'avoit eu jusqu'alors.

745. Il y a un moyen de trouver la réfraction à de certaines hauteurs, sans supposer connu l'angle P ; elle consiste à observer une étoile qui passe au méridien, par le point même du zénith, ou fort près de là, & qui passe ensuite au méridien sous le pole. La réfraction étant nulle au zénith, on aura la vraie distance de l'étoile au pole; environ 12 heures après, elle passera au méridien sous le pole & fort près de l'horizon; on trouvera sa distance au pole beaucoup moindre, parce qu'elle sera accourcie par la réfraction qui élevoit l'étoile, & l'on aura la quantité de la réfraction à cette hauteur.

EXEMPLE. La Claire de Persée passoit il y a quelques années à six minutes du zénith de Paris; ainsi l'on étoit sûr que sa distance au pole étoit de $41^{\circ} 4'$; par conséquent elle devoit passer au méridien sous le pole à $41^{\circ} 4'$ du pole, ou à $74^{\circ} 46'$ de hauteur vraie. On l'observoit cependant à $75^{\circ} 52' 25''$; ainsi l'on étoit assuré que la réfraction élevoit cette étoile de $6' 25''$ à $75^{\circ} 52' \frac{1}{2}$ de hauteur apparente.

746. M. de la Caille trouva aussi une méthode ingénieuse de déterminer les réfractions lorsqu'il étoit au Cap de Bonne Espérance, en comparant les observations des étoiles qui étoient fort près de son zénith, tandis qu'elles étoient presque à l'horizon de Paris, & de celles qui étoient vers notre zénith, tandis qu'il les voyoit à l'horizon.

747. Lorsqu'on eut ainsi observé les réfractions à divers degrés de hauteur, il étoit facile d'appercevoir que depuis le zénith jusqu'à plus de 80° de distance, elles suivoient les rapports des tangentes des distances au zénith ; mais ce fut M. Bradley qui vers l'année 1760 étendit cette règle, guidé par les recherches de M. Simpson sur la trajectoire des rayons de lumière ; il fit voir qu'en diminuant chaque distance au zénith de 3 fois la réfraction, la tangente du reste étoit exactement comme la réfraction même : d'après cette loi M. Bradley construisit une table de réfractions qui diffèrent peu de celles de M. de la Caille ; elles sont plus petites de $14''$ à 6° de hauteur, de $26''$ à 20° , & de $11''$ à 40° .

748. M. Bouguer observa au Pérou en 1740 que la réfraction horizontale étoit de $27'$, au lieu de $32\frac{1}{2}'$ que nous trouvons en Europe ; mais cette diminution n'a lieu que dans la Zone Torride, & l'on trouve en Laponie & jusques sous le cercle polaire, que les réfractions sont les mêmes qu'à Paris. M. de la Caille les a trouvées à peu près les mêmes au Cap de Bonne-Espérance.

M. Picard reconnut par les hauteurs méridiennes du soleil en 1669, que les réfractions étoient plus grandes en hiver qu'en été : il les trouva aussi plus grandes la nuit que le jour. Il étoit naturel d'en conclure que lorsque l'air devenoit plus ou moins dense, les réfractions devoient être plus ou moins considérables, & que ces variations devoient suivre celles du barometre & du thermometre. M. Mayer trouva en 1753 que la réfraction moyenne augmentoit d'une vingt-deuxieme partie, toutes les fois que le barometre montoit de 15 lignes, ou que le thermometre descendoit de 10 degrés sur la division de M. de Réaumur.

Les vapeurs qui bordent l'horizon & qui changent par l'humidité, par les vents & d'autres circonstances très-variables, affectent sensiblement les réfractions ; aussi les Astronomes évitent le plus qu'ils peuvent de faire des observations trop près de l'horizon.

749. La réfraction augmente toutes les hauteurs des astres, elle diminue aussi leurs distances respectives ; & toutes

les fois qu'on mesure sur la mer l'arc de distance entre la lune & une étoile, pour trouver la longitude du vaisseau, il est nécessaire de faire une correction à cette distance observée.

La réfraction fait paroître le soleil & la lune d'une forme ovale, dont un diametre est plus petit que l'autre de 4' 21" ; elle fait paroître aussi les objets terrestres trop élevés, & l'on est obligé d'en tenir compte dans les nivellements d'une certaine étendue, où l'on veut mettre beaucoup de précision.

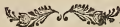
750. Les rayons en traversant obliquement l'atmosphère se dispersent, en sorte que l'intensité de la lumière du soleil, lorsqu'il est à l'horizon, est 1354 fois moindre que lorsqu'il est au zénith, suivant les expériences de M. Bouguer : voyez son Livre intitulé : *Traité d'Optique sur la gradation de la lumière*.

751. LE CRÉPUSCULE ou la lumière crépusculaire qu'on apperçoit vers l'horizon, après que le soleil est couché, de même que l'aurore qui nous annonce son lever (108), sont encore des effets semblables à celui de la réfraction ; c'est l'atmosphère qui réfléchit & qui disperse les rayons du soleil, en sorte qu'il en parvient jusqu'à nos yeux une partie assez forte pour nous empêcher de distinguer les astres, quoique le soleil soit déjà au dessous de l'horizon.

752. L'ARC D'ÉMERSION d'un astre est la quantité dont le soleil est abaissé sous l'horizon dans un vertical, lorsque l'on commence à appercevoir cet astre à la vue simple. On estime ordinairement l'arc d'émerison de 5° pour Vénus, quoique dans certains temps il soit absolument nul, & qu'on la voie en plein jour ; de 10° pour Mercure & Jupiter ; de 11 à 12 pour Mars, Saturne & les étoiles de première grandeur. Cependant Sirius se voit en plein jour dans les Pays méridionaux ; M. de la Nux l'a vu souvent à l'Isle de Bourbon ; *Canopus* est une étoile aussi grande en apparence que Sirius, du moins dans une belle nuit ; mais la lumière est un peu moins blanche, ou un peu plus terne, & on ne la voit pas aussi facilement dans le crépuscule. L'arc d'émer-

sion, suivant Ptolomée, est de 14° pour les étoiles de 3^{e} grandeur; enfin il est d'environ 18° pour les petites étoiles, puisqu'on ne les apperçoit distinctement à la vue simple, que quand le soleil est abaissé de 18° ; c'est ce qu'on appelle l'abaissement du cercle crépusculaire; les plus petites étoiles paroissent alors; ainsi l'arc d'émerison est de 18° pour les petites étoiles. Mais on sent que cette quantité varie beaucoup: il y a des pays méridionaux où l'air est si pur dans certains temps, que l'on apperçoit Sirius en plein jour: à Paris même on distingue Vénus à la vue simple, en été lorsque le temps est bien net, & qu'elle est assez éloignée du soleil & assez près de la terre pour que son éclat soit le plus vif.

753. La hauteur de l'athmosphère indiquée par ces 18° est d'environ 15 lieues suivant le calcul de M. de la Hire (*Mém. Acad.* 1713); mais à onze lieues d'élévation ou 25100 toises; l'air est déjà si rare que le barometre ne s'y soutiendrait qu'à une ligne de hauteur, au lieu de 27 pouces. Si l'on divise 25275 pieds par le nombre de lignes qui exprime la hauteur du mercure dans le barometre, on a la quantité dont il faut s'élever pour que le barometre varie d'une ligne; ce nombre de pieds suppose le thermometre à la température de dix degres. Voyez le grand ouvrage de M. de Luc, intitulé: *Recherches sur les modifications de l'athmosphère*, en 2 vol. in-4°. dans lequel il a approfondi tout ce qui concerne le thermometre & le barometre, la chaleur de l'air, & les réfractions, avec la sagacité du plus habile Physicien.



L I V R E V I I.

Des mouvements des Etoiles fixes.

754. **O**N doit considérer six especes de mouvements dans les étoiles fixes, la précession, l'aberration, la nutation, le changement général de latitude, les changements particuliers à différentes étoiles, & la parallaxe annuelle que plusieurs Astronomes y ont soupçonnée. Nous avons déjà parlé de la précession (320), c'est à dire, de ce changement annuel d'environ $50'' \frac{1}{2}$ par année, qui s'observe dans les longitudes de toutes les étoiles fixes. Il en résulte des changements sur les ascensions droites & sur les déclinaisons, dont les Astronomes font un usage fréquent. Mais il est facile, quand on connoît la longitude & la latitude d'un astre, de trouver par la trigonométrie sphérique l'ascension droite & la déclinaison (318), par conséquent d'avoir le changement de l'une quand on connoît le changement de l'autre.

755. Cette précession générale vient de la rétrogradation des points équinoxiaux le long de l'écliptique immobile; elle ne suppose par conséquent aucun changement dans les latitudes des étoiles fixes: on peut imaginer à cet égard que tout le ciel ait un petit mouvement autour des pòles & de l'axe de l'écliptique, & que toutes les étoiles soient transportées vers l'orient, parallèlement à l'écliptique de $50'' \frac{1}{2}$ par année.

Cette rétrogradation des points équinoxiaux vient, comme nous le dirons en parlant de l'attraction, de la figure aplatie de la terre qui donne prise à l'attraction latérale du soleil & de la lune; ces deux astres attirant de côté l'équateur terrestre, le déplacent insensiblement, de sorte qu'il ne répond plus aux mêmes étoiles; il en est à peu près

338 ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE, LIV. VII.
comme si les étoiles avoient eu un mouvement par rapport à l'équateur, en avançant parallèlement à l'écliptique.

756. Depuis la découverte de l'attraction, on a reconnu que toutes les planètes devoient avoir un mouvement dans leurs nœuds (1062) aussi-bien que la lune; l'observation l'a constaté (5. 8). Il s'ensuivoit que la trace ou l'orbite de chaque planète étoit changée ou déplacée par l'attraction des autres: l'orbite de la terre devoit l'être à son tour.

M. Euler remarqua en 1748 que l'attraction de Jupiter sur la terre devoit être sensible, & qu'elle suffisoit pour expliquer la diminution de l'obliquité de l'écliptique, & le changement de la latitude des étoiles fixes par rapport à l'écliptique dont Tycho Brahé avoit déjà parlé.

757. Eratosthène, Hyparque & Ptolomée avoient trouvé l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ} 50'$; Albategnius vers l'an 880 l'observa de $23^{\circ} 35' \frac{1}{3}$; Tycho Brahé en 1587 de $23^{\circ} 31' 30''$, nous ne la trouvons actuellement que de $23^{\circ} 28' 0''$, en sorte qu'il est difficile de se refuser à admettre une diminution dans l'obliquité de l'écliptique. Cette diminution doit être accompagnée d'un changement dans la latitude des étoiles fixes, & d'une petite inégalité dans leurs longitudes: je l'ai expliqué fort au long dans le XVI Livre de mon *Astronomie*.

758. Les mouvements généraux que nous venons d'expliquer affectent toutes les étoiles; mais il y en a quelques-unes qui forment exception à ces règles, & qui ont eu un mouvement propre, un dérangement physique dont on ignore la cause, & qu'on tâche de déterminer par l'observation.

M. Halley en fit la remarque en 1718; ARCTURUS est de toutes les étoiles celle dont le mouvement propre est le plus sensible. Suivant les observations de Flamsteed, la déclinaison d'Arcturus au commencement de 1690, étoit de $20^{\circ} 49' 0''$, & suivant les observations de M. de la Caille, elle étoit au commencement de 1750 de $20^{\circ} 29' 39''$, la différence est de $19' 21''$, tandis qu'elle ne devroit être que de $17' 7'' 2$, suivant les loix connues de la

précession des équinoxes ; il y a donc $2' 13'' 8$ de plus , pour le mouvement propre de cette étoile en déclinaison dans l'espace de 60 ans , ou $22'' 3$ tous les dix ans.

759. Les étoiles de la première grandeur telle que *Sirius* *Aldébaran* & *Rigel* , paroissent avoir éprouvé de semblables dérangements , quoique d'une moindre quantité. Nous ne pouvons les attribuer qu'à l'attraction des autres étoiles , ou des planetes de quelques systêmes voisins ; mais les étoiles sont si éloignées de nous qu'il est impossible de rien affirmer sur cette matiere.

760. LA PARALLAXE ANNUELLE, dont nous avons vu les effets sur le mouvement des planetes (44.), auroit de l'influence sur le mouvement des étoiles , si elles n'étoient pas très-éloignées de la terre. On a cru pendant longtemps , qu'elles devoient avoir une parallaxe annuelle ; mais quoiqu'il soit démontré actuellement que la parallaxe annuelle est absolument insensible & comme nulle dans les étoiles fixes, j'ai cru qu'il étoit nécessaire de donner au moins une idée d'une question qu'on a traitée si souvent , & même en 1760.

761. Soit S le soleil (fig. 93), AB le diamètre du grand orbe que la terre décrit chaque année (413), A le point où se trouve la terre au premier janvier , B le point où elle est au premier juillet , E une étoile qu'on apperçoit sur le rayon AE : la ligne AB étant dans le plan de l'écliptique , & l'orbe de la terre étant conçu perpendiculaire au plan de la figure , en sorte qu'on ne le voie que sur son épaisseur , l'angle EAB est la latitude de l'étoile ; mais quand la terre sera en B l'étoile étant en opposition par rapport au soleil , elle paroitra sur le rayon BE & sa latitude apparente sera l'angle EBC ; cette latitude EBC est plus grande que la première ; & la différence est l'angle AEB ; enfin l'angle AES qui est sensiblement la moitié de AEB à cause de l'extrême petitesse de AB est la *parallaxe annuelle* en latitude.

762. Si la distance SE de l'étoile fixe est deux cents mille fois plus grande que la distance SA du soleil à la terre , l'angle AES sera d'une seconde , & la latitude EAS

d'une étoile en conjonction sera plus petite de $2''$ que la latitude EBC de l'étoile observée dans son opposition ; en supposant que la latitude de l'étoile soit à peu près de 90° , Copernic en démontrant par plusieurs raisons le mouvement de la terre ne dissimula pas cette objection, (Cop. *L. I, c. 10.*) Pour que la latitude des étoiles paroisse la même en tout temps de l'année, malgré le mouvement de la terre, il faut que la distance des étoiles soit si grande que l'orbite de la terre n'y ait aucun rapport sensible, & que l'angle AES soit comme infiniment petit ; mais, dit-il, " je pense qu'on doit plutôt admettre cette grande distance des étoiles que la grande quantité de mouvements qui auroient lieu si la terre étoit immobile " : d'ailleurs la grande distance des étoiles est un fait que rien ne contredit, & qu'il est très aisé de concevoir (404).

763. Si la parallaxe annuelle étoit sensible, par exemple, de $20''$, une étoile située réellement au pôle de l'écliptique, paroîtroit décrire chaque année un petit cercle de $20''$ de rayon, parce qu'elle paroîtroit toujours de l'autre côté du pôle, & toujours de $20''$, ainsi elle seroit toujours placée à la partie opposée de ce petit cercle par rapport au lieu de la terre. M. Picard avoit remarqué en 1672 quelques variations dans l'étoile polaire, elles n'étoient point conformes à cet effet de la parallaxe annuelle, mais elles étoient exactes ; & ce célèbre Observateur a eu la gloire, en faisant la première découverte de l'Astronomie moderne sur les étoiles fixes, de jeter les fondemens de toutes celles que l'on a faites depuis.

764. Le Docteur Hook, célèbre dans presque tous les genres de littérature, & qui se regardoit lui même comme le plus savant homme de l'Angleterre, voulut aussi avoir l'honneur de déterminer ces variations en 1669. Il avoit placé au college de Gresham à Londres une lunette de 36 pieds, avec laquelle il observa les distances au zénith de γ du Dragon ; & les observations qu'il rapporte sont aussi exactement d'accord avec la théorie des parallaxes, que si on les y eût ajustées par avance, en supposant que la pa-

parallaxe de γ du Dragon fût de $15''$; cependant tout cela s'est trouvé faux.

765. M. Picard voulut vérifier cette observation; mais la hauteur méridienne de la lyre observée dans les deux solstices lui parut la même, ce qui étoit contraire aux observations de M. Hook, comme il le remarqua lui même dans l'assemblée de l'Académie, le 4 juin 1681. (*Hist. céleste*, page. 252).

Flamsteed, ayant observé l'étoile polaire avec son quart-de-cercle mural en 1689, & dans les années suivantes, trouva que la déclinaison étoit plus petite de $40''$ au mois de juillet, qu'au mois de décembre; ces observations étoient justes, mais elles ne prouvoient point la parallaxe annuelle, comme le fit voir M. Cassini, (*Mém. Académ.* 1699). Au reste, quoique Flamsteed crût reconnoître l'effet de la parallaxe annuelle dans les différences qu'il avoit observées, il avoit quelques doutes sur ses observations, & il souhaitoit que quelqu'un voulût faire construire un instrument de 15 à 20 pieds de rayon, sur un fondement inébranlable, pour éclaircir une question qui, sans cela, disoit-il, pourroit être bien long-temps indécise. M. Cassini crut trouver dans Sirius une parallaxe de $6''$, (*Mém. Acad.* 1717, pag. 265).

766. La découverte de l'aberration dont nous allons parler, a fait voir que les inégalités apperçues dans les étoiles ont une cause toute différente de la parallaxe annuelle; car cette nouvelle cause satisfait si bien à toutes les observations, qu'elle exclut toute idée de parallaxe.

767. La connoissance de la parallaxe annuelle nous conduiroit à celle de la distance des étoiles; si cette parallaxe pouvoit s'observer; mais puisqu'elle est insensible nous en tirerons au moins par exclusion une des limites de cet éloignement. Si la parallaxe absolue d'une étoile ou l'angle APS (fig. 93) étoit de $1''$, le côté PS seroit 206264 fois plus grand que le rayon AS de l'orbe annuel, qui est lui même de 34 millions de lieues. La distance moyenne du soleil AS , contient 22198 fois le demi-diamètre de la terre, en sup-

posant la parallaxe $9''$; donc si la parallaxe annuelle d'une étoile étoit seulement de $1''$, sa distance seroit 4727200000, ou 4727 millions de fois plus grande que le rayon de la terre, c'est-à-dire; de 6771770 millions de lieues. Mais la parallaxe des étoiles n'étant pas d'une seconde, même pour les étoiles les plus proches de la terre, leur distance doit être encore plus considérable, c'est-à-dire, plus de 6771770000000 de lieues.

768. La grandeur apparente des étoiles que l'on croyoit d'une minute, avant la découverte des lunettes, est incomparablement plus petite : il est prouvé aujourd'hui que 4 étoiles de la première grandeur, Régulus, Aldébaran, l'Épi de la Vierge & Antarès, n'ont pas $1''$ de diamètre : car lorsque ces étoiles sont éclipsées par la lune, elles n'emploient pas deux secondes de temps à se plonger sous le disque de la lune; ce qui arriveroit nécessairement si le diamètre de ces étoiles étoit de $1''$. En effet, la lune emploie environ $2''$ de temps à avancer d'une seconde de degré; ainsi pendant l'espace de $2''$ de temps, on verroit une étoile diminuer de grandeur & disparoître peu à peu; or, il n'en est pas ainsi : les étoiles disparoissent en une demi-seconde, elles reparoissent avec la même promptitude & comme un éclair; donc le diamètre n'est pas d'une seconde.

769. Si l'on voit dans les lunettes une lumière éparse qui environne les étoiles, qui les amplifie & les fait paroître comme si elles avoient 5 à $6''$ de diamètre, on doit attribuer cette apparence à la vivacité de leur lumière, à l'air environnant & illuminé, à l'aberration des verres, à l'impression trop vive qui se fait sur la rétine.

770. Si le diamètre d'une étoile étoit d'une seconde, & sa parallaxe annuelle d'une seconde, le diamètre réel de l'étoile seroit égal au rayon du grand orbe, c'est-à-dire, de 34 millions de lieues; mais il peut se faire que les parallaxes des étoiles soient plus grandes que leurs diamètres apparents, en sorte que le diamètre réel soit beaucoup plus petit que 34 millions de lieues; nous ne pouvons rien décider là-dessus; peut-être un jour les Astronomes seront-ils plus instruits.

771. L'extrême petitesse du diamètre apparent des étoiles fixes est probablement la cause du mouvement de scintillation qu'on y remarque ; cette scintillation qui n'a point lieu dans les planètes , vient de ce que le diamètre des étoiles étant extrêmement petit, la moindre molécule de vapeur qui passe devant l'étoile en cache une partie , de façon que la disparition & la réapparition continuelle des étoiles ressemble à un mouvement de vibration dans leur lumière.

DE L'ABERRATION DES ÉTOILES.

772. L'aberration des étoiles est un mouvement apparent découvert en 1728 dans les étoiles fixes, par lequel elles semblent décrire des ellipses de 40" de diamètre; il est causé par le mouvement de la lumière, combiné avec le mouvement annuel de la terre (783). La définition de la *Nutation* se trouvera ci-après (794); l'Histoire de la découverte de ces deux mouvements, exige que l'on se rappelle ce qui a été dit à l'occasion de la parallaxe annuelle (763).

773. Flamsteed avoit cru non-seulement d'après les observations du Docteur Hook (765); mais encore d'après les siennes propres, qu'il y avoit une parallaxe annuelle dans les étoiles fixes; cependant la quantité & la loi en étoient peu connues; *Samuel Molyneux*, Irlandois, entreprit vers l'an 1725, de vérifier ce qu'on avoit dit là-dessus, & de déterminer avec plus de soin les circonstances de ces mouvements; c'est au projet de Molyneux que nous sommes redevables de toutes les connoissances qui vont faire la matière de ce Chapitre ; mais M. Bradley eut la gloire d'exécuter ce que Molyneux n'avoit fait qu'entreprendre.

774. Molyneux fit construire un instrument dans le même goût & choisit les mêmes étoiles que le Docteur Hook ; *Georges Graham*, cet Horloger célèbre dans les arts, autant par son génie que par son zèle, contribua plus que tout autre à ce travail : il fit construire pour Molyneux un secteur de 24 pieds, dont l'exactitude surpassoit de beaucoup tout ce qui avoit jamais été fait pour parvenir à mesurer dans le ciel de petits arcs.

Le fecteur de Molyneux fut placé à Kew, près de Londres, & le 3 décembre 1725, il observa au méridien l'étoile γ à la tête du Dragon; il marqua exactement sa distance au zénith; il répéta cette observation le 5, le 11, le 12 du même mois, il ne trouva pas de grandes différences; & comme on étoit dans un temps de l'année où la parallaxe annuelle de cette étoile ne devoit pas varier, il crut qu'il étoit inutile de continuer pour lors les mêmes observations.

775. M. Bradley se trouva dans ce temps-là à Kew, il eut la curiosité d'observer aussi la même étoile le 7 décembre 1725, & ayant disposé l'instrument avec soin, il vit que l'étoile passoit un peu plus au sud que dans les premiers jours du mois; d'abord les deux Astronomes ne firent pas grande attention à cette différence; elle pouvoit venir des erreurs d'observation; cependant le 20 décembre l'étoile avoit encore avancé vers le sud, & elle continua les jours suivans, sans qu'on pût attribuer ce progrès au défaut des observations.

776. Cette différence paroissoit d'autant plus surprenante qu'elle étoit dans un sens contraire à l'effet que devoit avoir la parallaxe annuelle; & comme on ne concevoit aucune autre cause qui pût produire un pareil changement, on craignit qu'elle ne vînt de quelque altération dans les parties de l'instrument; il fallut donc s'assurer par diverses expériences de son exactitude; mais l'étoile alloit toujours vers le sud, on ne songea plus qu'à mesurer exactement ce progrès, pour tâcher d'en découvrir les circonstances & la cause. Au commencement du mois de mars 1726 l'étoile se trouva parvenue à 20" du lieu où on l'avoit observée trois mois auparavant, alors elle fut pendant quelques jours stationnaire; vers le milieu d'avril elle commença de remonter vers le nord, & au commencement de juin elle passa à la même distance du zénith que dans la première observation faite six mois auparavant; sa déclinaison changeoit alors de 1" en trois jours; d'où il étoit naturel de conclure qu'elle alloit continuer d'avancer vers le nord; cela arriva comme on l'avoit conjecturé; l'étoile se trouva au mois de septem-

bre de 10" plus au nord qu'au mois de juin , & 39" plus qu'au mois de mars ; delà l'étoile retourna vers le sud , & au mois de décembre 1726 , elle fut observée à la même distance du zénith que l'année précédente , avec la seule différence que la précession des équinoxes devoit produire.

777. Par-là il étoit bien prouvé que le défaut de l'instrument n'étoit pas la cause des différences observées ; d'un autre côté , l'effet étoit trop régulier pour pouvoir être attribué à une fluctuation irrégulière de la manière éthérée , comme Manfredi l'avoit soupçonné dans un temps où l'on n'avoit que de mauvaises observations ; mais la difficulté étoit de trouver une explication suffisante.

778. La première idée fut d'examiner si cela ne provenoit point de quelque nutation dans l'axe de la terre , produite par l'action du soleil ou de la lune , à cause de l'aplatissement de la terre , ainsi que cela devoit avoir lieu par l'attraction (794) ; mais d'autres étoiles observées en même temps ne permettoient pas d'adopter cette hypothèse : une petite étoile qui étoit à même distance du pôle , & opposée en ascension droite à γ du Dragon auroit dû avoir par l'effet de cette nutation le même changement en déclinaison ; cependant elle n'en avoit eu qu'environ la moitié , comme cela parut en comparant jour par jour les variations de l'une & de l'autre , observées en même temps ; c'étoit la trente-cinquième étoile de la Giraffe. Pour éclaircir mieux les faits , M. Bradley fit construire un autre secteur , qui fut placé en 1727 , & M. Bradley commença d'examiner soigneusement quelles étoient les variations des étoiles , suivant leur différente situation.

779 Il vit alors que chaque étoile paroissoit stationnaire ou dans son plus grand éloignement vers le nord ou vers le sud lorsqu'elle passoit au zénith vers six heures du soir ou du matin ; que toutes avançoient vers le sud lorsqu'elles passaient le matin , & vers le nord lorsqu'elles passaient le soir , & que le plus grand écart étoit à peu près comme le sinus de la latitude de chacune. Enfin , lorsqu'au bout d'une année il eut vu toutes les étoiles reparoître , chacune au même lieu où

elle avoit d'abord paru, M. Bradley, muni d'un assez grand nombre d'observations, entreprit de chercher la cause de ces variations. Il falloit trouver une cause annuelle, & constante, égale pour les étoiles foibles & pour les plus brillantes, dont le plus grand effet du nord au sud fût comme le sinus de la latitude de l'étoile, c'est à dire, nul pour les étoiles situées dans l'écliptique; & contraire à l'effet de la parallaxe, & dont la plus grande valeur fût de $40''$.

780. M. Bradley apperçut heureusement que cette différence de $40''$ étoit précisément le chemin que la terre parcourt dans son orbite en 16 minutes de temps, il se rappella que la lumière employoit le même temps à parcourir le diamètre de l'orbite de la terre, suivant la découverte faite par Romer en 1675 (838). M. Bradley put d'abord imaginer que l'on voyoit les étoiles 16' plus tard, à cause de leur éloignement, quand elles étoient en conjonction que lorsqu'elles étoient en opposition, & que par là on les voyoit de $40''$ moins avancées; mais suivant ce raisonnement il n'y auroit point eu d'aberration pour l'étoile située au pôle de l'écliptique, dont la distance est toujours la même.

781. Cependant l'étoile γ du Dragon avoit une aberration de $20''$ au nord & au sud, qui croissoit comme les sinus des distances au point où elle étoit nulle. M. Bradley jugea que cette étoile décrivait un cercle semblable à celui qui auroit lieu par une parallaxe de $20''$: mais qu'elle le décrivait de manière à être toujours avancée de $20''$ vers le côté où va la terre. Tel est le phénomène qui étoit indiqué par les observations de M. Bradley; nous en parlerons plus au long (791). Il restoit donc à chercher un moyen pour faire en sorte que l'étoile parût toujours du côté où alloit la terre.

782. Enfin M. Bradley eut l'idée heureuse de combiner le mouvement de la lumière avec celui de la terre, suivant les loix de la décomposition des forces; il essaya cette hypothèse, & voyant qu'elle s'accordoit parfaitement avec toutes les observations, il rendit compte de sa découverte au mois de décembre 1728 (*Philosophical transactions*).

Pour faire voir combien son hypothese s'accordoit avec ses observations, M. Bradley disposa dans une table 5 observations de γ du Dragon faites dans tous les mois de l'année ; on y voit combien à chaque jour elle devoit être plus méridionale, suivant le calcul rigoureux fait d'après les principes que nous allons indiquer, & combien elle avoit paru l'être par l'observation, la différence ne va jamais au delà d'une seconde & demie.

Le même accord que l'on voyoit dans cette table de γ du Dragon, parut par toutes les autre étoiles ; ainsi M. Bradley dut regarder cet accord des observations, comme une démonstration de son hypothese, ou plutôt il dut cesser de regarder comme hypothese une théorie qui s'accordoit si bien, & avec le mouvement des étoiles & avec la propagation successive de la lumière déjà connue par les éclipses des satellites (838).

783. Je passe donc à l'explication de la cause que M. Bradley assigna aux phénomènes qu'il avoit observés, & comme on a ordinairement quelque peine à la bien concevoir, je ferai mes efforts pour la mettre hors de doute, & en rendre le principe aussi évident que doit l'être une proposition de pure géométrie ; je vais donc le présenter sous différentes formes ; toutes supposent néanmoins que l'on ait une idée de la décomposition des forces dans les parallélogrammes (479), telle qu'on la trouve dans tous les livres élémentaires de Mécanique. Soit E une étoile (fig. 94), qui lance vers nous un rayon de lumière, considéré comme un corpuscule qui va de E en B ; soit AB une petite portion de l'orbite de la terre, de 20" par exemple (l'on verra dans un instant pourquoi nous choisissons ce nombre 20"), & CB l'espace que le rayon a parcouru pendant que la terre décrivait AB ; ainsi le corpuscule de lumière B étoit en C lorsque la terre étoit en A , & arrive au point B en même temps que la terre ; par ce moyen CB & AB expriment les vitesses de la lumière & de la terre en 20" de temps.

784. Je tire la ligne CD parallèle & égale à AB , & je

termine le parallélogramme DBA ; suivant le principe si connu de la composition & décomposition des forces, on peut regarder la vitesse CB de la lumière comme résultante de deux vitesses suivant les directions CD & CA ; la vitesse CD étant du même sens & de la même quantité que la vitesse AB de la terre, ne sauroit être apperçue, elle est détruite pour nous; l'œil ne sauroit voir en vertu d'un rayon qui seroit poussé du même sens & avec la même vitesse que l'œil. Ainsi la seule partie CA de la vitesse de la lumière subsistera pour nous; le rayon parviendra à notre œil sous la direction CA , & nous appercevrons l'étoile dans la ligne AC , ou suivant BD qui lui est parallèle; l'angle CBD est ce que nous appelons l'ABERRATION; c'est la quantité ou l'angle CBD dont une étoile paroît éloignée de sa véritable place, ou de la ligne BCE , par un effet du mouvement de la terre & de celui de la lumière.

785. L'on peut encore se représenter le même effet sous une autre forme: le corpuscule de lumière B vient frapper notre œil avec la vitesse CB ; mais puisque l'œil avance en même temps de A en B , avec la vitesse AB , il vient aussi frapper le rayon, en sorte qu'il y a un double choc tout à la fois, celui de la lumière qui vient contre l'œil avec la vitesse CB , celui de l'œil qui va contre la lumière avec la vitesse AB . A la place de ce dernier choc, on peut imaginer (sans rien changer à l'effet qui en résultera), que le corpuscule soit venu de F en B , frapper l'œil avec une vitesse FB , égale à AB ; ainsi l'œil reçoit une impression suivant CB , & une suivant FB : de ces deux impressions faites suivant les côtés CB & FB du parallélogramme CF , il en résulte une impression unique & composée; qui se fait sentir suivant la diagonale DB ; donc l'on appercevra l'étoile dans la direction BD , & non dans la direction BCE .

786. Un exemple familier fera peut-être encore mieux comprendre le mécanisme de ces impressions composées. Soit un vaisseau $GCF A$ (fig. 95), qui va de droite à gauche; que d'un angle C de ce vaisseau on ait jeté une pierre à l'autre angle A , & que dans le temps où elle a par-

parcouru CA , le vaisseau ait avancé de la quantité CD ou AB ; celui qui est dans le vaisseau en A le trouvera alors parvenu au point B , & sera frappé de la même manière que si le vaisseau n'avoit eu aucun mouvement, la pierre lui paroîtra venir de l'angle D suivant DB , comme elle lui auroit paru venir de C suivant CA , si le vaisseau eût été immobile; l'impression sera la même, puisque la relation du point C au point A , leur situation, leur distance ne dépendent en aucune façon du mouvement de ce vaisseau; ce mouvement est commun à la pierre & au vaisseau; & il est nul par rapport au choc. Néanmoins dans l'espace absolu cette pierre est venue de C en B ; ainsi elle a fait le même chemin réel qu'auroit fait une pierre qui du rivage R , eût été jetée directement en B . Voilà donc deux pierres, l'une qui vient du rivage R , & qui a parcouru la ligne CB ; l'autre qui est partie du point C , angle du vaisseau, & qui a de même parcouru CB , à cause du mouvement de ce vaisseau: or celle-ci s'est fait sentir suivant la direction DB ; donc celle qui auroit été jetée du rivage R , se seroit fait sentir réellement aussi dans la direction DB , à celui qui étant à l'angle A du vaisseau se seroit trouvé transporté de A en B , tandis que la pierre venoit de C en B .

787. L'aberration de $20'$ répond à $8' 7'' \frac{1}{2}$, dans la table des mouvements du soleil: ainsi l'on est assuré à moins de $5'$ près, qu'il faut $8' 7''$ à la lumière du soleil pour arriver jusqu'à nous dans ses moyennes distances; d'où il suit que la vitesse de la lumière est 10313 fois plus grande que la vitesse moyenne de la terre (a).

788. Avant que d'entrer dans l'explication détaillée des phénomènes de l'aberration, je dois avertir que le plan $ECBA$ (fig. 94), qui joint la ligne AB décrite par la terre avec l'étoile E , s'appelle *plan d'aberration*, parce que c'est dans ce plan que l'aberration se fait; le lieu appa-

(a) La vitesse de la terre dans son orbite est de 23531 lieues par heure, ou $6 \frac{1}{2}$ lieues par seconde; mais celle de la rotation diurne n'est que de 248 toises par seconde, à peu près comme la vitesse d'un boulet de canon.

rent de l'étoile, son lieu vrai, l'œil de l'observateur, & l'espace qu'il décrit en 8' de temps se trouvent tous en semble dans ce plan, en sorte que l'aberration ne peut faire paroître l'étoile dans un autre plan. On appelle aussi *triangle d'aberration* le triangle CBA formé par le chemin de la lumière avec celui de la terre, & dont le petit angle C mesure l'aberration. Voyons ce qui arrive quand le triangle d'aberration est rectangle ou obtus-angle.

789. On doit être convaincu par les démonstrations précédentes (783), qu'une étoile nous paroît toujours plus avancée du côté où nous marchons, & cela de la quantité de l'angle BCA ; la valeur de cet angle dépend du rapport de la vitesse AB de la terre, à la vitesse CB de la lumière, ce rapport est celui de 1 à 10313 (787); ce qui donne un angle de 20" dans le cas où CB est perpendiculaire à AB ; ainsi l'aberration sera toujours de 20" quand la route de l'œil sera perpendiculaire au rayon de l'étoile: mais lorsque CB (fig. 99), est incliné sur la route AB de l'œil, alors l'angle ACB d'aberration devient moindre, & parce que CB est à AB , comme le sinus de l'angle A est au sinus de l'angle C , il suit que le sinus de l'arc d'aberration, ou l'aberration même, est comme le sinus de l'inclinaison du rayon CA sur la route de l'œil, qui est toujours un petit arc de l'orbite terrestre; c'est-à-dire qu'il est égal à 20" multipliées par le sinus de l'angle que fait la route de l'œil, avec le rayon de lumière. Enfin, si la ligne CA s'inclinoit jusqu'à se confondre avec la ligne ABD , l'angle C s'évanouiroit, & il n'y auroit plus d'aberration; ce qui d'ailleurs est évident, puisqu'alors le rayon de lumière arriveroit toujours à nous sous la même direction.

790. Supposons maintenant que l'œil au lieu d'avancer de A en B , avance de B en A , en sorte que le rayon arrive en A en même temps que l'œil; si l'on décompose la vitesse CA (784), suivant CE & CB on verra aisément que la vitesse CE est détruite par la vitesse BA de la terre, & il ne reste que CB ou sa parallèle EA ; ainsi dans ce cas l'étoile paroîtra s'élever au dessus de la ligne que l'œil dé-



erit, au lieu qu'elle paroïssoit s'abaisser dans le cas précédent; elle paroîtra en *E* au lieu de paroître en *C*: toujours l'aberration porte une étoile du côté où va la terre. Quand la terre est au point *G* de son orbite *GHD* (fig. 96), & ensuite au point *K*, elle paroît aller en deux sens opposés: dans le premier cas, l'étoile est en opposition, & paroît à gauche du lieu moyen *E*: dans le second cas, la terre allant de *D* en *K*, l'étoile est en conjonction avec le soleil, & paroît de 20 secondes à droite, c'est-à-dire, à l'occident du point *E* sur une ligne *DS*. Quand la terre décrit le petit arc *FL*, l'aberration diminue, parce qu'il n'y a que la valeur de la perpendiculaire *LN* qui cause de l'aberration, & cette partie *LN* est plus petite que *LF* dans le même rapport que le cosinus de l'arc *GL* de l'élongation est plus petit que le rayon, ou *SV* plus petit que *SL*; à cause des triangles semblables *LFN*, *SVL*, qui donnent cette proportion $LF : LN :: SL : SV$. Ainsi l'aberration en longitude qui dépend du mouvement *BG*, ou *NL* de la terre perpendiculairement au rayon mené vers l'étoile, est proportionnelle au sinus de la distance au point où elle est nulle, c'est à dire, au point *H* de la quadrature. Par la même raison, l'aberration en latitude dépend du chemin ou du mouvement de la terre dans la direction perpendiculaire à celle là, c'est à dire, du petit mouvement *FN*, & elle est proportionnelle au sinus de la distance *GL*, ou à la ligne *LV*; à cause des mêmes triangles. *LFN*, *LVS*, dans lesquels $LF : FN :: SL : LV$.

791. Si cette étoile étoit au pôle de l'écliptique, on la verroit toujours 20 secondes en avant du côté où va la terre; & par conséquent la terre décrivant un cercle, l'étoile paroîtroit en décrire un: c'est ce que M. Bradley remarqua du moins à très-peu près sur l'étoile γ du Dragon.

Si l'étoile est plus près du plan de l'écliptique, & qu'on la voie par un rayon oblique, l'effet de l'aberration perpendiculairement au plan de l'écliptique deviendra plus petit, en raison du sinus de l'obliquité (879); mais il restera le même dans le sens parallèle à l'écliptique, ainsi le cas

cle deviendra une ellipse comme LAK (fig. 98). Le grand axe LK parallèlement à l'écliptique sera toujours de $40''$, parce que quand l'étoile est en conjonction ou en opposition, l'aberration est toujours de $20''$, soit que l'étoile ait une latitude ou qu'elle n'en ait point, la route BG de la terre (fig. 96) étant toujours perpendiculaire au rayon de l'étoile; mais le petit axe AF de l'ellipse sera moindre à raison du sinus de la latitude.

Le point L qui est le plus à gauche ou à l'occident est le lieu où paroît l'étoile lorsqu'elle est en opposition; le point K est celui de la conjonction; le point A si c'est une étoile australe, ou le point F si c'est une étoile boréale, c'est-à-dire, le point de l'ellipse qui est le plus près de l'écliptique, marque le lieu apparent de l'étoile trois mois après la conjonction. L'aberration en longitude étant comme le cosinus de l'élongation de l'étoile dans le cercle circonscrit à l'ellipse, & qui forme l'ellipse par son inclinaison, si l'on marque en K le lieu du soleil qui est égal à la longitude de l'étoile, & qu'on divise le cercle circonscrit en 360° , les perpendiculaires abaissées de chaque degré de longitude sur le grand axe LEK , manqueront sur l'ellipse tous les points où l'étoile doit paroître aux mêmes temps; c'est ainsi que j'ai marqué sur l'ellipse $ALFK$ les lieux d'*Arcturus* sur son ellipse d'aberration pour le premier jour de chaque mois.

792. *Arcturus* est à l'extrémité occidentale du grand axe de son ellipse à droite, le 13 octobre jour de sa conjonction; il est à l'extrémité inférieure ou méridionale F du petit axe, le 11 janvier jour de la première quadrature. L'ellipse d'*Arcturus* est inclinée par rapport à la ligne horizontale AB , que je suppose parallèle à l'équateur, de la quantité de l'angle de position (318); il suffiroit d'abaisser des perpendiculaires sur AB pour voir dans les différents temps de l'année, l'aberration en ascension droite & en déclinaison. On voit dans cette même ellipse l'effet de la parallaxe (763), qui feroit paroître l'étoile aux mêmes points de l'ellipse trois mois plutôt que ne fait l'aberration, en supposant que la plus grande parallaxe fût de

20" comme l'aberration ; c'est en dedans de l'ellipse que j'ai marqué les situations que donneroit la parallaxe annuelle quatre fois l'année.

793. L'aberration en longitude , que l'on prendroit dans cette figure sur le parallele de l'étoile en supposant *EL* de 20" ; doit être réduite à l'écliptique pour les usages astronomiques , c'est-à-dire , qu'il faut la diviser par les cosinus de la latitude de l'étoile (531) , de là vient que l'aberration absolue qui est toujours de 20" de grand cercle , si on la prend dans la région d'une étoile , devient très-grande pour les étoiles voisines du pôle , si on la mesure sur l'équateur , ou qu'on ait égard au changement qui en résulte sur l'ascension droite ; j'ai donné des tables d'aberration pour un grand nombre d'étoiles dans plusieurs volumes de la *connaissance des temps*.

DE LA NUTATION.

794. LA NUTATION ou *déviatiou* est un mouvement apparent de 9" observé dans les étoiles fixes , dont la période est de 18 ans , causé par l'attraction de la lune sur le sphéroïde de la terre. On verra dans le XII^e. livre que la précession des équinoxes qui est de 50' par an , est produite par l'action du soleil & de la lune sur la partie de la terre que l'on conçoit relevée vers l'équateur du sphéroïde (1064). De ces 50" il y en a au moins 36 qui sont produites par l'action seule de la lune ; or , la lune ne peut pas produire ces 36" de précession d'une manière uniforme , puisque ses nœuds changent continuellement de place & que son inclinaison par rapport à l'équateur , d'où son effet dépend , varie de dix degrés ; il en doit résulter non-seulement une inégalité dans la précession annuelle des équinoxes à différentes années , mais aussi un balancement ou une nutation dans l'axe de la terre. Par l'effet de cette nutation les étoiles doivent paroître se rapprocher & s'éloigner de l'équateur : puisque l'équateur répond à différentes étoiles.

Nous voyons que Flamsteed avoit espéré vers l'an 1690, au moyen des étoiles voisines du zénith, de déterminer la quantité de cette nutation qui devoit suivre de la théorie de Newton ; mais il abandonna ce projet, parce que, dit-il, si cet effet existe il doit être insensible jusqu'à ce qu'on ait des instruments bien plus longs que 7 pieds, plus solides & mieux fixés que les miens (*Hist. cél. rom. III, pag. 113*).

M. Horrebow rapporte un passage formel, tiré des manuscrits de Romer, par lequel on voit qu'il soupçonnoit aussi une nutation dans l'axe de la terre, & qu'il espéroit d'en donner la théorie : *Basis astronomia* 1733, pag. 66.

Ces idées de nutation devoient se présenter naturellement à tous ceux qui avoient apperçu dans les étoiles des changements de déclinaisons, & nous avons vu que les premiers soupçons de M. Bradley en 1727, furent qu'il y avoit quelque nutation de l'axe de la terre qui faisoit paroître l'étoile γ du Dragon plus ou moins près du pôle (778) ; mais la suite des observations l'obligea de chercher une autre cause pour les variations annuelles ; ce ne fut qu'au bout de quelques années qu'il reconnut le second mouvement dont il s'agit ici.

795. Pour bien expliquer la découverte de la nutation par M. Bradley, il faut remonter au temps où il observoit les étoiles pour découvrir l'aberration ; il vit en 1728, que le changement annuel de déclinaison dans les étoiles voisines du colure des équinoxes étoit un peu plus grand qu'il ne devoit résulter de la précession des équinoxes supposées de 50", & calculée à la manière ordinaire ; sans que cette différence pût être attribuée à l'instrument, parce que les étoiles voisines du colure des solstices ne donnoient point la même différence.

En général les étoiles situées proche le colure des équinoxes avoient changé de déclinaison d'environ 2" plus qu'elles n'auroient fait par la précession moyenne des équinoxes, qui est très-bien connue ; & les étoiles voisines du colure des solstices moins qu'elles n'auroient dû faire ; mais, ajoute M. Bradley « soit que ces petites variations

» viennent d'une cause régulière, ou qu'elles soient occasionnées par quelque changement dans le secteur ; je ne suis pas encore en état de les déterminer », M. Bradley n'en fut que plus ardent à continuer ses observations pour déterminer la période & la loi de ces variations ; il demeura presque toujours à Wansted jusqu'en 1732, qu'il fut obligé d'aller à Oxford, pour remplacer M. Halley ; il continua d'observer avec la même exactitude toutes les circonstances des changements de déclinaison sur un grand nombre d'étoiles. Chaque année il voyoit les périodes de l'aberration se rétablir suivant les règles que l'on a vues ci-dessus ; mais d'une année à l'autre il y avoit d'autres différences : les étoiles situées entre l'équinoxe du printemps & le solstice d'hiver se trouvoient être plus près du pôle boréal, & les étoiles opposées s'en étoient éloignées ; il commença de soupçonner que l'action de la lune sur l'équateur, c'est-à-dire, sur la partie la plus relevée de la terre pouvoit causer une variation ou un balancement dans l'axe de la terre : son secteur étant demeuré fixe à Wansted, il continua d'y venir observer souvent, & il s'est trouvé en état en 1747, de prononcer sur la cause de ce phénomène ; nous allons rendre compte de cette nouvelle découverte d'après Bradley lui-même (*Phil. transactions*, Janv. 1748).

796. En 1727, le nœud ascendant de la lune concouroit avec l'équinoxe du printemps, de sorte que la lune s'écartoit de l'équateur dans ses plus grandes latitudes de $28^{\circ} \frac{1}{2}$; en 1736, le nœud ascendant s'étant trouvé dans l'équinoxe de la balance, la lune ne pouvoit plus s'écarter de l'équateur que de $18^{\circ} \frac{1}{2}$, de sorte que son orbite étoit plus éloignée de l'équateur de 10° en 1727, qu'en 1736, ce qui rendoit son attraction plus sensible sur l'équateur.

M. Bradley observa en 1727, par le changement de déclinaison des étoiles voisines du colure des équinoxes, que la précession des équinoxes paroissoit avoir été plus grande que la moyenne (795), & cependant les étoiles situées proche le colure des solstices, paroissoient se mou-

voir d'une manière contraire aux effets de cette augmentation; les étoiles opposées en ascension droite étoient affectées de la même manière; γ du Dragon, & la 35° étoile de la Giraffe avoient éprouvé le même changement en déclinaison, l'une vers le nord, l'autre vers le sud; cela s'accordoit très-bien avec une nutation de l'axe de la terre, qui doit évidemment produire la même différence sur les étoiles opposées en ascension droite.

En 1732, le nœud de la lune avoit rétrogradé jusqu'au solstice d'hiver; alors les étoiles situées proche le colure des équinoxes parurent changer leur déclinaison suivant la précession de $50''$. Dans les années suivantes, ce changement diminua, jusqu'en 1736, que le nœud ascendant parvint à l'équinoxe de la balance.

Les étoiles situées vers le colure des solstices changèrent leur déclinaison depuis 1727, jusqu'en 1736, de $18''$ moins que n'exigeoit la précession de $50''$; de sorte que le pôle du monde ou l'axe de la terre avoit éprouvé une nutation de $18''$ pendant une demi-révolution des nœuds de la lune. En 1745, au bout de 18 ans les nœuds étant revenus à leur première situation, les étoiles reparurent toutes aux mêmes points, ayant égard à la précession des équinoxes; on vit les mêmes phénomènes qu'en 1727, & M. Bradley ne douta plus que la nutation de l'axe terrestre n'en fût la véritable cause.

797. M. Machin, secrétaire de la société Royale, à qui il envoya ses conjectures, vit bientôt qu'il suffisoit pour expliquer, & la nutation & le changement de la précession, de supposer que le pôle de la terre décrivait un petit cercle, comme Tycho l'avoit supposé pour l'orbite lunaire. En donnant $18''$ au diamètre de ce cercle, & supposant qu'il étoit décrit par le pôle dans l'espace de la révolution observée par M. Bradley, & qui étoit celle des nœuds de la lune, il expliquoit, & le changement de la précession annuelle, tel que les étoiles voisines du colure des équinoxes l'avoient indiqué, & la nutation de l'axe de la terre démontrée par les étoiles voisines du colure des solstices.

Pour faire voir l'accord de la théorie avec les phénomènes, M. Bradley rapporte grand nombre d'observations faites depuis 1727, jusqu'en 1747, sur différentes étoiles & sur tout γ du Dragon. De plus de 300 observations qu'il avoit faites de celle-ci, il ne s'en est trouvé que onze qui différaient de la moyenne de 2".

798. Soit E le pole de l'écliptique (fig. 97), P le pole de l'équateur qui en est éloigné de $23^{\circ} 28' 15''$; & autour du point P un petit cercle, dont le rayon PB soit de 9". Au lieu du point P qui est le lieu moyen du pole, on suppose que le vrai pole décrive un cercle $ABCD$, qu'il soit en A lorsque le nœud de la lune est dans l'équinoxe du printemps, ou sur le colure des équinoxes $P \vee$, & qu'il continue de semouvoir de A en B de la même manière que le nœud: en sorte qu' quand le pole du monde est en O l'arc AO soit égal en degrés à la longitude du nœud de la lune; le lieu du vrai pole sera toujours plus avancé de 3 signes en ascension droite dans le cercle ABC que le lieu du nœud de la lune dans l'écliptique, & le pole sera en D lorsque le nœud sera en \odot . Puisque le pole rétrograde de A en B il doit se rapprocher des étoiles qui sont dans le colure $PB \vee$ des équinoxes; de sorte que la précession paroîtra plus grande, en occasionnant dans les étoiles qui sont sur le colure des équinoxes, un changement de déclinaison plus grand de 9" qu'il ne devoit être, & cela dans l'espace de 4 ans & 8 mois que le nœud emploiera à venir du Bélier au Capricorne; & le pole à venir de A en B ; en même temps le pole paroîtra s'être approché des étoiles qui sont vers le solstice d'hiver ou du côté de E ; telles sont en effet les circonstances que M. Bradley avoit observées (796).

799. Le premier effet général de la nutation, celui qui est le plus facile à appercevoir, est le changement de l'obliquité de l'écliptique; cet angle augmente de 9" quand le nœud ascendant de la lune est dans le Bélier; puisqu'alors le pole est en A , & que la distance des poles EA devient plus grande de 9" que quand le nœud est dans la Balance. L'obliquité de l'écliptique étoit en 1764 de $23^{\circ} 28' 15''$: elle n'étoit en 1755 que de $23^{\circ} 28' 5''$, non-seulement elle n'a

pas diminué de $8''$ comme elle auroit dû faire (758); mais elle a augmenté de $10''$, ce qui fait $18''$ de plus pour le seul effet de la nutation, qui est égal à AC .

Quand le pôle de la terre est arrivé de A en O , l'obliquité de l'écliptique est EO ou EH , & la nutation se trouve égal à PH ; l'arc AO ou l'angle APO est égal à la longitude de du nœud, & PH en est le cosinus; or $PH = 9'' \sin. OB$ ou $9'' \cos. AO$; donc la nutation $PH = -9'' \cos. \text{nœud}$, ou $9''$ multipliées par le cosinus de la longitude du nœud de la lune. Cette nutation doit seretrancher de l'obliquité moyenne ou uniforme, tant que le nœud de la lune est entre 3 & 9 signes; elle s'ajoute dans le premier & le quatrieme quart de la longitude du nœud.

La nutation change également les longitudes, les ascensions droites & les déclinaisons des astres; il n'y a que les latitudes qu'elle n'affecte point, puisque le pôle E de l'écliptique est immobile dans la théorie de la nutation: l'hypothèse précédente suffit pour calculer ces changements; car il ne s'agit que de prendre O pour le pôle de l'équateur, EO pour colure des équinoxes au lieu de EP ; du point O considéré comme pôle du monde, l'on tire un arc OS vers une étoile S , alors OS est le complément de sa déclinaison, l'angle SEO le complément de sa longitude, l'angle SOE le complément de son ascension droite, l'arc SE le complément de sa latitude; c'est la seule quantité qui ne varie point dans le triangle ESP , qui devient le triangle ESO ; il est aisé de calculer par la trigonométrie sphérique toutes ces variations, dès qu'on connoît la position du colure EO , par rapport au colure moyen EP qui auroit lieu sans le phénomène de la nutation.



L I V R E V I I I.

De la Figure de la Terre.

800. **O**N a vu dans le premier Livre la méthode par laquelle on a trouvé la grandeur de la terre (39) ; mais les anciens étoient peu certains de leurs mesures ; suivant les dimensions rapportées dans Pline, le degré de la terre étoit de 100 stades , & les stades de Pline avoient 91 toises $\frac{3}{4}$, ainsi le degré étoit de 66000 toises ; suivant d'autres , on n'en trouvoit que 8999 (art. 39). Par des mesures faites vers l'an 830 , par ordre du Calife Almamon , le degré se réduisoit à 47000 toises. Fernel en 1550 avoit trouvé 56746 toises, Snellius en 1617 , 55021 , Norwood en 1635 , 57424 , & Riccioli , 62900 toises ; telle étoit l'incertitude de nos connoissances à cet égard , lorsque l'Académie des Sciences entreprit de connoître la véritable grandeur de la terre en mesurant un degré au milieu de la France. Il eût été long & difficile de mesurer toise à toise , d'un bout à l'autre un espace de 25 lieues, quoique cela se soit fait dans l'Amérique septentrionale (*Phil. trans.* 1768). M. Picard aima mieux employer la trigonométrie , & se contenta de mesurer avec soin un espace de deux lieues , du chemin de Villejuive à Juvisy, qui étoit déjà pavé en droite ligne : & il en conclut tout le reste par des triangles. Depuis ce temps , l'Académie a fait élever à Villejuive & à Juvisy , deux pyramides , dont les axes sont exactement à 5717 toises l'un de l'autre , suivant la mesure que nous avons faite en 1756.

801. La toise qui nous a servi pour cette opération , est déposée au cabinet de l'Académie , & l'on en a envoyé des modeles exacts dans toutes les généralités du Royaume , afin qu'il n'y eût plus à l'avenir de difficultés , sur la véritable toise de France , comme il y en avoit eu jusqu'à pré-

sent, & comme il y en a même en Angleterre ; où l'on n'est pas encore convenu d'une mesure certaine ; la toise de l'Académie est de toutes les mesures de l'Univers la mieux constatée, & la plus célèbre dans tous les pays où il y a des savants. J'ai donné dans la *Connoissance des temps*, pendant plusieurs années, une table des mesures étrangères comparées avec la nôtre.

802. Le premier triangle formé par M. Picard sur la base de Ville-juive, se terminoit au clocher de Brie-comte-Robert ; le second avoit pour base la distance de Ville-juive à Brie-comte-Robert, & se terminoit à la tour de Montlhéry ; ce second triangle lui fit trouver la distance de Brie à Montlhéry $13\,121\frac{1}{2}$ toises. En continuant ainsi de triangle en triangle, il parvint jusqu'au clocher de Notre-Dame d'Amiens, qui est plus septentrional que la façade méridionale de l'observatoire de 60390 toises (*Méridienne vérifiée*, p. 46 & 50), mais dont la latitude est aussi plus avancée de $1^{\circ} 3' 9''$; ce qui donne pour la longueur d'un degré juste 57069 toises. La 2^e partie de ce degré est ce que l'on est convenu assez généralement d'appeller une lieue ; la lieue est donc de 2283 toises, en sorte que la circonférence entière de la terre est de 9000 mille lieues, chacune de 2283 toises. Les lieues marines sont de 20 au degré ou 2853 toises, on les compte ainsi sur la mer pour que 3 minutes qui sont trois milles marins d'Angleterre & d'Italie fassent une lieue marine de France, & que les Navigateurs de tous les pays puissent s'entendre plus aisément.

DE LA FIGURE DE LA TERRE, ET DE SON APPLATISSEMENT.

803. LE DEGRÉ mesuré par M. Picard, entre Paris & Amiens, suffisoit pour connoître la grandeur de la terre entière, en la supposant sphérique ; mais si la terre n'est pas ronde, & qu'elle soit plus convexe dans une partie de sa circonférence que dans l'autre, les 360 degrés doivent être différents entr'eux, & celui des environs de Paris ne sera

plus la 360° . partie de la circonférence de la terre ; ce fut pour s'en assurer que l'Académie des Sciences de Paris songea en 1683 à se procurer la mesure de plusieurs degrés sous différentes latitudes , afin de voir si ces degrés étoient égaux , comme ils devoient l'être en supposant la terre sphérique.

804. Je ne fais pas à qui l'on dut la première conjecture qui donna naissance à toutes ces recherches ; je trouve seulement que M. Picard , dans l'article IV de sa mesure de la terre , publiée en 1671 , parle d'une conjecture *qui avoit déjà été proposée dans l'assemblée , que supposé le mouvement de la terre , les poids devoient descendre avec moins de force sous l'équateur que sous les poles* , & M. Picard observe que de là il résulteroit une différence sur les pendules qui battent les secondes , & qui iroient plus vite là où il y auroit plus de pesanteur , ou moins de force centrifuge. Il ajoute qu'on a fait à Londres , à Lyon & à Bologne en Italie quelques expériences , d'où il semble qu'on pourroit conclure que les pendules à secondes doivent être plus courts à mesure qu'on avance vers l'équateur , mais qu'on n'est pas suffisamment informé de la justesse de ces expériences pour en conclure quelque chose ; d'ailleurs , dit-il , on doit remarquer qu'à la Haye , où la hauteur du pole est plus grande qu'à Londres , la longueur du pendule exactement déterminée par le moyen des horloges a été trouvée la même qu'à Paris.

805. On ne savoit donc encore rien de positif en 1671 , sur la figure de la terre & sur la diminution du pendule sous l'équateur ; mais la même année M. Richer fut envoyé à Cayenne (742) , & parmi les objets de son voyage nous voyons qu'il étoit chargé par l'Académie d'observer la longueur du pendule à secondes. Dans le chapitre X des observations qu'il fit imprimer à son retour , il donne un article exprès sur la longueur du pendule , & il dit que c'est l'une des plus considérables observations qu'il ait faites. “ La même „ mesure qui avoit été marquée en Cayenne sur une verge „ de fer suivant la longueur qui s'étoit trouvée nécessaire „ pour faire un pendule à secondes de temps , ayant été

„ apportée en France, & comparée avec celle de Paris, leur
 „ différence a été trouvée d'une ligne & un quart, dont
 „ celle de Cayenne est moindre que celle de Paris, laquelle
 „ est de 3 pieds 8 lignes $\frac{3}{4}$; cette observation a été réitérée
 „ pendant dix mois entiers, où il ne s'est point passé de se-
 „ maine qu'elle n'ait été faite plusieurs fois avec beaucoup
 „ de soin. Les vibrations du pendule simple dont on se servoit
 „ étoient fort petites, elles duroient fort sensibles jusqu'à
 „ 52 minutes de temps, & ont été comparées à celle d'une
 „ horloge très-excellenté dont les vibrations marquoient les
 „ secondes de temps „ (*Recueil d'observations faites en plu-*
sieurs voyages, in-fol. 1693). D'ailleurs le pendule de l'hor-
 loge de M. Richer qui battoit les secondes à Paris, retar-
 doit à Cayenne de 2 minutes par jour; ce qui prouvoit que
 la pesanteur de la lentille étoit moindre à Cayenne, & que
 la lentille y descendoit vers la terre avec moins de vitesse
 (*Regia scient. academie historia, L. 1*).

806. Depuis ce temps-là on a observé la longueur du
 pendule en divers pays, & l'on a trouvé les quantités sui-
 vantes en pouces, lignes, & centiemes de lignes.

Sous l'équateur à 2434 toif. de hauteur (M. Boug. fig. de la t. p. 342).	36	6	70
Sous l'équateur à 1466 toises, par le même.	36	6	83
Sous l'équateur au niveau de la mer, par le même.	36	7	07
A Portobelo latit. 9° 34', par le même.	36	7	16
Au petit Goave dans l'isle de S. Domingue 18° 27', par le même.	36	7	33
Au Cap de Bonne-Espérance 33° 55' (Mém. Acad. 1751, p. 438).	36	8	07
A Geneve 46° 12'; par M. Mallet, avec le pendule invariable .	36	8	17
A Paris 48° 50' (Mém. Acad. 1734), par M. de Mairan. . .	36	8	52
Par M. Bouguer, après les réductions faites.	36	8	67
A Leyde 52° 9', par M. Lulofs.	36	8	71
A Pétersbourg 59° 56', par M. Mallet.	36	8	97
A Pello 66° 48' (M. de Maupertuis, fig. de la terre; p. 180).	36	9	17
A Penoi en Laponie 67° 4', par M. Mallet.	36	9	17

807. Ainsi la premiere expérience qui prouva démonstra-
 tivement que la terre tournoit sur son axe; fut celle du
 pendule en 1672. Huygens soupçonna dès-lors qu'en vertu
 de la force centrifuge qui rendoit la pesanteur des corps sous
 l'équateur moindre qu'à Paris (1011), il pouvoit très-bien
 se faire que les parties de la terre y fussent aussi plus relevées
 & plus éloignées du centre, ce qui devoit donner à la terre

la figure d'un sphéroïde applati vers les poles, le disque de Jupiter, dont M. Cassini avoit déjà observé l'applatissement, même avant l'année 1666, étoit une grande raison de croire aussi la terre applatie; comme il le dit lui-même, (*Mém. Acad.* 1701, page 180).

808. Voyons donc la maniere dont les Astronomes pouvoient s'assurer de cet applatissement, par la mesure des degrés de la terre sous différentes latitudes. Si la terre n'est pas ronde, la mesure de ses degrés doit se faire autrement que sur le globe. Soit $EPQO$ (*fig.* 100) la circonférence applatie de la terre; $EDFQ$ celle d'un cercle circonscrit, & qui a le même diamètre ECQ ; ayant pris un arc DF de ce cercle, qui soit $\frac{1}{360}$ de la circonférence entière, c'est-à-dire, un degré, l'angle DCF sera aussi d'un degré; mais l'arc GH de la terre n'est point ce qu'on doit appeller un degré de la terre, quoiqu'il soit compris entre les lignes DGC & FHC qui font un angle d'un degré au centre de la terre.

809. Je supposerai d'abord comme un principe d'hydrostatique démontré par l'expérience & par le raisonnement que la pesanteur agit toujours perpendiculairement à la surface de la terre, quelle que soit sa figure. Les niveaux à bulle d'air, les niveaux d'eaux, les niveaux formés par un fil à plomb, donnent toujours le même résultat dans les nivellements, cela prouve que le fil à-plomb est exactement perpendiculaire à la surface de l'eau qui marque la surface de la terre, & qui prend nécessairement la figure que la gravité donne à la terre. Les eaux de la mer ont toujours été nécessairement disposées perpendiculairement à la direction de la pesanteur; car du premier instant où elles auroient pu ne l'être pas, elles auroient coulé du côté où la pesanteur inclinoit; elles seroient venu chercher l'équilibre, qui ne peut avoir lieu que quand la pesanteur est exactement perpendiculaire à la surface de l'eau, & n'a aucune action latérale.

810. Le fil à-plomb qui, dans nos instruments, marque la ligne du zénith, & auquel nous rapportons les hauteurs des astres, est donc perpendiculaire à la surface de la terre; & si un observateur en P (*fig.* 101), par exemple, à Paris,

voit une étoile, comme la Claire de Persée, passer au méridien précisément par le zénith; il la verra sur la ligne BPZ , qui est perpendiculaire à la surface de la terre, & qui ne va point se diriger au centre C de la terre, à moins que la terre ne soit parfaitement sphérique. Un autre observateur situé en A , par exemple, à Amiens, voit une étoile sur un rayon AS , qui est parallèle à PZ , à cause de la grande distance des étoiles, cette étoile paroît éloignée de sa verticale XAB d'un angle SAX . Si avec les instruments exacts qu'on emploie à ces observations, on trouve que la Claire de Persée passe à un degré du zénith d'Amiens, il s'ensuit que l'angle SAX est d'un degré, ainsi l'angle PBA qui est égal à SAX sera aussi d'un degré, dans ce cas-là, nous dirons que l'arc AP de la terre, compris entre Paris & Amiens, est un degré de la terre; d'où résulte la définition suivante.

811. LE DEGRÉ du sphéroïde terrestre (quelle que soit sa figure) est l'espace qu'il faut parcourir sur la terre pour que la ligne verticale ait changé d'un degré. Ainsi les degrés que nous mesurons par observation, sont des angles B qui n'ont point leur sommet au centre C de la terre, mais au point de concours des verticales ZPB & XAB perpendiculaires à la terre en A & en P , c'est-à-dire, aux deux extrémités du degré. Cette manière de concevoir & de mesurer les degrés nous est donnée par la nature même, à cause du fil à plomb qui s'emploie nécessairement dans les observations, & qui seul peut nous faire trouver les distances des étoiles au zénith, & par conséquent les degrés de la terre.

812. Il suit de cette définition que dans les endroits les plus aplatis de la terre les degrés doivent être les plus longs; en effet, plus un arc PA (fig. 120.) aura de convexité ou de courbure, l'angle F étant toujours supposé d'un degré, plus cet arc PA sera court; si au lieu de PA nous prenons l'arc PD , plus convexe & plus courbe que PA , DG étant parallèle à AF , & l'angle PGD d'un degré, aussi-bien que PFA , cet arc PD sera plus court,

quoiqu'il ait la même amplitude, c'est-à-dire, qu'il soit aussi d'un degré; sa longueur en toises sera plus petite que celle de *PA*. Dans une ellipse & dans toutes les courbes qui lui ressemblent, la courbure est la plus grande au sommet du grand axe, & la moindre au sommet du petit axe; donc si la terre est aplatie vers les poles, l'arc d'un degré aura plus de longueur, renfermera un plus grand nombre de toises à mesure qu'on approchera des poles où l'applatissement est le plus grand.

813. Il suffisoit donc de mesurer l'étendue d'un degré, à différentes distances des poles, pour juger si la terre étoit ronde : En conséquence de l'Académie obtint en 1683 des ordres du Roi pour continuer la méridienne de Paris, au nord & au Sud, depuis l'Océan jusqu'à la Méditerranée; M. Cassini partit pour aller au Midi, accompagné de MM. Sedileau, Chazelles, Varin, Deshaies & Pernim; M. de la Hire alla au Nord de Paris avec MM. Potenot & le Fevre. L'ouvrage avançoit lorsqu'il fut suspendu tout-à-coup par la mort du grand Colbert arrivée le 6 Sept. 1683.

814. Ce travail ne fut repris qu'en 1700; mais comme il ne s'étendoit pas au delà du Royaume, & que la différence d'un degré à l'autre est très-petite, on disputa jusqu'en 1733 sur l'inégalité des degrés. M. de la Condamine représenta pour lors qu'on leveroit toute difficulté & de la façon la plus sûre, en mesurant un degré aux environs de l'équateur; par exemple, à Cayenne: il s'offrit de l'entreprendre lui-même. En 1734, M. Godin lut aussi un Mémoire sur les avantages qu'on pourroit tirer d'un voyage à l'équateur, qu'il offrit d'entreprendre avec M. de Fouchy. M. de Maurepas, Ministre d'état, fit agréer au Roi ce voyage que MM. Godin, de la Condamine & Bouguer entreprirent effectivement. Ces trois Académiciens partirent au mois de Mai 1735; peu après leur départ M. de Maupertuis représenta à M. le Comte de Maurepas qu'on détermineroit avec une précision bien plus grande l'inégalité des degrés, & par conséquent la figure de la terre, si l'on alloit mesurer aussi un degré dans le nord, le plus loin qu'il seroit possible.

de l'équateur; l'Académie reçut les ordres du Roi, & choisit pour ce voyage du Nord MM. de Maupertuis, Clairaut, &c.; ils partirent en 1736 pour la Suede, & ils arriverent à Torneo vers la fin de l'hiver.

815. Cette entreprise fut exécutée avec autant de promptitude que de soin; car l'année suivante le 13 novembre 1737, dans l'assemblée publique de l'Académie des Sciences, M. de Maupertuis lut un Discours qui contenoit la relation & le résultat de ce voyage célèbre, comme il en avoit lu 18 mois auparavant le motif & le projet; cette relation est imprimée dans son Livre qui a pour titre : *La Figure de la Terre, &c.*, où l'on voit que le degré du méridien qui coupe le cercle polaire est de 57422 toises, plus grand de 353 toises que le degré de Paris. Cette augmentation forma dès lors une démonstration complete de l'applatiffement de la terre.

816. Les trois Académiciens envoyés au Pérou trouverent plus de difficultés dans leur mesure, & y employèrent plus de temps; ce ne fut qu'en 1741 qu'elle fut terminée. Ils trouverent que le premier degré du méridien étoit de 56750 toises (*Mesure des 3 prem. degrés du méridien dans l'hémisphere austral, &c.* par M. de la Condamine). Ce fut une nouvelle confirmation de la diminution des degrés en allant vers le midi, & de l'applatiffement en allant vers le nord. Cet applatiffement de la terre est aussi confirmé par la diminution du pendule (805), par la figure de Jupiter dont on voit que le disque est sensiblement applati; il est d'ailleurs une suite du mouvement de la terre sur son axe, & de la force centrifuge qui tend à soulever les parties de l'équateur (1010).

817. Newton & après lui Maclaurin & Clairaut, dans la Théorie de la figure de la terre, ont démontré qu'en supposant la terre homogène & fluide, elle a dû prendre une figure elliptique & aplatie de $\frac{2}{35}$; la différence des degrés que nous venons de rapporter est un peu plus considérable; mais plusieurs autres degrés mesurés en Allemagne, en Italie, au Cap de Bonne-Espérance & en Amérique; nous persuadent que l'applatiffement n'est pas

plus considérable ; il est peut-être encore moindre ; & le P. Boscovich ne le trouve que de $\frac{1}{311}$, en corrigeant tant soit peu les différents degrés pour les concilier ensemble , suivant les regles de la probabilité.

818. Quand on suppose la terre elliptique on peut , avec deux degrés mesurés à des latitudes quelconques, trouver l'applatissment. Si l'on suppose que N & M soient les deux degrés , & que s & t soient les sinus des latitudes géographiques vers le milieu de ces deux degrés , on aura pour la fraction qui exprime l'applatissment , $\frac{N-M}{3M(ss-tt)}$ (*Mém. de l'Acad.* 1735). Si le degré M se trouve mesuré sous l'équateur même , on aura $s=0$, & $\frac{N-M}{3Ms}$ pour l'applatissment cherché. Cette expression fait voir que dans l'hypothese de la terre elliptique , les accroissements des degrés sont à très-peu près comme les carrés des sinus des latitudes , car $N-M$ est proportionnel à ss , dès que la fraction $\frac{N-M}{3Ms}$ est constante.

Si l'un des degrés M étant situé sous l'équateur , l'autre degré N se trouve exactement au pôle , l'on aura $\frac{N-M}{3M}$ pour l'applatissment ; ainsi la différence des diametres de la terre n'est que le tiers de celle des degrés ; par exemple , les deux degrés extrêmes différant entre eux de $\frac{1}{11}$, les diametres de la terre ne différeront que de $\frac{1}{33}$.

819. En substituant dans cette formule les degrés mesurés en France & au Pérou, M de la Condamine trouve que l'applatissment de la terre est de $\frac{1}{304}$; mais en y substituant le degré du Nord & celui du Pérou , il ne trouve que $\frac{1}{210}$. Cette différence de résultat fait croire que la terre n'a pas une figure régulièrement & parfaitement elliptique , ou qu'il y a dans les degrés mesurés quelque imperfection ou quelque autre raison d'inégalité , sans quoi l'on auroit le même degré d'applatissment , par ces deux différentes comparaisons ; le P. Boscovich on a conclu que le degré du Nord étoit un peu trop grand.

820. Quand on a trouvé le degré d'applatissment , il est facile de calculer l'angle de la verticale avec le rayon de la terre sous une latitude quelconque. Supposons le demi-petit axe CF (*fig.* 101) $= 1$, le demi-grand axe $= 1 + \beta$, la lettre β exprimant la fraction de l'applatissment ; le carré de $1 + \beta$ sera $1 + 2\beta$, car à cause de la petitesse de β l'on peut négliger le terme β^2 ; soit l'abscisse $CM = x$, la sous-normale MK sera $= x$, $\frac{1}{1+2\beta}$ par la propriété de l'ellipse $= x(1-2\beta)$ en négligeant encore les termes suivans ; donc $CK = 2\beta x = 2\beta \cos. \text{latit.}$ La petite perpendiculaire KD abaissée sur $CO = CK$. $\sin. KCD = CK \sin. \text{latit.} = 2\beta \cos. \text{lat.} \sin. \text{lat.} = \beta \sin. 2 \text{ lat.}$ & le sinus de

l'angle KOD , $= \frac{DK}{DO}$ ou $\frac{DK}{CO} = \rho \sin.^2 \text{ lat.}$ Nous supposons OD

sensiblement égal au demi-petit axe, car il n'en diffère que d'une quantité qui n'introduiroit rien de sensible dans cette formule. C'est ainsi que l'on peut calculer la seconde colonne de la table suivante ou les angles tels que COK formés par le rayon CO , & par la ligne verticale OK perpendiculaire à la surface en supposant $\frac{1}{230}$ d'applatissement.

821. On démontre par les mêmes principes que dans l'hypothèse de la terre elliptique, les excès des rayons de la terre sur le petit axe sont comme les carrés des sinus des latitudes; par exemple, que OA (fig. 100) est à KM , comme le carré du sinus total est au carré du sinus de l'arc EL , en supposant toujours les différences des degrés extrêmement petites. En effet, par la propriété de l'ellipse $OA:KL::CA:BL$ ou $\rho:KL::1:\sin. \text{ lat.}$; donc $KL = \rho \sin. \text{ lat.}$, mais à cause des triangles semblables BKC , MKL , on a $KL:KM::CK:BK$, ou $\rho \sin. \text{ lat.}:KM::1:\sin. \text{ lat.}$. Donc $KM = \rho \sin.^2 \text{ latit.}$ c'est-à-dire, que la différence entre le rayon de l'équateur, & le rayon CK pour une latitude donnée, est égal à l'applatissement multiplié par le carré du sinus de la latitude. C'est sur ce principe que sont calculés les nombres de la Table ci-jointe qui sont les augmentations de la parallaxe de la lune à différentes latitudes, dépendantes de l'inégalité des rayons CE , CP . Ainsi la parallaxe horizontale de la lune sous le pôle, qui a pour base CP étant supposée de $60' 0''$ ou de $3600''$. On voit dans cette Table qu'à 50° de latitude il faut y ajouter $6'' \frac{1}{2}$ pour avoir la parallaxe qui convient au rayon CG sous cette latitude; & l'angle de la verticale avec le rayon de la terre sous cette latitude est de $14' 44''$. On se sert de cet angle pour corriger les distances au zénith observées & pour les réduire au centre de la terre.

latit.	angles de la vertic.	augm. de la paral.
00	0' 0''	15' 8
10	5' 6''	15' 3
20	9 36	13, 9
30	12 58	11, 8
40	14 44	9, 2
42	14 52	8, 7
44	14 58	8, 2
46	14 58	7, 6
48	14 52	7, 0
50	14 44	6, 5
55	14 4	5, 2
60	12 58	4, 0
65	11 26	2, 8
70	9 36	1, 9
80	5 6	0, 5
90	0 0	0, 0

822. On a remarqué dans les accroissements des degrés, en allant de l'équateur vers les pôles, quelque irrégularités qui viennent peut-être des circonstances locales, plus que de l'irrégularité de la terre: on trouve, par exemple, que le degré mesuré en Italie est plus petit, & que celui du Cap est plus grand qu'il ne devroit être suivant la loi établie par les trois degrés, mesurés sous l'équateur, en France & au cercle polaire; mais une partie de cette différence peut venir de l'attraction latérale des montagnes sur le fil à-plomb. Par les observations que M. Bouguer & M. de la

Condamine

Condamine firent avec grand soin en 1737 au Pérou, près de la montagne de Chimborazo, le fil à-plomb étoit détourné de 8" par la masse de cette montagne. On a éprouvé de semblables effets dans les Pyrénées, dans les Alpes & dans l'Apennin.

823. Si l'on suppose elliptique la figure de la terre, que l'on décrive un sphéroïde sur les deux diamètres de la terre, dont l'un est de 6562024 toises ou de $2874\frac{2}{3}$ lieues, l'autre de 6525376 toises ou $2858\frac{2}{3}$ lieues, son volume ou la solidité sera 12366044000 lieues cubés, la surface de ce sphéroïde seroit de 25858089 lieues carrées, d'où il est aisé de conclure la surface de chaque zone (139).

Pour avoir une idée de la masse ou du poids total de la terre , supposons qu'elle soit composée intérieurement d'une matière à peu près analogue à l'argille, dont le pied cube pèse environ 140 livres ; la toise cube pesera 30240 livres , la lieue cube 359775200000000 , & le poids de la terre entière sera 4448994000000000000000000000 livres , ce nombre étant composé de 25 chiffres. Si l'on vouloit pousser le calcul jusqu'à avoir le nombre de grains de sable dont cette masse est composée ; chaque grain de sable sensible ne peut avoir moins d'un vingtième de ligne , on trouveroit qu'il doit y avoir en tout dans la masse du globe terrestre....
7591212000000000000000000000000000 grains de sable , ce nombre étant composé de 33 chiffres.

824. L'abaissement du niveau vrai par rapport au niveau apparent est l'effet le plus connu de la courbure de la terre. Si la ligne AH (fig. 92) est horizontale, & qu'à une distance AO il y ait une montagne OH , on ne verra du point A , que le sommet H de la montagne sur la ligne horizontale AH , & OH est l'abaissement du niveau vrai O par rapport au niveau apparent H . Il est aisé de calculer OH , ou CH , puisqu'on connoît le rayon CA de la terre & l'arc AO de la terre ou l'angle ACO . Cette courbure OH est d'un pied pour 1050 toises, ou, ce qui est plus aisé à retenir, elle est d'une aune pour une lieue (3 pieds 8 pouces pour 2000 toises); mais elle augmente comme le carré des distances (988), &

à 4000 toises elle est de 14 pieds 8 pouces. C'est ce qui détermine la distance de l'horizon sensible (12) du moins en pleine mer ; car si l'observateur est en H , la ligne HA va toucher la mer à l'extrémité de l'horizon sensible ; & il varie à raison de la hauteur OH .

L I V R E IX.

Des Satellites de Jupiter & de Saturne.

LES Satellites de Jupiter sont quatre petites planetes qui tournent autour de Jupiter, comme nous l'avons indiqué dans la figure 42 ; Galilée les appelloit *Medicea Sydera* ; Hévélius les nommoit *Circulatores Jovis*, *Jovis comites* ; ils servent continuellement aux Astronomes pour déterminer les différences de longitudes entre les différents pays de la terre (54) ; il importoit donc beaucoup d'avoir une théorie sûre & exacte de leurs mouvements, & plusieurs Astronomes y ont travaillé avec la plus grande assiduité.

825. Les quatre satellites de Jupiter furent aperçus par Galilée le 7 janvier 1610, peu après la découverte des lunettes d'approche ; Simon Marius prétendit les avoir vus dès le mois de novembre précédent ; Cassendi assure dans la vie de M. de Peiresc, que celui-ci fut un des premiers après Galilée & Reineri, qui entreprit conjointement avec Morin, de réduire en tables les mouvements des satellites. Mais on n'eut de tables un peu exactes des mouvements des satellites qu'en 1668, par M. Cassini. Celles dont nous nous servons aujourd'hui pour calculer les éclipses des satellites de Jupiter, sont de M. Wargentin ; il en avoit donné une première édition en 1746 dans les Mémoires d'Upsal, ses nouvelles tables sont imprimées dans mon *Astronomie*.

826. La première chose qu'on doit faire pour construire les tables, est de déterminer les temps des révolutions ; on

pourroit y parvenir en observant plusieurs fois le moment où chaque satellite paroîtroit en conjonctions vues de la terre; pourvu qu'elles soient les mêmes que les conjonctions vues du soleil; il faut donc choisir pour déterminer ces révolutions, les conjonctions des satellites qui arrivent quand Jupiter est en opposition; car alors si le satellite passe au dessus, ou au dessous du disque de Jupiter, le moment où il répond au centre de Jupiter est celui de la conjonction vue du soleil & vue de la terre. On a encore d'une manière plus facile & plus commode les conjonctions vues du soleil, par le moyen des éclipses; car lorsqu'un satellite est au milieu de l'ombre que Jupiter répand derrière lui, il est évident que le satellite est en conjonction avec Jupiter, puisqu'il est sur la ligne menée du soleil à Jupiter. L'intervalle d'une éclipse à l'autre sera la durée d'une RÉVOLUTION SYNODIQUE (557); c'est à-dire, d'une révolution par rapport au soleil; & ce sont presque les seules révolutions dont on fasse usage. On a soin de comparer entre elles des conjonctions très-éloignées, pour mieux compenser les inégalités des satellites, celles de Jupiter, & les erreurs inévitables dans les observations; on trouvera ces révolutions calculées avec le plus grand soin, à l'art. 860, & telles que M. Wargentin les a déduites des observations les plus récentes.

827. LA RÉVOLUTION PÉRIODIQUE est le retour d'un satellite au même point de son orbe, ou au même point du ciel vu de Jupiter, après avoir fait 360° ; cette révolution périodique est un peu plus courte que la révolution synodique; car elle ne le rameneroit pas jusqu'à l'ombre de Jupiter qui pendant ce temps-là s'est avancé lui-même, d'une certaine quantité dans son orbite, tout ainsi que nous l'avons expliqué pour la lune (557). Nous ne parlerons gueres que des révolutions synodiques; ce sont les seules que nous puissions immédiatement observer, & celles dont dépendent les éclipses qui sont aujourd'hui les seules choses que l'on observe; cependant on trouvera dans la table des éléments (860), les révolutions périodiques des quatre satellites par rapport au équinoxes. Pour avoir les révolutions périodi-

ques par le moyen des révolutions synodiques observées, il faut faire la proposition suivante ; 360° plus le mouvement de Jupiter, pendant une révolution synodique, sont à la durée de cette révolution synodique observée, comme 360° seulement sont à la durée de la révolution périodique.

828. Connoissant les révolutions des satellites, il faut aussi connoître leurs distances par rapport au centre de Jupiter, en les mesurant dans le temps de leur plus grande élongation, avec un micrometre; il suffit même de mesurer la distance d'un seul, les autres distances se calculent aisément par le rapport constant qu'il y a entre les carrés des temps & les cubes des distances (830).

C'est ainsi qu'on a trouvé les distances ou les élongations, telles que je les ai rapportées, dans la table de l'article 860. Celle du 4^e satellite a été trouvée par M. Pound de $8' 16''$ avec un micrometre appliqué à une lunette de 15 pieds, & celle du 3^e satellite de $4' 42''$ avec une lunette de 123 pieds. Les deux autres ont été conclues par le calcul, de $2' 56'' 47'''$, & $1' 51'' 6'''$. (Newton, Liv. III.)

Comme il est plus commode d'exprimer ces distances en demi diametres de Jupiter, & en centiemes de ce même rayon, c'est aussi la forme que l'on emploie; on trouvera ces distances dans la table des éléments (860), telles qu'elles furent déterminées par M. Cassini; par exemple, la distance du premier satellite est de 5, 67, c'est-à-dire, 5 demi-diametres de Jupiter, & 67 centiemes, ou deux tiers. On en déduiroit aisément leurs distances réelles, car le diametre de Jupiter est environ onze fois plus grand que celui de la terre. Il suffiroit donc de multiplier par 11 les distances que nous donnons en demi-diametres de Jupiter, pour les avoir en demi diametres de la terre, ou par 16132 pour les avoir en lieues.

829. Le diametre de Jupiter vu du centre du soleil dans ses moyennes distances au soleil, ou vu de la terre dans ses moyennes distances à la terre, est de $37'' \frac{1}{4}$, son demi diametre est donc $18'' \frac{1}{2}$. Si l'on multiplie cette quantité par les distances exprimées en demi-diametres de Jupiter, on aura ces mêmes distances en minutes & en secondes, telles qu'on

les observe quand Jupiter est dans les moyennes distances à la terre ; mais elles peuvent augmenter ensuite ou diminuer d'un cinquieme à cause de la distance de Jupiter , plus ou moins grande par rapport à la terre. Les distances des satellites en minutes & en secondes , peuvent servir à comparer les distances de ces satellites avec celles des planetes au soleil ; supposons , par exemple , qu'on veuille prendre la distance de Vénus au soleil pour unité , ou pour échelle commune , & qu'on demande la distance du quatrième satellite par rapport au centre de Jupiter ; on fera cette proportion : la distance de Vénus au soleil 723 (art. 450) , est à celle de Jupiter comme 1 est à 7 , 1903 distance de Jupiter au soleil ; on dira ensuite le rayon est au sinus de $8^{\circ} 16''$, élongation du satellite , comme 7 , 1903 est à 0 , 01729 , distance du satellite , en parties de celle de Vénus ; nous en ferons usage sous cette forme-là (1020).

830. En comparant les distances des satellites avec les durées de leurs révolutions périodiques , on remarqua bientôt que la loi de Képler (469) y étoit observée , aussi bien que dans les planetes. En effet , si l'on prend le carré de $1j\ 18^h\ 28'$, & celui de $16j\ 16^h\ 32'$, ou plus exactement les temps périodiques du premier & du 4^e. satellite par rapport aux étoiles fixes ; & si l'on prend aussi les cubes de leurs distances 5 , 67 & 25 , 30 , on aura (en ne prenant que les premiers chiffres) , les nombres 6642 , 5775 , 1820 , 1619 , qui sont véritablement en proportion.

831. Les révolutions des satellites étant additionnées successivement jusqu'à ce qu'elles forment des nombres semblables , on trouve à peu près les périodes suivantes.

247 révolutions du I.	font	437j	$3^h\ 44'$
123 révolutions du II.	font	437	$3^h\ 42'$
61 révolutions du III.	font	437	$3^h\ 36'$
26 révolutions du IV.	font	435	$14^h\ 16'$

832. Ainsi dans l'intervalle de 437 jours , les 3 premiers satellites reviennent à une même situation entre eux , à 8' près ; cette période nous servira quand nous parlerons des

attractions réciproques des satellites (845) & des inégalités qui en résultent, sur-tout dans les trois premiers.

Inégalités des Satellites.

833. La plus grande inégalité qu'on ait remarquée dans les révolutions des satellites, par rapport au disque de Jupiter, est celle qui est produite par la parallaxe annuelle (441); soit S le soleil (fig. 103); I le centre de Jupiter, B un satellite en conjonction sur la ligne des centres, ou sur l'axe de l'ombre, T le lieu de la terre, TIG le rayon mené de la terre par le centre de Jupiter; l'angle TIS égal à l'angle BIG est la parallaxe annuelle de Jupiter, qui peut aller à 12° ; il faut alors que le satellite arrive de B en G & parcoure 12° de son orbite, pour nous paroître en conjonction sur la ligne TIG , quoique sa véritable conjonction soit arrivée au point B ; ces 12° , font $1^h 15'$ de temps pour le premier satellite, $1^h 50'$, $1^h 44'$ & $13^h 24'$ pour les autres; telle est l'inégalité qu'on trouve entre les révolutions des satellites, ou leurs retours observés de la terre, quand on les compare au disque apparent de Jupiter, & qu'on observe les passages des satellites sur ce disque; mais quand on se sert des éclipses pour connoître les révolutions: on n'est point exposé à cette inégalité.

834. Passons aux inégalités qui ont lieu par rapport à la ligne des centres SIB , & qui affectent les retours des satellites à leurs conjonctions, & les intervalles des éclipses. Nous avons supposé dans la recherche des périodes (816), qu'on avoit pris un intervalle de temps assez long pour que les inégalités fussent fondues & compensées; si dans la recherche des révolutions ou des moyens mouvements, on ne prenoit que l'intervalle d'une seule révolution du satellite, le résultat seroit affecté des inégalités de Jupiter, & de celles du satellite; mais si l'on compare des observations éloignées d'une période entière de Jupiter, ou de plusieurs, c'est-à-dire, de 12, de 24 ans, &c. tout sera compensé, & l'on aura exactement le mouvement moyen, abstraction

faite de l'inégalité des retours ; on parvient ensuite à connoître ces équations en comparant entre eux les intervalles des différentes éclipses ; intervalles qui ne different entre eux qu'à raison des inégalités dont il s'agit.

835. La plus grande inégalité dans les retours des conjonctions & des éclipses, est celle qui vient de l'inégalité du mouvement de Jupiter ; car la différence entre le retour d'une conjonction & une révolution périodique complete du satellite, dépend du mouvement de Jupiter vu du soleil, dans cet intervalle de temps, ou de l'arc que le satellite doit parcourir pour revenir à sa conjonction avec le soleil ; ce mouvement est irrégulier, ainsi les éclipses par cela seul ne reviendront point dans des intervalles de temps égaux. L'intervalle entre deux éclipses est égal à une révolution du satellite, plus le temps qu'il lui faut, pour atteindre l'ombre de Jupiter, qui s'est avancée autant que Jupiter lui-même, mais inégalement ; or l'équation de Jupiter étant de $5^{\circ} 34'$, tantôt additive, tantôt soustractive, la somme de tous les petits intervalles dont chaque révolution synodique excède chaque révolution périodique, peut faire une différence de 11° entre deux observations.

836. Soit ABP (fig. 104), l'orbite de Jupiter, S le soleil, F le foyer supérieur de l'ellipse, autour duquel le mouvement de Jupiter est sensiblement uniforme (495) ; supposons un satellite qui dans une période de Jupiter fasse un nombre complet de révolutions périodiques ; que Jupiter ait fait le quart de sa révolution en temps, c'est-à-dire, que l'angle AFB qui exprime l'anomalie moyenne, soit de 90° ; le satellite doit aussi avoir achevé le quart des révolutions périodiques qu'il peut faire pendant une période de Jupiter, & être parvenu au point H qui répond dans le ciel au même point que le lieu moyen de Jupiter ; mais le satellite arrivera en K , où se fait la conjonction avec Jupiter, & sera éclipsé, long-temps avant que d'être arrivé en H ; la différence KH mesure l'angle KBH égal à l'angle FBS , qui est l'équation du centre de Jupiter, c'est-à-dire, $5^{\circ} 34'$, le premier satellite emploie $6^h 39' 25''$ à parcourir

$5^{\circ} 34'$ de son orbite ; ainsi les éclipses que l'on observe devront avancer de $39' 25''$ au bout de 3 ans ; six ans après , lorsque Jupiter sera dans la partie opposée de son orbite elles retarderont d'autant.

837. Pour trouver la quantité de cette équation dans chaque orbite des satellites on fait cette proportion : 360° sont à la durée de la révolution synodique , comme $5^{\circ} 34' 1''$ sont à un quatrième terme qui se trouve de $39' 22''$; $1^h 19' 12''$, $2^h 39' 42''$; & $6^h 12' 59''$. Tel est le fondement de la plus grande inégalité des conjonctions & des éclipses des satellites.

L'inégalité qui dépend de l'excentricité de Jupiter , & que je viens d'expliquer , fut la première que M. Cassini employa dans ses tables pour le calcul des éclipses ; mais il remarqua bientôt qu'elle ne suffisoit pas pour expliquer toutes les différences qui s'observoient entre les retours de ces éclipses. Il employa d'abord dans ses éphémérides certaines équations empiriques , c'est-à-dire , que l'observation lui indiquoit , sans en connoître la loi ni le principe ; & nous en employons encore pour ainsi dire de semblables (840).

838. La première inégalité dont on ait aperçu la véritable cause , est celle qui vient de la propagation successive de la lumière. Soit *S* (fig. 104) le soleil ; *ABP* l'orbite de Jupiter , *T^vR* l'orbite de la terre dont le diamètre *TR* est de 69 millions de lieues ; la lumière que Jupiter nous réfléchit , est un corps dont l'impression doit arriver jusqu'à nous , pour nous faire appercevoir Jupiter & ses satellites ; le mouvement de ce corps ne sauroit être d'une vitesse infinie , il lui faut un certain temps pour arriver de *T* en *R* ; ainsi quand la terre est en *T* , Jupiter étant en opposition , sa lumière arrive plutôt à nos yeux que quand la terre est en *R* , Jupiter approchant de la conjonction ; on observa en effet que les éclipses des satellites arrivoient environ un quart-d'heure plus tard quand la terre étoit vers *R* , que quand elle étoit en *T*.

839. Nous voyons dans l'histoire de l'Académie que le 21 Août 1675 , M. Cassini publia un petit écrit pour annoncer les configurations des satellites , & qu'il y parloit de

la propagation successive de la lumière, sur laquelle M. Romer lut sa dissertation à l'Académie le 22 Novembre suivant; voici les termes de M. Cassini.

“M. Romer expliqua très ingénieusement une de ces inégalités, qu'il avoit observée pendant quelques années dans le premier satellite, par le mouvement successif de la lumière, qui demande plus de temps à venir de Jupiter à la terre lorsqu'il en est plus éloigné, que quand il en est plus près; mais il n'examina pas si cette hypothèse s'accommodoit aux autres satellites qui demanderoient la même inégalité de temps: il m'est arrivé souvent, qu'ayant établi les époques des satellites dans les oppositions avec le soleil, où les inégalités synodiques doivent cesser, & les ayant comparées ensemble pour avoir le moyen mouvement, lorsque je calculois sur ces époques, & sur ce moyen mouvement les éclipses arrivées près de l'une & de l'autre quadrature de Jupiter avec le soleil, le moyen mouvement calculé au temps de ces quadratures s'est trouvé différer d'un degré entier, ou un peu plus, du vrai mouvement trouvé par des observations immédiates; de sorte que les satellites dans les quadratures avoient environ un degré d'équation subtractive à l'égard du mouvement établi dans les oppositions, d'où l'on pouvoit inférer que cette équation seroit doublée dans les conjonctions.”

84c. Cette inégalité étoit sur-tout bien sensible dans le premier satellite; mais la découverte de l'aberration (782) ayant prouvé invinciblement la propagation successive de la lumière, il a été reconnu que cette équation devoit être commune aux 4 satellites. M. Maraldi trouvoit en 1741 que les tables du 3^e. étoient fort rapprochées de l'observation par le moyen de cette équation, & M. Wargentin s'assura en 1746 de cette équation de la lumière, par la comparaison d'un grand nombre d'observations.

84r. La vitesse avec laquelle les rayons de lumière parviennent depuis le soleil jusqu'à nos yeux, est telle que pendant le même temps la terre fait dans son orbite un arc de 20" (787); or la terre décrit un arc de 20" en

$8^h 8' 7'' \frac{1}{3}$ de temps à peu près ; la lumière met donc $8'$ à parvenir du soleil à la terre. Lorsque la terre sera en R , Jupiter étant en conjonction avec le soleil, c'est-à-dire, en A , la lumière mettra pour venir jusqu'à nous $16' 15''$ de plus qu'elle n'en employoit lorsque la terre étoit en T , & Jupiter en opposition dans le point A ; ainsi les éclipses des satellites arriveront $16' 15''$ plus tard dans les conjonctions que dans les oppositions, & dans les autres temps à proportion ; c'est l'objet de l'équation principale de la lumière.

842. On suppose jusqu'ici que Jupiter soit dans ses moyennes distances : mais à cause de l'excentricité de son orbite, Jupiter est quelquefois plus ou moins éloigné du soleil, & la différence des distances est quelquefois égale à la moitié de SR ; en sorte que quand Jupiter en conjonction ou en opposition, est en même temps aphélie, il y a $4' 5''$ de plus que quand il est périhélie ; cette petite équation de la lumière dépend de l'anomalie de Jupiter.

843. La grande équation qui est causée par l'excentricité de Jupiter (335), & les deux équations de la lumière, sont des causes d'inégalités communes à tous les satellites ; mais il y a d'autres équations particulières à chacun d'eux ; on les a reconnues par l'observation ; on en a déterminé les quantités à quelques minutes près, sans en connoître parfaitement la cause, & l'on applique une de ces équations empiriques à chacun des quatre satellites : savoir $3' \frac{1}{2}$ pour le premier, $16' \frac{1}{2}$ pour le 2^e, $8'$ pour le 3^e, & $1^h 0'$ pour le 4^e.

844. La manière de déterminer ces équations particulières à chaque satellite, consiste uniquement à comparer beaucoup d'observations avec le calcul des tables, où l'on a employé les inégalités précédentes ; car alors la différence entre le calcul & l'observation forme l'équation que l'on cherche ; quand on a fait cette comparaison un grand nombre de fois, l'on est en état de former une table de l'inégalité & d'en voir la période.

845. L'équation du premier satellite est de $3' 30''$ de temps, en plus & en moins, ce qui répond à un demi-degré de son orbite ; M. Bradley apperçut en 1719 que dans

les années 1682, 1695 & 1718, c'est-à-dire, environ tous les 12 ans, les éclipses du premier satellite duroient environ $2^h 20'$, tandis que dans l'autre nœud, en 1677 & 1689 ces durées n'étoient que de $1^h 14'$; cette différence paroïssoit prouver que dans le premier cas, le satellite avoit un mouvement plus lent, & se trouvoit par conséquent à une plus grande distance de Jupiter, ce qui indiquoit une excentricité dans son orbite; cependant M. de Bradley regardoit l'attraction des satellites comme étant la principale cause de cette inégalité, & il indiqua la période de 437 jours (*Philos. transf.* 1726). M. Wargentin détermina par les observations la loi & la quantité de cette équation du premier satellite, & il la fit entrer dans ses premières tables publiées en 1746; ce qui leur donna un très-grand degré d'exactitude.

Depuis ce temps-là on a reconnu que toutes les inégalités sensibles du premier satellite sont dues à l'action du second, mais que la plus considérable de toutes est en effet de $3' 30''$ de temps, comme l'a trouvé M. Wargentin, avec une période de 437 jours.

846. Le second satellite est celui de tous qui a les plus grandes inégalités, l'excentricité de son orbite peut bien y entrer pour quelque chose; cependant on approche beaucoup de l'observation par l'équation seule de $16\frac{1}{2}$, dont la période est de 437 jours 20^h , & qui paroît provenir de l'attraction du premier & du troisième satellite. M. Bradley indiqua le premier cette période de 437 jours, en assurant qu'elle ramenoit les erreurs des tables à peu près dans le même ordre. Il ajoutoit cependant que les dernières observations indiquoient encore une excentricité dans cette orbite.

Le troisième satellite est celui dont les inégalités sont les moins connues; il paroît qu'il y en a une qui dépend de son excentricité, & d'autres qui dépendent des attractions du premier, du second & du quatrième; tout cela fait environ $8'$ de temps en plus & en moins: mais on les partage en plusieurs équations dont les périodes sont de

437 jours, de $12\frac{1}{2}$ ans & de 14, pour les ajuster aux observations.

L'inégalité du quatrième satellite qui va jusqu'à 1^h de temps, ne dépend que de l'excentricité de son orbite ; & les attractions des autres satellites n'y sont pas sensibles.

L'Académie ayant proposé, à ma sollicitation, cette matière pour le sujet du prix de 1766, M. de la Grange composa sur l'effet de toutes ces attractions un Mémoire intéressant qui paroîtra bientôt dans le IX^e Volume des Pièces qui ont remporté le prix de l'Académie.

Des Eclipses des Satellites.

847. Les éclipses des satellites sont un phénomène si important pour la géographie, que nous croyons nécessaire d'en développer ici les principales circonstances. La première chose qu'il faut connoître, c'est le *diamètre de l'ombre de Jupiter* en temps, ou la durée du passage de chaque satellite au travers de l'ombre de Jupiter, quand il la traverse par le centre ; la moitié de cette quantité ou le demi-diamètre de l'ombre se trouve dans la table ci-jointe.

1	h	7	55
2	1	25	40
3	1	47	0
4	2	23	0

848. Si les orbites des satellites étoient toujours dans le même plan que l'orbite de Jupiter autour du soleil, chaque satellite seroit éclipsé à toutes ses révolutions, & la demi-durée de chaque éclipse seroit comme dans la table précédente ; mais aussi-tôt qu'on eut observé plusieurs fois ces éclipses, on s'aperçut bientôt que la durée n'en étoit pas toujours égale ; quelquefois le 3^e satellite n'est éclipsé que pendant $1^h 17'$, quelquefois $3^h 34'$. On vit même que le 4^e satellite dans certains temps s'éclipsait à chaque révolution, & qu'après quelques années il passoit au dessus de Jupiter sans être éclipsé. Cela fit juger que les orbites des satellites n'étoient pas couchées dans le même plan que l'orbite de Jupiter ; car si cela eût été, tous les satellites auroient été éclipsés à chaque révolution, & tou-

jours pendant le même temps ; ces différences dans la durée des éclipses sont la seule méthode qu'on emploie pour connoître les inclinaisons des orbites.

849. Il est nécessaire d'expliquer ici la manière dont l'inclinaison des orbites produit l'inégalité dans les durées des éclipses , & suivant quelle loi varie cette durée. Lorsqu'un satellite traverse le cône d'ombre par son centre, il est exactement dans la ligne droite qui joint les centres de Jupiter & du soleil ; ainsi il est dans la commune section de son orbite avec celle de Jupiter, car il se trouve à la fois & dans le plan de son orbite (puisqu'il ne la quitte jamais), & dans celui de l'orbe de Jupiter, puisque la ligne menée du soleil à Jupiter est toujours dans le plan de cette orbite. Le satellite étant alors dans la commune section de son orbite & de celle de Jupiter, il est évident que Jupiter y est aussi ; l'on peut donc alors dire que Jupiter est dans le nœud de son satellite ; ainsi quand Jupiter est au degré de longitude , où répond un des nœuds de l'orbe d'un satellite (vu du centre de Jupiter), le satellite traverse l'ombre par le centre, & la durée de son éclipse est la plus longue.

850. Soit SO (*fig. 105*) la ligne des nœuds , ou la ligne sur laquelle étoit Jupiter, quand le plan de l'orbite du satellite étoit dirigé vers le soleil , & que les satellites traversoient l'ombre par le centre ; supposons que Jupiter ait avancé de O en I avec l'orbite du satellite autour de lui, cette orbite restera toujours parallèle à elle-même, puisque rien ne tend à la déranger, & la ligne des nœuds sera sur une direction AC parallèle à SO . Ainsi quand Jupiter s'éloigne du nœud , la ligne de l'ombre n'est plus dans la commune section des orbes de Jupiter & du satellite ; donc le satellite venant à se trouver en opposition au point M ne sera pas dans le plan de l'orbite de Jupiter, & ne sera pas sur la ligne des centres, mais au dessus & au dessous.

851. Quand Jupiter est dans le nœud d'un de ses satellites , un observateur supposé dans le soleil se trouve

dans le plan de l'orbite du satellite, & il la voit en forme de ligne droite; pour qu'il la vît toujours droite il faudroit qu'elle passât toujours par son œil, que la commune section ou la ligne des nœuds passât toujours par le soleil, pour cela il faudroit qu'elle fit le tour du ciel aussi bien que Jupiter en douze ans, ce qui n'arrive point; la ligne des nœuds est à peu près fixe dans le ciel; c'est-à-dire, parallèle à elle-même, & dirigée sensiblement vers le même point du ciel; quand Jupiter y a passé une fois il s'écoule six années avant qu'il y revienne.

852. Soient donc *NCIA* la ligne des nœuds, *ABDD* l'orbite du satellite qui traverse en *A* & en *C* le plan de l'orbite de Jupiter: il faut concevoir que l'orbite du satellite est relevée en *B* au dessus du plan de la figure, & se trouve un peu vers le nord; au contraire en *D* elle est un peu vers le midi, ou au dessous du plan de la figure; depuis *A* jusqu'en *B*, le satellite va toujours en s'élevant au dessus du plan de l'orbite de Jupiter; depuis *B* jusqu'en *C*, il revient vers ce plan, & depuis *C* jusqu'en *D*, il descend au-dessous du plan, & il y revient depuis *D* jusqu'en *A*. Puisque *B* est la limite, le point de la plus grande latitude, ou de la plus grande élévation du satellite au dessus du plan de l'orbite de Jupiter, ce satellite arrivé en *M* dans la conjonction supérieure où il est éclipsé, ne fera pas encore à sa plus grande latitude, & il sera d'autant moins éloigné du plan de la figure ou de l'orbite du Jupiter que l'angle *AIM* sera moindre, ou son égal *SIN*. Or l'angle *SIN*, qui est la distance du satellite à son nœud, est égal à l'angle *ISO*, ou à la distance qu'il y a entre le lieu *I* de Jupiter, & la ligne *SO* supposée fixe, à laquelle la ligne des nœuds *IN* reste toujours parallèle, quel que soit le lieu de Jupiter; ainsi la latitude du satellite en *M* dépendra de l'arc *AM*, ou de l'angle *IOS*, distance de Jupiter à la ligne des nœuds *SO*, qui répond toujours vers le milieu de l'onzième signe de longitude.

853. La quantité dont le point *M* s'élève au dessus

au plan de l'orbite de Jupiter, est à la quantité dont la limite B s'en éloigne, comme le sinus de AM est au sinus de l'arc AB , c'est à-dire, au rayon; car si deux cercles se coupent en A & en C ; leur distance en différents points tels que M , perpendiculairement au cercle incliné, ou à l'orbite du satellite, est comme le sinus de la distance au point A , c'est à-dire, à l'intersection des deux cercles (531). Ainsi la latitude du satellite en M , est comme le sinus de la distance de Jupiter au nœud du satellite.

854. Lorsque par le mouvement de Jupiter dans son orbite le rayon SI est devenu perpendiculaire à la ligne des nœuds SO ou IN ; le point M de la conjonction supérieure concourt avec le point B qui est la limite de la plus grande latitude; alors l'angle de l'orbite avec le rayon visuel SIM , est égal à l'inclinaison du satellite, par exemple, 3° ; & l'orbite vue du soleil paroît sous la forme d'une ellipse, dans laquelle le grand axe est au petit comme le rayon est au sinus de 3° (674) en ne considérant pas le mouvement de Jupiter pendant la durée de la révolution du satellite, ou bien en considérant le satellite seulement par rapport à Jupiter. Soit S le soleil (fig. 108), I le centre de Jupiter, IH le rayon de l'orbite d'un satellite qui est dans un plan perpendiculaire à l'orbite de Jupiter, & qui est incliné sur le rayon solaire de la quantité de l'angle SIH ; on aura $IH : KH :: R : \sin. KIH$; donc $KH = IH \sin. KIH$, c'est la quantité dont le satellite paroîtra s'élever au dessus du plan de l'œil, dans le temps où l'ellipse sera le plus ouverte. Dans les autres positions de Jupiter par rapport au nœud, cette quantité diminuera comme le sinus de la distance de Jupiter au nœud (853); ainsi appellant I la plus grande latitude, ou l'inclinaison du satellite, D la distance de Jupiter au nœud du satellite, comptée sur l'orbite de Jupiter, & R la distance du satellite à sa planète, ou le rayon de son orbite, on aura $R. \sin. I. \sin. D$ pour la quantité dont le satellite paroîtra élevé au dessus du plan de l'orbite de Jupiter,

perpendiculairement à l'orbite du satellite, dans le moment de la conjonction supérieure; il n'en faut pas davantage pour calculer les durées des éclipses.

855. Cette élévation du satellite au dessus de Jupiter est égale à son abaissement dans le point opposé; l'ellipse qu'il paroît décrire est donc plus ou moins ouverte, suivant que Jupiter s'éloigne de la ligne des nœuds; quand le petit axe de cette ellipse devient plus large que le cône d'ombre, le satellite passe au dessus de l'ombre, comme on le voit dans la figure 106; c'est ce qui arrive toujours au 4^e satellite de Jupiter environ deux ans après le passage de Jupiter dans les nœuds des satellites. Quand Jupiter est à 30 degrés de la ligne des nœuds, l'ellipse (fig. 107) a la moitié de l'ouverture qu'elle avoit dans le cas précédent, parce que le sinus de 30° est la moitié du sinus total; alors le satellite traverse l'ombre malgré l'obliquité de son orbite.

856. La section de l'ombre de Jupiter dans la région du satellite est représentée par le cercle *EDBF* (fig. 109) que je suppose perpendiculaire à la ligne des centres du soleil & de Jupiter; il est traversé par un diamètre *QB*, qui est une portion de l'orbite *CN* de Jupiter; *ED* est une portion de l'orbite du satellite, *N* le nœud ou l'intersection, *CA* est la perpendiculaire sur cette orbite; c'est un arc qui vu du centre de Jupiter n'est autre chose que la latitude du satellite; son sinus seroit égal à $\sin. I. \sin. D$, par la propriété ordinaire du triangle sphérique rectangle *CAN*.

857. Quand on connoît *CA*, il faut le comparer au rayon *CD* ou *CB*, dont la valeur est connue par observation en secondes de temps; parce que c'est le demi-diamètre de l'ombre (847); c'est à-dire, la demi-durée des éclipses, qui est la plus grande de toutes, & qui est exprimée par *CB*; nous exprimerons même la distance du satellite à Jupiter, ou le rayon de son orbite, en parties semblables, ou en secondes de temps, en mettant au lieu de *R* le temps que le satellite emploie à parcourir un

arc

arc de même longueur que le rayon de son orbite, c'est à-dire un arc de 57° ; car il n'importe pas que cette distance qu'on prend pour unité, soit en temps, en degrés, ou en demi-diamètres de Jupiter, ni même que le mouvement de Jupiter rende plus long le temps des 57° , parce que nous ne cherchons ici que le rapport entre la distance & l'arc parcouru pendant l'éclipse. Pour connoître le temps qui répond à un arc d'environ 57° , il suffit de faire cette proportion, 360° sont à la révolution synodique, comme 57° ou $206265''$ sont au temps cherché que j'appelle t . Ayant multiplié *sin. I sin. D* par ce nombre de secondes de temps, on aura *CA* en secondes de temps $= t \sin. I \sin. D$; on a aussi le rayon *CD* ou *CB* en secondes de temps, c'est la demi-durée de la plus grande éclipse, celle qui a lieu quand Jupiter est dans le nœud du satellite; enfin, c'est le demi-diamètre de l'ombre en temps (847); on cherchera le côté *AD* exprimé de même en secondes de temps, & l'on aura la demi-durée de l'éclipse.

858. Ainsi la durée des éclipses quand elle est la moindre de toutes, nous fait trouver l'inclinaison de l'orbite, & quand elle est la plus grande, elle nous apprend le lieu du nœud; mais un phénomène bien singulier, & qui a long-temps exercé les Astronomes, c'est un changement dans les inclinaisons du second & du troisième satellite; la première change depuis $2^{\circ} 48'$ jusqu'à $3^{\circ} 48'$, & la période de cette inégalité est de 30 ans; le troisième satellite change depuis $3^{\circ} 2'$ jusqu'à $3^{\circ} 26'$; il paroît que la période est de 132 ans, & que l'angle étoit le plus grand en 1765. On n'avoit aucune idée de la cause de ces variations singulières, lorsque je fis voir en 1762 que les nœuds des satellites devoient avoir un mouvement tantôt direct & tantôt rétrograde par rapport à l'orbite de Jupiter, en vertu de leurs attractions mutuelles, & qu'il en résultoit une variation dans leurs inclinaisons (*Mém. acad.* 1762, pag. 233); on a vu à l'occasion des planetes la maniere dont le mouvement des nœuds produit ce changement d'inclinaison.

fon (527); mais cette découverte a mis le dernier degré de perfection à la théorie des satellites de Jupiter.

859. Celle du premier satellite est constamment de $3^{\circ} 18' 38''$, & celle du quatrième de $2^{\circ} 36' 0''$. Le mouvement du nœud paroît nul pour le premier & le troisième satellite, il est de $2' 3''$ par année pour le second satellite, & de $4' 19''$ pour le quatrième; mais ce mouvement est sujet à des inégalités analogues à celles de l'inclinaison.

860. *Eléments qui servent à la théorie & au calcul des quatre Satellites de Jupiter.*

	I.	II.	III.	IV.
Révolution périodique.	1j 18h 27' 33''	3j 13h 13' 42''	7j 3h 42' 33''	16j 16h 32' 8''
Révolution synodique.	1 18 28 36	3 13 17 54	7 3 59 36	16 18 5 7
Dist. en demi-diam.	5.965	9.494	15.141	26.630
Dist. en min. dans les moy. dist. de Jupiter.	1' 51'	2' 57'	4 42''	8' 16''
Long. moy. jovie. 1700.	25 12° 12' 10''	25 12° 28' 11'	55 12° 74' 16''	75 17° 5' 44''

861. La parallaxe annuelle dont nous avons vu l'effet pour les planètes (441), a lieu également pour les satellites (833); & comme elle peut aller jusqu'à 12° , il en résulte des différences très-sensibles sur la situation apparente que nous observons de la terre, lorsqu'un satellite est au même point de son orbite; voilà pourquoi les satellites lors même qu'ils sont en conjonction, & qu'ils sont éclipsés, nous paroissent quelquefois assez éloignés de Jupiter. Le temps où il importe le plus de connoître la situation apparente des satellites, est celui des immersions & des émergences; c'est pourquoi je vais parler séparément des effets de la parallaxe annuelle sur la situation des satellites au temps des éclipses; ils peuvent se représenter par une simple figure avec une précision suffisante pour l'usage des observateurs.

863. Soit *I*, le centre de Jupiter (*fig. 112*), environné des orbes de ses quatre satellites: *IG* la ligne des syzygies ou l'axe du cône d'ombre qui va du soleil à Jupiter, & ensuite au delà du côté du point *G* de l'opposi-

tion ; GE un arc de 11° , pris sur la circonférence de l'orbite du 4^e satellite ; cet arc étant égal à la plus grande parallaxe annuelle de Jupiter, dans ses moyennes distances, la ligne IE marquera la direction du rayon visuel de la terre quand Jupiter est dans sa quadrature, entre l'opposition & la conjonction, passant au méridien à 6^h du soir ; car alors nous voyons Jupiter 11° à l'occident de son vrai lieu héliocentrique, marqué par la ligne IG . Si par les points &, F, g, f , sur lesquels se trouvent les satellites en conjonction, on tire des parallèles à la ligne IE , telles que GD, FC, gB, fA , l'on aura les 4 points, A, B, C, D , où les satellites doivent paroître à côté de Jupiter, au moment de leur conjonction héliocentrique ; c'est sur la droite de Jupiter, après l'opposition dans une lunette qui renverse, de même que dans la figure 112.

863. Dans les autres temps de l'année & lorsque la parallaxe annuelle sera moindre que 11° , on trouvera la position du rayon visuel IE , qui est la ligne des conjonctions géocentriques, en décrivant sur l'arc EG comme rayon, un demi cercle, divisé en degrés, ou en heures ; on prendra 30° en partant du point E de 6 heures, l'on y marquera 4^h & 8^h , parce que Jupiter étant éloigné de 30° de sa quadrature, passe au méridien environ à 8^h du soir, ou à 4^h du soir ; & l'on tirera vers ce point de 4^h la ligne telle que IE ; il est plus commode pour les astronomes d'avoir ce demi-cercle divisé en temps que de l'avoir en degrés, parce que le temps du passage au méridien se trouve calculé dans les éphémérides, & que les astronomes en font un usage continuel.

Lorsque Jupiter, après la conjonction passé au méridien le matin, c'est du côté droit ou dans la partie orientale qu'on doit tirer la ligne IE de la conjonction géocentrique ; & les satellites nous paroîtront à gauche ou à l'occident de Jupiter dans le temps de leurs conjonctions héliocentriques.

864. On trouvera par le moyen de cette figure la distance des satellites au moment de l'émerfion, en prenant

du côté de l'orient, c'est-à-dire, à droite des points *A* ; *B* , *C* , *D* une quantité égale au demi-diametre de l'ombre, qui est à peu près égal au demi diametre *IH* de Jupiter, & l'on aura la distance des satellites par rapport au bord de Jupiter, pour le temps de leurs émersions ; ou bien l'on examinera la distance *IA* d'un satellite au centre de Jupiter, pour le temps de la conjonction, & ce sera sa distance au bord occidental *H*, pour le temps de l'immersion, & au bord oriental *X*, pour le temps de l'émerfion. Ces distances au bord *X* sont rapportées au dessous de la figure, elles sont de $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{5}$, $1\frac{1}{2}$, & $2\frac{1}{2}$ diametres de Jupiter, dans les émersions qui arrivent au temps des quadratures de Jupiter, c'est-à-dire, quand il est à 90° du soleil, & qu'il passe au méridien à 6 heures du soir.

DES SATELLITES DE SATURNE.

865. M. Huygens, le 25 mars 1655, observant Saturne avec des lunettes de 12 & de 23 pieds, apperçut le 4^e satellite pour la premiere fois ; c'est le plus gros de tous, & le seul qu'on puisse voir avec des lunettes ordinaires de 10 à 12 pieds ; M. Cassini apperçut le cinquieme sur le fin d'octobre 1671, avec une lunette de 17 pieds : il vit ensuite le troisieme avec des lunettes de 35 & 70 pieds, le 23 décembre 1672, & il publia pour lors un petit ouvrage à ce sujet. Au mois de mars 1684, il observa les deux intérieurs, c'est-à-dire, le premier & le second, avec des lunettes de Campani de 34, 47, 100 & 136 pieds, avec celles de Borelli de 40 & de 70, & avec celles d'Artonquelli qui étoient encore plus longues. (*Journal des Sav.* 15 mars 1677 & 1686. *Phil. transf.* n^o. 133, 154, 181. *Mém. acad.* 1714).

866. L'on doutoit en Angleterre de l'existence des quatre satellites que M. Cassini avoit découverts ; mais en 1718 M. Pound ayant fait élever au dessus du clocher de sa Paroisse l'excellent objectif de 123 pieds de foyer que M. Huygens avoit donné à la société Royale de Lon-

ûres, il les observa tous les cinq ; & l'on vérifia les éléments de leur théorie , comme M. Cassini l'avoit fait à Paris en 1714. Dans le même temps M. Hadley , Vice-Président de la société Royale , ayant trouvé le moyen de faire d'excellents télescopes , à l'instigation de Newton , ce fut avec ces télescopes qu'on continua d'observer les satellites de Saturne. (*Philos. transf.* 1723).

867. Le premier & le second satellite ne se voient qu'à peine avec des lunettes ordinaires de 40 pieds , le troisieme est un peu plus gros , quelquefois on l'apperçoit pendant tout le cours de sa révolution ; le 4^e est le plus gros de tous , aussi fut il découvert le premier. Le 5^e surpasse les trois premiers quand il est vers la digression occidentale , mais quelquefois il est très-petit , & dispaeroît même entièrement. M. Wargentín m'a assuré les avoir vu tous avec une lunette acromatique de dix pieds.

868. On détermine les révolutions des satellites en comparant ensemble des observations faites lorsque Saturne est à peu près dans le même lieu de son orbe , & les satellites à même distance de la conjonction ; on choisit aussi les temps où leurs ellipses sont les plus ouvertes , c'est-à-dire , où Saturne est à 90° de leurs nœuds , parce qu'alors la réduction est nulle , & le lieu du satellite sur son orbite est le même que son vrai lieu réduit à l'orbite de Saturne ; c'est ainsi que M. Cassini a déterminé en 1714 leurs périodes,

vues de Saturne à l'égard de l'équinoxe , telles qu'on les voit dans la table ci-jointe. Il détermina aussi les époques de leurs longitudes , vue du centre de Saturne , & comptées le long des plans de leurs orbites ; je les

Satell.	Révol. périod.			
I	1j	21 ^h	17'	27"
II	2	17	44	24
III	4	12	25	12
IV	15	22	34	38
V	77	7	47	0

ai rapporté dans la table de l'article suivant , pour l'année 1760 , afin qu'on puisse trouver aisément leur position en tout autre temps , comme on les trouveroit par les tables détaillées , qui sont dans les mémoires de l'Académie de 1716 , ou dans le livre des tables de M. Cassini. Si l'on

Vent avoir ces positions avec exactitude, il faut les réduire au plan de l'orbite de Saturne, comme nous avons réduit les planetes au plan de l'écliptique (431). L'argument de latitude se trouve en retranchant de la longitude du satellite vue de Saturne celle du nœud, qu'on verra ci-après (873), c'est-à-dire, $5^{\circ} 4'$ pour le 5^e , & $5^{\circ} 22'$ pour les quatre autres; quand on connoît aussi l'inclinaison de l'orbite on résout un triangle pour trouver la latitude du satellite vue de Saturne: c'est aussi l'angle que fait l'orbite avec notre rayon visuel; & par conséquent la valeur du petit axe de l'ellipse que le satellite paroît décrire, le grand axe ou le diametre de l'orbite étant pris pour unité.

869. On a employé plusieurs méthodes pour déterminer les distances des satellites au centre de Saturne: il est fort difficile de les voir avec Saturne dans le même champ de la lunette, pour mesurer leurs plus grandes digressions: d'ailleurs cette méthode ne peut guere servir que pour les deux premiers satellites. L'on emploie pour les autres l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage de Saturne & celui du satellite par un fil horaire placé au foyer d'un télescope. M. Cassini observa que la regle de Képler (469) se vérifioit très-bien dans les cinq satellites, (*Mém. acad.* 1716) M. Pound s'en servit pour trouver, par la distance du 4^e , celles des autres satellites: il déterminna, au moyen de l'objectif de 123 pieds, le plus exactement & le plus souvent qu'il fût possible la distance du 4^e au centre de Saturne dans ses plus grandes digressions, qu'il trouva de 8, 7 demi-diametres de l'anneau (971) & connoissant d'ailleurs la durée de leurs révolutions, il en conclut par la règle de Képler les distances des 4 autres, comme je vais les rapporter en demi-diametres de l'anneau, & en demi-diametres de Saturne, ceux-ci étant entr'eux comme 7 en à 3.

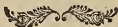


TABLE des longitudes & des diſtances des Satellites de Saturne.

SATELLITES	Longit. en 1760, ſuiv. M. Caſſini.	Mouvement diurne.	Diſt. en demi-d. de l'Anneau ſuivant M. Bradley.	Diſt. en min. & ſec. déduites de celle du quatrième.
I.	118 5 ^h 41'	68 10 ^h 41' 51 ^h	2,097	0' 43 ^h $\frac{1}{2}$
II.	9 10 18	4 11 32 5	2,686	0 56 $\frac{1}{2}$
III.	4 25 57	2 19 41 25	3,752	1 18
IV.	0 0 43	0 22 34 37	8,698	3 0
V.	7 20 36	0 4 32 18	25,348	8 42 $\frac{1}{2}$

870. Les diſtances en demi-diamètres de l'anneau étant multipliées par $33364\frac{1}{2}$, donneroient les diſtances en lieues; mais il faudra rejeter trois chiffres du produit, à cauſe des trois décimales qui ſont jointes dans la table précédente au nombre des demi-diamètres.

Le 9 juin 1719, à 10^h, M. Pound avec la lunette de 123 pieds, & un excellent micrometre, trouva que le 4^e ſatellite, parvenu à peu près à ſa plus grande digreſſion orientale, étoit à 3' 7" du centre de Saturne; ainſi la diſtance du ſatellite à Saturne étoit à la diſtance moyenne du ſoleil à la terre, comme 825 eſt à 100000; d'où il ſeroit aisé de conclure les quatre autres diſtances, en parties de celle du ſoleil.

871. En comparant les ſatellites avec l'anneau de Saturne en divers points de leurs orbites, & en examinant l'ouverture de ces ellipſes; on a vu que les quatre premiers paroifſoient à l'œil décrire des ellipſes ſemblables à l'anneau, & ſituées dans le même plan, c'eſt-à-dire, inclinées d'environ $31^{\circ}\frac{1}{2}$ à l'écliptique ou 30° ſur l'orbite de Saturne. En effet le petit axe des ellipſes que décrivent ces ſatellites, lorsqu'elles paroifſent les plus ouverte, eſt, peu près la moitié du grand axe, de même que le petit diamètre de l'anneau eſt alors la moitié de celui qui paſſe par les anſes; ces ſatellites dans leurs plus grandes digreſ-

sions sont toujours sur la ligne des anses ; tout cela prouve qu'ils se meuvent dans le plan de l'anneau. Or, M. Maraldi trouva, en 1715, que le plan de l'anneau de Saturne coupoit le plan de l'orbite de Saturne sous 30° d'inclinaison (572). Ainsi l'angle des orbites des 4 premiers satellites avec l'orbite de Saturne est de 30° .

872. A l'égard du cinquieme satellite, M. Cassini le fils, reconnut en 1714, que son orbite n'étoit inclinée, soit sur l'orbite de Saturne, soit sur le plan de l'anneau, que de $15^{\circ} \frac{1}{2}$ (*Mém. acad.* 1714), & il vit ce satellite décrire une ligne droite qui passoit à peu près par le centre de Saturne, pendant que les autres s'en écartoient sensiblement au dessus & au dessous ; ainsi l'orbite du 5^e satellite étoit inclinée de 15 à 16° sur l'écliptique, & autant sur le plan de l'anneau & sur celui des orbites des 4 satellites intérieurs, mais dans un autre sens.

873. M. Maraldi détermina en 1716 la longitude du point d'intersection de l'anneau sur l'orbite de Saturne $19^{\circ} 48' \frac{1}{2}$, & sur l'écliptique $5^{\circ} 16' \frac{1}{3}$. Telle est la longitude du nœud des 4 premiers satellites. On a cru reconnoître en 1744, que les nœuds de l'anneau avoient eu un moment rétrograde ; il est difficile d'en juger sur un si petit intervalle de temps, cependant il est naturel de croire que les attractions des satellites sur cet anneau y produisent un semblable effet, puisque la lune le produit sur le sphéroïde terrestre (1064) ; on s'en assurera mieux cette année 1773, Saturne se trouvant dans le nœud de l'anneau, & des satellites ; en sorte que leurs orbites paroîtront des lignes droites, leurs plans passant par notre œil.

Le nœud du 5^e satellite fut trouvé en 1714 par M. Cassini à $5^{\circ} 4'$ sur l'écliptique, c'est-à-dire, moins avancé de 17° que le nœud des 4 autres satellites sur l'orbite de Saturne qu'il supposoit à $5^{\circ} 21'$ sur l'écliptique, (*Mém. acad.* 1714, pag. 374). M. Cassini le détermina ainsi en observant le lieu de Saturne le 6 & le 7 mai 1714 ; le 5^e satellite paroissoit alors se mouvoir en ligne droite, & nous étions par conséquent dans son plan & dans le nœud de

son anneau. On croit aussi qu'il y a un mouvement dans ce nœud du cinquieme satellite.

874. LE SATELLITE DE VÉNUS, que M. Cassini avoit cru appercevoir, a été soupçonné par M. Short, & par d'autres Astronomes (*Hist. de l'acad. pour 1741 Philos. transf. n^o. 459. Encyclopédie, tom. XVII. pag. 837*); mais les tentatives inutiles que j'ai faites pour l'appercevoir, de même que plusieurs autres astronomes, me persuadent que c'est une illusion optique formée par les verres des télescopes & des lunettes; c'est ce que pensent le Pere Hell à la fin de ses Ephémérides pour 1766, & le P. Boscovich dans sa cinquieme dissertation d'optique: M. Short à qui j'en parlai à Londres en 1763, me parut lui-même ne pas croire l'existence d'un satellite de Vénus.

875. On peut se former une idée de ce phénomène d'optique, en considérant l'image secondaire qui paroît par une double réflexion, lorsqu'on regarde au travers d'une seule lentille de verre un objet lumineux placé sur un fond obscur, & qui ait un fort petit diametre; pour voir alors une image secondaire semblable à l'objet principal, mais plus petite, il suffit de placer la lentille de maniere que l'objet tombe hors de l'axe de verre; cette image secondaire, qu'on a prise pour un satellite de Vénus, paroît du même côté que l'objet, ou du côté opposé, & elle est droite ou renversée, suivant les diverses situations de la lentille, de l'œil & de l'objet. Si l'on joint deux lentilles, on aura plusieurs doubles réflexions de la même espece, du moins dans certaines positions; mais elles sont insensibles la plupart du temps, parce que leur lumiere est éparse, & que leur foyer est trop près de l'œil, ou qu'elles tombent hors du champ de la lunette; mais il y a bien des cas où ces rayons se réunissent & forment une fausse image qu'on a pu prendre pour un satellite de Vénus.



LIVRE X.

DES COMETES.

LES COMETES (a) sont des corps célestes qui paroissent de temps à autre avec différents mouvements, & qui pour l'ordinaire sont accompagnés d'une lumière éparse. Leur mouvement apparent diffère beaucoup de celui des autres planetes; mais quand il est rapporté au soleil, il se trouve suivre les mêmes loix; car on verra que les cometes tournent autour du soleil dans des ellipses fort excentriques (910), suivant les regles expliquées dans le troisieme livre.

876. C'est le mouvement des cometes qui les distingue des étoiles nouvelles: car dans celles-ci l'on n'a jamais remarqué de mouvement propre (287); d'ailleurs la lumière des cometes est toujours foible & douce, c'est une lumière du soleil qu'elles réfléchissent vers nous, aussi bien que les planetes; cela est prouvé spécialement par une phase observée dans la comete de 1744; dont la partie éclairée n'étoit visible qu'à moitié (*Mém. acad.* 1744, pag. 304). Si ces phases ne s'observent pas toujours, c'est que l'atmosphère épaisse, où la plupart des cometes sont noyées, disperse la lumière, en sorte qu'elles nous semblent toujours d'une forme à peu près ronde. On distingue principalement les cometes par ces traînées de lumière dont elles sont souvent entourées & suivies, qu'on appelle tantôt la *chevelure*, tantôt la *queue* de la comete (923); cependant il y a eu des cometes sans queue, sans barbe, sans chevelure; la comete de 1585, observée pendant un mois par Tycho, étoit ronde, elle n'avoit aucun vestige de queue,

(a) En Grec Κομήτης, qui vient de Κῆμη, *Coma*, parce que les plus remarquables ont paru entourées d'une espece de chevelure.

seulement la circonférence étoit moins lumineuse que le noyau , comme si elle n'eût eu à la circonférence que quelques fibres lumineuses. La comete de 1665 étoit fort claire, suivant Hévelius, & il n'y avoit presque pas de chevelure; enfin la comete de 1682, au rapport de M. Cassini, étoit aussi ronde & aussi claire que Jupiter (*Mém. acad.* 1699); ainsi l'on ne doit pas regarder les queues des cometes, comme leur caractère distinctif.

877. RICCIOLI dans son énumération des cometes n'en compte que 154 citées par les Historiens, jusqu'à l'année 1651 où il composoit son *Almageste*, & la dernière étoit celle de 1618. Mais dans le grand ouvrage de *Lubienietz*, où les moindres passages des auteurs sont scrupuleusement rapportés toutes les fois qu'ils ont le moindre rapport aux cometes, on en voit 415 jusqu'à celle de l'année 1665, qui parut depuis le 6 jusqu'au 20 avril, entre Pégase & les cornes du Bélier. Depuis ce temps-là on en a observé 39, en comptant celle qui a paru au mois de février 1772.

878. Mais de toutes ces apparitions de cometes, nous n'en trouvons aucune dont la route soit décrite d'une façon circonstanciée, avant l'année 837, & le nombre de celles, dont on a pu avoir assez de circonstances pour calculer leur orbite, se réduit jusqu'ici à 62', en ne comptant que pour une seule comete celles de 1456 de 1531, 1607, 1682 & 1759, qui sont bien reconnues pour n'être qu'une seule & même planete (912); j'ai réuni de même celles de 1532 & de 1661, & celles de 1264 & de 1556, dont nous parlerons, art. 914.

879. Au reste nous devons être persuadés qu'il a paru de tous les temps beaucoup de cometes dont nos Historiens ne parlent point; & qu'il y en a eu beaucoup plus encore qui n'ont point été apperçues; les Anciens même le savoit, car Posidonius avoit écrit, suivant Sénèque (*Quaest. nat. l. VII, c. 20*), qu'à la faveur de l'obscurité produite par une éclipse de soleil on avoit vu une comete très-proche du soleil; c'étoit vers l'an 60 avant J. C.; ce qui

donne lieu de croire que dans le pareilles circonstances on en verroit souvent. Depuis l'année 1757 qu'on a attendu & cherché la comete de 1682, & que l'attention des observateurs s'est tournée de ce côté-là, on a observé sept autres cometes, dans l'espace de 7 ans. M. Messier s'est occupé sur-tout à les chercher, & souvent il les a vues le premier; il y a lieu de croire que quand on prendra la peine de les chercher dans le ciel, on en trouvera un grand nombre.

Alstedius observe que dans les années qui précéderent & qui suivirent 1101, date de la 223^e comete, on en vit presque toutes les années (*Lubieniecii theat. cometicum*).

Il est même arrivé plus d'une fois que l'on a vu en même temps plusieurs cometes. Riccioli en rapporte plusieurs exemples. Le 11 février 1760, on en voyoit deux. (*Mém. acad.* 1760, pag. 168).

880. Les cometes dont l'apparition a été la plus longue, sont celles qui ont paru pendant 6 mois; la premiere du temps de Néron l'an 64 de J. C. (*Sen. l. 7, c. 21*); la seconde vers l'an 603, au temps de Mahomet; la troisieme en 1240, lors de l'irruption du grand Tamerlan. De nos jours la comete de 1729 a été observée pendant six mois, depuis le 31 juillet 1729 jusqu'au 21 janvier 1730; celle de 1769 pendant près de 4 mois. *Riccioli* nous donne une table de la durée de beaucoup d'autres cometes, suivant différents Historiens; on y voit 4 cometes de 4 mois, savoir celles des années 676, 1264, 1363, 1433.

881. Toutes les cometes paroissent tourner comme les autres astres par l'effet du mouvement diurne (art. 2); mais elles ont encore un mouvement propre, aussi-bien que les planetes, par lequel elles répondent successivement à différentes étoiles fixes. Ce mouvement propre se fait tantôt vers l'orient, comme celui des autres planetes, tantôt vers l'occident, quelquefois le long de l'écliptique ou du zodiaque; quelquefois dans un sens tout différent & perpendiculairement à l'écliptique.

La comete de 1472 fit en un jour 120 degrés, ayant rétro-

gradé depuis l'extrémité du signe de la Vierge, jusqu'au commencement du signe des Gémeaux, suivant l'observation de Regiomontanus. La comete de 1,60 entré le 7 & le 8 de janvier, changea de $41^{\circ} \frac{1}{2}$ en longitude; on pourroit citer d'autres exemples d'une très-grande vitesse observée dans le mouvement apparent des cometes: on verra ci-après (920), qu'elle pourroit aller bien plus loin, si une comete passoit plus près de la terre.

882. Quelquefois les cometes paroissent si peu de temps que dans la durée de leur apparition, leur situation ne change pas beaucoup; mais il y a des cometes dont le mouvement est fort étendu: celle de 1664 parcourut 164 degrés par un mouvement rétrograde en apparence, du 20 décembre jusqu'au 6 janvier 1665, & en 17 jours elle parcourut 113° ; celle de 1769 parcourut 8 signes ou 240° , tant avant qu'après sa conjonction; celle de 1556 un demi-cercle environ, ou 180° ; celle de 1472 fit environ 170° ; celle de 1618 ne parcourut que $107^{\circ} \frac{1}{2}$; mais ce fut dans l'espace de 28 jours. (*Riccioli alm. II. 28*).

883. Les Anciens n'ont parlé communément de la grandeur des cometes qu'en faisant attention au spectacle de leur queue, ou de leur chevelure, nous en parlerons plus bas (923); cependant il y a des cometes dont le diametre apparent semble avoir été très-considérable, indépendamment de la queue. Après la mort de Démétrius, roi de Syrie (146 ans avant J. C.), il parut une comete aussi grosse que le soleil (*Sen. VII. 15*). Celle qui parut à la naissance de Mithridate, répandoit, suivant Justin, plus de lumière que le soleil.

La comete de 1006 (rapportée par erreur à l'an 1200 dans quelques livres), étoit quatre fois plus grosse que Vénus, & jetoit autant de lumière que le quart de la lune pourroit faire; cette comete paroît être la même que celles de 1682 & 1759 (art. 911).

Cardan dit la même chose de celles de 1521 & 1556. Nous n'avons rien de bien déterminé sur la grandeur apparente des cometes avant celle de 1577; son diametre ap-

398 ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE, LIV. X.
parent, suivant Tycho, étoit de 7', c'est-à-dire, selon lui,
le double du diamètre de Vénus.

Différentes opinions sur les Cometes.

§84. APRÈS avoir parlé des principales circonstances qui ont rendu les cometes remarquables, je vais parler des différents systèmes auxquels elles ont donné lieu. Il y a eu de tout temps des philosophes persuadés que les cometes étoient des planetes dont le mouvement devoit être perpétuel & les révolutions constantes; on a attribué peut être mal à propos, ce sentiment aux anciens Chaldéens; mais ce fut réellement celui des Pythagoriciens & de plusieurs autres, tels que Apollonius le Myndien, Hippocrates de Chio, Æschyle, Diogènes, Phavorinus. Artemidore & Démocrite, qui au jugement de Cicéron (*Tusc. l. 5*) & de Sénèque (*Quæst. nat. lib. 7*), fut le plus subtil de tous les anciens philosophes. On peut voir au sujet des systèmes anciens, Plîne, *l. II. c. 25*. Arist. *Meteor. I. 6*. Plutarque *de Plac. Phil. 3. 2*. Aulu-Gelle *14. 1*. Sen. *l. VII. c. 13*. Riccioli, *Alm. II. 35*, & ce que j'ai dit moi-même dans les *Mém de 1759, pag. 1*, & suiv. Mais on doit, sur-tout à Sénèque, ce témoignage qu'aucun auteur n'a parlé des cometes d'une maniere aussi sublime que lui dans le VII^e. livre de ses question naturelles. Un astronome auroit peine à s'exprimer aujourd'hui d'une maniere plus philosophique.

§85. Malgré des idées aussi lumineuses, on a vu des hommes célèbres regarder les cometes, comme des corps nouvellement formés & d'une existence passagere. Tels furent Aristote, Prolomée, Tycho, Bacon, Galilée, Hévélius, Longomontanus, Képler, Riccioli, M. de la Hire (*Mém. acad. 1702, pag. 112*). Plusieurs d'entr'eux les regarderent comme des corps sublunaires, ou des météores de l'athmosphere; M. Cassini lui-même avoit cru que les cometes étoient formées par exhalaisons des autres astres. (*Abrégé des observations sur la Comete de 1680, p. xxxi*).

Ce fut sur-tout le sentiment qui domina dans les écoles, pendant les siècles d'ignorance; aussi les Astronomes s'occupèrent très-peu à déterminer leurs mouvements. Tycho-Brahé fut le premier qui ayant observé long-temps, & avec soin la comete de 1577, parce qu'on observoit tout dans son château d'Uranibourg, composa un ouvrage considérable à cette occasion: il trouva qu'on pouvoit assez bien représenter ses apparences, en supposant qu'elle avoit décrit autour du soleil une portion de cercle qui renfermoit les orbites de Mercure & de Vénus.

Tycho faisant voir dans cet ouvrage que les cometes étoient des corps fort élevés au dessus de la moyenne région, renversoit le système ancien des cieux solides; comme Newton se servit ensuite des cometes pour détruire le plan de Descartes & l'hypothese des tourbillons.

Képler ayant trouvé que les observations de la comete de 1618, s'accordoient mieux avec une ligne droite qu'avec un cercle, crut que les cometes avoient un mouvement purement rectiligne. M. Cassini crut que ce mouvement se faisoit autour de la terre; mais Hévélius dans sa cométophographie, imprimée en 1668, fit voir que la route des cometes approchoit plus d'une parabole décrite autour du soleil.

886. Ce fut la découverte de l'attraction qui ouvrit, pour ainsi dire, aux philosophes, un nouveau ciel; Newton, en voyant les autres planetes soumises à la force centrale du soleil, pensa que les cometes devoient être du nombre des planetes, & suivre les mêmes loix dans leur mouvement autour du soleil: il falloit pour cela que leurs orbites fussent fort excentriques, c'est-à-dire, très-allongées, afin d'expliquer une très-longue disparition.

Pour voir si cela s'accorderoit avec les observations, Newton examina l'orbite de la comete de 1680; il trouva qu'une portion d'ellipse très-allongée, ou ce qui revient au même, une portion de parabole, convenoit parfaitement avec toutes les observations, pourvu qu'on supposât les aires proportionnelles aux temps, comme dans les mou-

vements planétaires (472); dès-lors il ne douta plus que les comètes ne fussent des planètes aussi périodiques & aussi anciennes que les autres.

M. Halley appliqua ces principes à différentes comètes (908), en choisissant celles qui avoient été les mieux observées; peu-à-peu il étendit ses calculs à 24 comètes, & en 1705 il publia les éléments de ces 24 paraboles dans sa cométographie, que j'ai publiée de nouveau en François, dans une nouvelle édition des tables de Halley en 1759.

887. Depuis ce temps-là le nombre des comètes observées & calculées s'est augmenté jusqu'à 61 (908), plusieurs de ces comètes ont été observées pendant des mois entiers, sur une très-grande portion de la circonférence du ciel, avec des inégalités apparentes extrêmement considérables, & cependant quand on les réduit à une parabole décrite autour du soleil, on trouve entre les observations un accord si parfait, qu'il n'y a aucune autre hypothèse, ni aucune autre loi qui pût approcher de cette exactitude; ainsi nous allons expliquer le mouvement des comètes, dans une orbite parabolique dont les dimensions sont données; & nous chercherons ensuite la manière de trouver ces dimensions, ou l'orbite d'une comète qui paroît pour la première fois.

Du mouvement parabolique des Comètes.

888. Le calcul parabolique dont nous allons nous servir, à l'exemple de Newton & de Halley, n'est qu'une approximation; on l'adopte à cause de la facilité des calculs, & du peu de différence qu'il y a entre une parabole & une ellipse fort allongée. L'avantage consiste en ce que toutes les paraboles sont des courbes semblables; elles donnent une même proportion entre les rayons vecteurs semblablement placés, & il suffit de connoître les distances périhélies de différentes comètes pour les calculer toutes par une seule & même table (899). On verra ci-après
la

la construction de cette table générale où l'anomalie vraie est donnée pour chaque jour, & qui sert pour toutes les cometes, au lieu que les ellipses exigent chacune une table particuliere.

889. La table générale suppose une comete dont l'orbite soit la parabole $PCOD$ (fig. 110), le soleil S occupe le foyer ; P est le périhélie de la comete ou le sommet de la parabole, SP est la distance périhélie, que l'on suppose égale à la distance moyenne de la terre au soleil, qu'on prend toujours pour échelle de toutes les distances célestes.

Cette comete dont la distance périhélie SP est égale à la distance moyenne du soleil à la terre, emploie 109 jours à aller de P en O , ou du périhélie jusques à l'extrémité de l'ordonnée SO perpendiculaire à SP (894). Je l'appellerai, pour abrégér, comete de 109 jours, & je ferai voir comment on peut y rapporter toutes les autres cometes, en changeant seulement les temps : je suppose la nature & les propriétés générales de la parabole qui sont dans les livres des sections coniques, & celles qui se trouvent aussi démontrées dans ma *théorie des cometes* (*Tables astr. de Halley*, 1759, pag. 70 & suiv.)

890. La premiere chose que nous avons à faire pour calculer le mouvement des cometes consiste à déterminer la vitesse qui doit avoir lieu dans des paraboles des différentes grandeurs ; car une comete dont la parabole est plus grande, emploie plus de temps à parcourir un angle de 90° , tel que l'angle PSO , c'est-à-dire, à aller de P en O , tout ainsi que Saturne emploie 30 fois plus de temps à décrire un degré de son orbite, que la terre n'en emploie à décrire un degré de la sienne ; voici un théorème fondamental que je démontre d'une maniere très-simple.

891. LE RAPPORT des vitesses dans la parabole & dans le cercle est celui de $\sqrt{2}$ à 1.

DÉM. Supposons une comete en P , qui décrive la parabole PO à la distance SP du soleil, & la terre en T décrivant un cercle TLM , dont le rayon ST soit égal à SP : la force centrale, ou l'attraction du soleil pour retenir la comete, & la terre, chacune dans son orbite, est égale, puisque la distance est la même, & que le soleil ne peut pas avoir plus de force sur la comete que sur la terre à la même distance. Je suppose un petit arc PC de la parabole, & un petit arc TL de l'orbite de la terre, tels que l'abscisse PB de la parabole & de l'abscisse TI du cercle soient égales ; ou que l'écart de la tangente par rapport à la courbe soit le même.

me dans la parabole & dans le cercle, ces abscisses ou les écarts de ces tangentes expriment la force centrale du soleil ; puisqu'elles sont la quantité dont la planète obéit à l'action du soleil en se détournant de la ligne droite (1005) ; elles sont donc égales dans les mêmes temps, quand la force est la même ; donc si les abscisses sont égales, les arcs PC & TL sont décrits en temps égaux, & expriment les vitesses de la comète & de la terre. Je vais partir de cette supposition que les deux inflexions sont égales pour trouver les arcs eux-mêmes.

Les arcs ne peuvent pas être égaux, puisque deux arcs égaux pris sur des courbes très différentes ne sauroient avoir des inflexions égales, & que quand les inflexions sont égales les arcs ne sont pas égaux ; j'en conclurai le rapport des arcs, ce sera celui des vitesses, puisque le temps est le même de part & d'autre. Par la propriété du cercle l'on a $TI = \frac{IL^2}{2ST^2}$ (988) ; mais par la propriété de la parabole on a le carré de l'ordonnée BC égal au produit de l'abscisse PB par le paramètre, qui est quadruple de SP ; donc $PB = \frac{BC^2}{4SP} = \frac{BC^2}{4ST}$; or $PB = TI$ par l'hypothèse, donc $\frac{IL^2}{2ST^2} = \frac{BC^2}{4ST}$; ou $2IL^2 = BC^2$; donc $TL \sqrt{2} = BC$, ce qui donne cette proportion ; $BC : IL :: \sqrt{2} : 1$; or IL est égal à l'arc TL , ou du moins il n'en diffère que d'une quantité infiniment plus petite ; ainsi IL est la vitesse de la terre ; de même BC est la vitesse de la comète ; donc la vitesse de la comète est à celle de la terre à même distance du soleil, comme la racine de 2 est à 1.

892. Delà il suit que la vitesse de la comète en P sur la parabole PO , sera les $\frac{7}{5}$ de la vitesse de la terre ; car $\sqrt{2} = \frac{7}{5}$ environ ; donc l'aire décrite en une seconde de temps par la comète, sera $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre ; mais les aires sont toujours égales en temps égaux ; (472), ainsi à quelque distance que la comète parvienne par rapport au soleil dans la parabole PO , l'aire décrite en une seconde de temps, sera toujours $\frac{7}{5}$ de l'aire décrite par la terre, & l'aire décrite par la terre sera égale à l'aire de la comète divisée par $\frac{7}{5}$ ou $\sqrt{2}$. Je vais me servir de cette proposition pour démontrer que la comète doit employer 109 jours à aller de P en O ou à parcourir 90° d'anomalie.

893. Soit la distance périhélie SP ou $ST = 1$, la circonférence du cercle TM , ou le nombre $6,283 = c$, l'aire de ce cercle sera $\frac{c}{2}$, l'aire parabolique PSO , qui est les deux tiers du produit de SP par SO , sera $\frac{3}{4}$; cette aire de la comète, divisée par $\sqrt{2}$, donnera $\frac{4}{3\sqrt{2}}$ pour l'aire que la terre décrit (892), dans le même temps que la comète va de P en O ; mais si l'on appelle A la longueur ou la durée de l'année, on aura cette proportion : l'aire totale $\frac{c}{2}$ de l'orbite terrestre est au temps

A, comme l'aire $\frac{4}{8A}$ est au temps qui lui répond, & qui sera $\frac{3}{3} \sqrt{2}$; c'est la valeur du temps que la comete emploie à décrire l'arc parabolique *PO* ou les 90° d'anomalie vraie.

894. La durée de l'année sydérale est 365j 6h 9' 10'', ou 11' (321); c'est-à-dire, 365j 256379; si de son logarithme on ôte celui de $\sqrt{2}$, avec celui de trois fois la circonférence; & qu'on y ajoute le logarithme de 8, on aura celui de 109j 6154, ou 109j 14h 46' 20' pour le temps qui répond à *PO*.

Il ne suffit pas d'avoir trouvé le temps employé à décrire ces 90° d'anomalie, il faut, pour calculer le lieu d'une comete en tout temps, connoître le nombre de jours qui répond à chaque portion de la parabole, comme *PD*, ou à chaque angle d'anomalie vraie compté depuis le périhélie, en supposant toujours les aires proportionnelles au temps; c'est la maniere du problème suivant.

895. CONNOISSANT l'anomalie vraie dans une parabole, trouver le temps écoulé depuis le périhélie. Je suppose que la parabole *PCOD* est donnée, c'est-à-dire, qu'on connoît la distance périhélie *SP*, & le temps employé à parcourir l'arc *PO*; on demande le temps employé à parcourir un autre arc *PO*, ou un autre angle *PSD* d'anomalie vraie; on tirera la ligne *DP*, & ayant pris *SE* & *SR* égales au rayon vecteur *DS*, l'on tirera *DR* & *DE*, dont l'une sera la normale, & l'autre la tangente de la parabole.

896. Si nous prenons pour l'unité la sous normale *RQ*, c'est-à-dire, la moitié du parametre, nous aurons le parametre égal à 2, & $PQ = \frac{DQ^2}{2}$; le segment parabolique *DOPQ* qui est les deux tiers du produit des co-ordonnées, ou $\frac{2}{3} DQ \cdot PQ$ sera $\frac{1}{3} DQ^3$; le triangle *DPQ* est égal à $\frac{1}{2} DQ \cdot PQ = \frac{1}{4} DQ^3$; donc en le retranchant du segment *DOPQ*, il restera le segment $DOPD = \frac{1}{12} DQ^3$; on y ajoutera la surface du triangle $PDS = \frac{PS \cdot DQ}{2} = \frac{DQ}{4}$, & l'on aura $\frac{1}{12} DQ^3 + \frac{1}{4} DQ$ pour l'aire *PSDOP*.

897. La ligne *RQ* étant prise pour l'unité, *DQ* est la tangente de l'angle $DRQ = \frac{1}{2} DSE$, c'est-à-dire, la tangente de la moitié de l'anomalie vraie. Si nous appellons cette tangente *t*, nous aurons l'aire parabolique *PSDOP*, égale à $\frac{t^3}{12} + \frac{t}{4}$; l'aire de 90° *PSO* sera alors $= \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{1}{3}$. Mais il faut prendre l'aire *PSO* pour unité, & pour lors l'aire *PSDOP* devient $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$ car $\frac{t^3}{12} + \frac{t}{4}$ est à $\frac{1}{3}$, comme $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$ est à 1; ainsi l'aire de 90° étant connue, & la tan-

gente d'une demi-anomalie vraie étant t , l'on multipliera l'aire de 90° par $\frac{t^3}{4} + \frac{3t}{4}$, & l'on aura l'aire décrite par la comete depuis son

passage par le périhélie ; mais les aires sont proportionnelles aux temps ; ainsi l'on aura de même le temps qui répond à $P D$, en multipliant les 109 jours, ou en général le temps de 90° par le quart de $t^3 + 3t$.

898. EXEMPLE. La comete qui emploie 109 jours à parcourir 90° d'anomalie, ayant 47° d'anomalie vraie ; l'on demande combien de jours il s'est écoulé depuis le périhélie. La tangente t de $23^\circ \frac{1}{2}$ est 0, 4348124 ; donc $t^3 = 0, 0829$, & le quart de $t^3 + 3t = 0, 3467$; il faut donc multiplier par 0, 3467 les 109 jours, ou le temps pour 90° (894), l'on trouvera 38 jours ; ainsi la comete de 109 jours se trouvera à 47° de son périhélie au bout de 38 jours.

On trouveroit de même pour chaque degré d'anomalie vraie, les jours correspondants ; ordinairement on a quelques fractions décimales de plus, parce qu'il est très-rare qu'à un degré précis d'anomalie on ait un nombre complet de jours ; mais avec des parties proportionnelles on trouve facilement les anomalies vraies qui répondent à chaque jour complet.

899. C'est ainsi qu'on a calculé une table générale des orbites paraboliques ; on y voit l'anomalie vraie qui répond à chaque jour de distance au périhélie pour la comete de 109 jours. On pourroit faire ce même calcul par une méthode directe, en résolvant l'équation $t^3 + 3t = a$ (a exprime le quadruple du temps par PO), pour trouver l'inconnue t ; mais il est plus facile de trouver le temps par le moyen de l'anomalie vraie, & il est superflu de chercher une autre méthode pour construire la table.

Cette table générale s'applique facilement à toutes les cometes ; en effet, si l'on considere différentes cometes dans d'autres paraboles, à un même degré d'anomalie vraie, les temps écoulés depuis le passage au périhélie, seront entre eux comme les temps employés à aller du périhélie jusqu'à 90° , par exemple, quand $\frac{1}{4}t^3 + \frac{3}{4}t$ sera égal à $\frac{1}{2}$, le temps sera la moitié du temps pour 90° , dans toutes les paraboles possibles ; de là il suit que pour une comete quelconque, si je connois le temps des 90° , j'aurai (avec une simple regle de trois) le temps pour tout autre angle

d'anomalie vraie, en me servant de la table calculée pour la comete de 109 jours. Il ne reste donc plus qu'à chercher le temps des 90° pour des paraboles plus ou moins grandes, ou le nombre de jours qu'exigera l'arc PO , quand la distance périhélie SP ne sera plus égale à la moyenne distance de la terre au soleil.

900. LES CARRÉS DES TEMPS qui répondent à une même anomalie vraie dans différentes paraboles, sont comme les cubes des distances périhélies. Cette loi analogue à celle du mouvement des planetes (469), est tout de même une suite nécessaire des forces centrales; en effet, nous avons démontré que sur le rayon de l'orbite terrestre décrit en 365j, on avoit un quart de parabole de 109 jours (894); ainsi le temps de la parabole est environ $\frac{1}{25}$ de celui du cercle; mais si l'on considere différents cercles ou différentes planetes, à d'autres distances du soleil, on aura différentes révolutions dont les carrés des temps seront comme les cubes des distances (464, 1022); donc les temps des paraboles qui en sont toujours les $\frac{1}{25}$ seront aussi dans la même proportion; donc les temps qui répondent à PO , sont comme les racines carrées des cubes des distances périhélies SP .

901. UNE SEULE TABLE servira donc pour trouver l'anomalie vraie dans toutes les paraboles, pourvu que l'on augmente les temps en raison de la racine carrée du cube de la distance périhélie; en effet, pour un même degré d'anomalie vraie, les carrés des temps de différentes paraboles doivent augmenter comme les cubes des distances périhélies, ou les temps comme les racines carrées des cubes des distances périhélies; ainsi à 90° d'anomalie vraie répondent 109 jours quand la distance périhélie est 10 (894), & 116 jours quand la distance périhélie est 11, parce que la racine carrée du cube de 11 est plus grande dans le même rapport; il faut donc augmenter aussi à proportion les autres nombres de jours, quand on cherchera dans la table générale, les anomalies pour la comete de 116 jours.

J'ai mis dans la table ci-jointe, à côté de chaque distance périhélie, le nombre par lequel il faut multiplier les jours de la table générale, pour avoir les jours qui dans d'autres comètes répondent à une même anomalie; je suppose la distance du soleil à la terre divisée en dix parties, & j'ai calculé le nombre des jours pour l'arc

Dist. périhé- en dixièmes de celle du soleil.	Nomb. par leq. on mul- tiplie les jours de la table.	Jours pour 90°.
1	0,035	3,5
2	0,089	9,8
3	0,164	18,0
4	0,253	27,7
5	0,353	38,8
6	0,465	50,9
7	0,585	64,2
8	0,715	78,4
9	0,854	93,6
10	1,000	109,6
11	1,152	126,3

PO dans onze paraboles différentes. On voit aussi dans la figure 112 plusieurs paraboles divisées en jours, & l'on peut y appercevoir avec quelle vitesse chacune de ces comètes s'éloigneroit du soleil ou de la terre dont l'orbite est *ABC*.

902. On voit par cette table que quand la distance périhélie d'une comète, est $\frac{1}{16}$ de celle de la terre au soleil, il faut, au lieu des jours de la table générale, en prendre d'autres qui ne soient que 0,25 ou le quart; voilà pourquoi cette comète dont la distance est 4 n'emploie que 28 jours à parcourir les 90° d'anomalie, & nous pouvons l'appeller la comète de 28 jours, comme nous avons appelé comète de 109 jours (pour abrégé), celle qui emploieroit environ 109 jours à aller du périhélie jusqu'à 90° d'anomalie.

Donc pour chaque degré d'anomalie, au logarithme des jours de la table, il faudra ajouter une fois & demie le logarithme de la distance périhélie d'une comète donnée, l'on aura le nombre de jours qui répond à cette comète donnée, pour le même degré d'anomalie; ou réciproquement l'anomalie pour un nombre de jours donné, à compter du périhélie.

903. Le rayon vecteur *SD* de la comète ou sa distance au soleil est égal à la distance périhélie *SP*, divisée par le carré du cosinus de la

moitié de l'anomalie vraie, car en abaissant sur la tangente *ED* une perpendiculaire *OX*, on aura le triangle *ESD* partagé en deux parties égales, l'angle *DRQ* est donc la moitié de l'anomalie vraie. Le triangle rectangle *RDE* donne cette proportion *RQ:RD::RD.RE*, ou *2PS:RD::RD:2SD*, donc *PS:SD::RQ²:RD²::(cos. QRD)²:1*, ou comme le carré du cosinus de la moitié de l'anomalie *P:D* est au carré du rayon. Ainsi quand pour un temps donné l'on a trouvé l'anomalie vraie d'une comete dans la parabole (901), on a le rayon vecteur *SD* en divisant la distance périhélie *SP* par le carré des cosinus de la moitié de cette anomalie, & si l'on a un rayon vecteur avec l'anomalie correspondante, on peut également trouver la distance périhélie.

904. Quand on connoît deux rayons vecteurs d'une parabole, avec l'angle compris, on peut trouver la distance périhélie & les deux anomalies qui répondent aux rayons vecteurs. Soient *b* & *c* les deux rayons vecteurs d'une parabole, dont *r* est la distance périhélie, *a* le quart de la somme des deux anomalies vraies, *x* le quart de la différence de ces deux anomalies, on aura cette proportion : $\sqrt{b} + \sqrt{c} : \sqrt{b} - \sqrt{c} :: \cotang. a : tang. x$.

DEM. Le carré du cosinus de la moitié d'une anomalie vraie est au carré du rayon, comme 1 est au rayon vecteur (903); mais la plus grande des deux anomalies est $2a + 2x$, la plus petite $2a - 2x$; ainsi $\sqrt{b} : \sqrt{c} :: \cos. (a - x) : \cos. (a + x)$; or $\cos. (a - x) = \cos. a \cos. x + \sin. a \sin. x$, & $\cos. (a + x) = \cos. a \cos. x - \sin. a \sin. x$, comme on le démontre dans la trigonométrie; ainsi $\sqrt{b} \cos. a \cos. x - \sqrt{c} \cos. a \cos. x = \sqrt{b} \sin. a \sin. x + \sqrt{c} \sin. a \sin. x$; donc $\sqrt{b} + \sqrt{c} : \sqrt{b} - \sqrt{c} :: \cos. a \sin. x : \sin. a \cos. x :: \cot. a : \tan. x$, c'est-à-dire, que la somme des racines des rayons vecteurs est à leur différence, comme la cotangente de la demi somme des demi anomalies vraies est à la tangente de leur demi différence. Quand on a la somme & la différence, il est aisé d'avoir chacune des anomalies vraies, & par le temps qui leur répond, le temps du passage par le périhélie, en même temps que le lieu du périhélie.

905. Au moyen des théorèmes précédents on peut trouver une parabole qui satisfasse à deux longitudes d'une comete observées de la terre; supposons que la terre soit en *T* à une distance *TS* du soleil, & qu'elle voie la comete réduite à l'écliptique sur un rayon *TD*, en sorte que l'angle *STD* soit l'angle d'élongation ou la différence entre la longitude du soleil & celle de la comete. On ne connoît dans le triangle *STD* qu'un côté & un angle, on est obligé de faire une supposition ou une hypothèse sur la valeur du côté *SD* distance accourcie de la comete au

408 ABRÉGÉ D'ASTRONOMIE, LIV. X.
soleil ; d'après cette supposition , arbitraire si l'on veut ,
mais qui sera vérifiée ou démentie par la suite du calcul ,
on cherche l'angle au soleil en résolvant le triangle TSD ,
& l'on a la longitude héliocentrique de la comète , sa
latitude héliocentrique (443) , la distance vraie (445) ,
ou le rayon vecteur.

On fait la même chose pour une seconde observation , &
l'on a deux longitudes héliocentriques , & par conséquent
l'angle des deux rayons vecteurs , qui est nécessairement
la somme ou la différence de deux anomalies vraies ; on
en conclura chacune des deux anomalies (904) , & par
conséquent le lieu du périhélie ; la distance périhélie (903) ,
& le temps qui répond à ces deux anomalies (902) ,
dans l'hypothèse qu'on a faite sur la distance SD de la
comète au soleil ; mais si l'intervalle de temps trouvé par
le moyen de ces deux anomalies , n'est pas d'accord avec
l'intervalle donné des deux observations , c'est une preuve
qu'une des deux distances au soleil qui ont été supposées
doit être changée ; on en conservera une & l'on fera varier
l'autre par diverses suppositions , jusqu'à ce qu'à la fin du
calcul on trouve un intervalle de temps égal à celui des
deux observations : alors on aura la parabole qui satisfait
à toutes deux.

906. Mais il ne suffit pas d'avoir une parabole qui satis-
fasse à l'intervalle de deux observations ; il y en a une
infinité ; car à chaque hypothèse qu'on aura faite sur la
première distance SD de la comète au soleil , on trouvera
par les diverses suppositions de la seconde distance ou de
la distance au soleil dans la seconde observation une para-
bole qui satisfera aux deux mêmes observations. La dif-
ficulté qui reste est de se déterminer par une troisième obser-
vation entre toutes ces paraboles qui représentent les deux
premières , mais dont une seule s'accorde avec la troi-
sième observation.

907. Quand on a trois observations d'une comète , on
peut déterminer son orbite au moyen des théorèmes pré-
cédents ; car l'on est en état de trouver quelle est la para-

bole qui satisfait à trois observations, quand on en a qui satisfont à deux de ces observations. On choisit d'abord deux longitudes & deux latitudes géocentriques observées, on cherche des paraboles qui puissent satisfaire à ces deux observations ; quand on a deux ou trois paraboles, c'est-à-dire, deux ou trois hypothèses qui s'accordent également bien avec les deux observations, on calcule dans chacune de ces trois hypothèses le lieu de la comete au temps de la troisieme observation ; en cherchant le lieu du périhélie (904), la distance périhélie (903), l'anomalie vraie (902), le rayon vecteur, la longitude héliocentrique, & enfin la longitude géocentrique (442), comme pour les planetes ; celle des différentes hypothèses qui s'accorde le mieux avec la troisieme observation est la meilleure, & une simple proportion suffit quelquefois pour trouver une autre hypothèse qui satisfasse exactement à toutes les trois observations. Cette méthode indirecte & de fausse position me paroît plus simple, & plus commode, que les méthodes plus directes & plus élégantes, données par MM. Euler, Fontaine, &c. J'en ai donné les détails, les préceptes & les exemples dans le XIX^e livre de mon ASTRONOMIE, je ne pouvois donner ici que l'esprit de la méthode.

908. C'est par des essais à peu près semblables, mais bien plus longs, sans doute, que M. Halley détermina par les anciennes observations 24 paraboles ou orbites cométaires, y compris celle de 1698. M. Bradley, M. Maraldi, M. de la Caille, M. Struick, M. Pingré & moi, en avons calculé plusieurs autres ; en sorte que le nombre s'est accru jusqu'à 61, y compris celle de 1772. Mais je ne compte que pour une seule toutes les apparitions de celles dont les périodes sont connues.

909. Les éléments d'une comete sont les six articles qui déterminent la situation & la grandeur de l'orbite qu'elle décrit, & qui établissent sa théorie : le lieu du nœud vu du soleil, l'inclinaison, le lieu du périhélie, la distance périhélie, & le temps moyen du passage par le périhélie, qui tient lieu d'époque ; enfin la direction de son mouvement qui peut être direct ou rétrograde.

Du retour des Cometes.

910. LORSQUE Newton eut reconnu que la comete de 1680 avoit décrit sensiblement une parabole pendant le temps de son apparition, avec des aires proportionnelles au temps (888), il fut persuadé que cette comète étoit une véritable planète, & que l'orbite qui paroïssoit une parabole n'étoit réellement que la partie inférieure d'une ellipse très-grande & très-alongée (*Princip. math. pag. 508, édit. de 1687*). Il savoit que ces ellipses très-excentriques ressembloient à très-peu-près à des paraboles, & en approchent d'autant plus que la distance périhélie est plus petite par rapport au grand axe de l'ellipse.

911. Ce fut Halley qui en 1705 eut la gloire de vérifier, par le calcul des anciennes observations, ce que Newton avoit présumé d'après les loix de sa physique; Halley démontra la ressemblance ou plutôt l'identité de la comete de 1607, & de celle de 1682, & il annonça son retour pour 1759; prédiction qui s'est vérifiée sous nos yeux. J'ai donné dans ma théorie des cometes, à la suite de celle de Halley, l'histoire du retour de cette comete fameuse; on peut voir aussi ce que j'en ai dit dans les *Mémoires* de 1759. Il me suffira de retracer ici en peu de mots la marche des inventeurs.

912. Lorsque M. Halley eut calculé par observations (908) les paraboles de 24 cometes, il s'en trouva trois qui se ressembloient beaucoup, celles de 1531; de 1607 & de 1682; les trois paraboles étoient situées de même, les distances périhéliees étoient égales, & les intervalles de temps étoient de 75 à 76 ans; il pensa dès-lors que ce pouvoit être la même comete; cependant la différence des inclinaisons & des périodes lui paroïssoit un peu trop grande, & il n'osoit prononcer sur l'identité; mais lorsqu'après les recherches qu'il fit des anciennes cometes il en eut trouvé trois autres, dont il est parlé dans les historiens sous les années 1305, 1380, 1456, à des inter-

valles de temps toujours à peu près égaux , il ne douta plus que le retour ne fût certain , & il rejeta sur les attractions mutuelles des corps célestes les différences qu'il trouvoit entre les diverses périodes de cette comete.

913. Tel fut donc le progrès de nos connoissances en ce genre : d'anciens philosophes regarderent les cometes comme des corps célestes & périodiques (884). Newton en conclut qu'elles pouvoient décrire des ellipses très-excentriques, & reparoitre à chaque révolution ; Halley vérifia cette belle idée en calculant plusieurs cometes, parmi lesquelles il s'en trouva trois qui avoient décrit exactement la même orbite ; ce qui annonçoit trois apparitions ; & cela s'est trouvé pleinement confirmé quand cette comete a reparu en 1759 dans la même orbite & après le même espace de temps.

914. Il y a encore deux cometes dont la période paroît connue, & dont on espere le retour ; celle de 1532 & de 166, qu'on attend pour 1789 ou 1790 ; celle de 1264 & de 1556 pour 1848 (*Mémoires de l'Acad.* 1760, pag. 192). La grande comete de 1680, suivant M. Halley, devroit reparoitre l'an 2254, il croit que c'est celle qui parut du temps de César, & elle auroit paru dans les années 619 & 2349 avant J. C., en sorte qu'elle pourroit servir à ceux qui veulent expliquer physiquement le déluge, comme M. Whiston (*New theory of the earth*, pag. 186) ; mais il faut convenir qu'il y a des doutes sur la période de cette comete de 1680, & j'ai reconnu qu'il y a huit autres cometes qui peuvent approcher bien davantage de la terre, & y causer de plus grandes révolutions. (Voy. mes *Réflexions sur les cometes*, à Paris, chez Gibert, 1773).

915. Dans tous les corps qui tournent autour du soleil, les carrés des temps sont comme les cubes des distances ; ainsi dès qu'on connoît la période d'une comete, par deux retours observés, on trouve par une simple proportion le grand axe de son orbite, & l'on calcule son lieu vrai de la même maniere que celui des autres planetes (495, 441).

916. Si l'on avoit vu une comete assez long-temps ; & qu'on l'eût observée avec une grande précision , on pourroit avoir une idée de la durée de sa révolution ; ou déterminer son ellipse par des méthodes indirectes semblables à celles que j'ai employées dans la parabole ; mais le calcul en seroit si long , & le résultat si peu susceptible de précision , que je ne pense pas devoir entrer dans ce détail. J'observerai seulement qu'en pareil cas la méthode la plus commode sera peut-être celle-ci. On déterminera d'abord dans l'hypothèse parabolique la distance périhélie , & le temps du passage au périhélie par des observations qui n'en soient pas fort éloignées , afin que cette distance périhélie convienne également & à l'ellipse & à la parabole , & soit indépendante de l'hypothèse : on calculera ensuite la différence entre la parabole & l'ellipse pour les observations les plus éloignées , dans différentes hypothèses de révolutions elliptiques ; les différences calculées étant comparées avec l'erreur observée , c'est à dire , avec la différence qu'il y a entre l'observation & le résultat de l'hypothèse parabolique , on jugera laquelle des différentes ellipses supposées convient à ces observations éloignées.

917. J'ai reconnu par un calcul fait seulement à peu près pour la comete de 1759 , que si l'on eût déterminé le périhélie par trois observations faites le 12 mars , le 1 avril & le 1 mai , on auroit trouvé le 31 mai 2' d'erreur pour 3 ans de différence sur la révolution ; ce qui prouve qu'il n'est pas impossible de trouver la période d'une comete à trois années près , par une seule apparition de trois mois.

Diverses Remarques sur les Cometes.

918. On peut représenter l'inégalité du mouvement des cometes dans des ellipses fort excentriques , par le moyen d'une machine assez simple , que M. Defaguliers a donnée sous le nom d'*Instrument cométaire* ; il a été aussi dé-

crit par M. Ferguson (*Astronomy explained*, 1764, pag. 288). Il consiste en deux poulies elliptiques, mobiles chacune autour de leur foyer, l'une conduit l'autre par le moyen d'une corde qui les embrasse toutes deux en se croisant entr'elles; les poulies se touchent continuellement, d'où il résulte que si la premiere tourne uniformément, la seconde tournera plus vite quand son périhélie touchera l'aphélie de la premiere, que quand son aphélie touchera le périhélie de la premiere. Si la seconde ellipse qui tourne inégalement, porte une alidade au dehors de la boîte, & que cette alidade enfile un petit globe retenu dans une coulisse elliptique, il représentera très-bien la vitesse du périhélie & la lenteur de l'aphélie; les aires seront même proportionnelles aux temps.

919. On avoit reconnu long-temps avant Tycho, que le mouvement apparent des cometes observé pendant la durée de leur apparition, n'étoit pas uniforme; cependant Tycho n'étoit pas assez frappé de ces inégalités pour y reconnoître l'effet de la parallaxe annuelle & du mouvement de la terre; mais Képler l'y reconnut très-bien; & dans son traité des cometes, il dit qu'ayant supposé le mouvement de celle de 1618 dans une ligne droite, avec une diminution uniforme, on reconnoissoit l'effet du mouvement de la terre, soit sur la longitude, soit sur la latitude de la comete, & que le mouvement qui parut tortueux, ne pouvoit le paroître qu'à raison de celui de la terre; il termine même son premier livre en disant: Autant qu'il y a de cometes dans le ciel, autant il y a de preuves du mouvement de la terre autour du soleil, indépendamment de celui que l'on tire du mouvement des planetes.

920. La comete de 1729, que M. Cassini observa pendant plusieurs mois, après avoir fait plus de 15° vers l'occident, depuis la tête du petit Cheval jusques sur la constellation de l'Aigle, se courba subitement pour retourner vers l'orient, ce qui montroit d'une maniere frappante l'effet de la parallaxe annuelle. Il pourroit arriver

des cas où cet effet seroit bien plus grand : si une comete rétrograde dont la distance à la terre seroit égale à la distance moyenne de la lune, se trouvoit périhélie & en opposition, elle auroit 140° de mouvement par heure; on pourroit voir une comete aller depuis l'horizon jusqu'au zénith en moins de trois quarts d'heure, & employer ensuite plus de quatre heures à gagner l'horizon occidental, ou d'autres singularités de même espece.

Les inégalités dont je viens de parler, sont purement apparentes, mais je dois dire un mot d'une autre irrégularité qu'on a reconnue en 1759, & qui affecte le mouvement réel & intrinseque de toutes les cometes dans leurs ellipses, c'est l'attraction des autres corps célestes; celle de Jupiter & de Saturne est la plus remarquable; mais il y a grande apparence que les attractions des autres planetes & des autres cometes peuvent y influer sensiblement. Cette attraction s'est manifestée de la maniere la plus frappante dans le retour de la comete de 1682, observé en 1759. Sa période entre le passage par le périhélie du 26 octobre 1607, & celui du 14 septembre 1682, a été plus petite de 585 jours que la période suivante qui s'est terminée au 13 mars 1759.

921. Lorsqu'on commençoit à parler en 1757 du retour de cette comete prédite par M. Halley, on s'aperçut que l'inégalité de ses périodes précédentes nous laissoit près d'une année d'incertitude sur le temps de son apparition; M. Halley avoit remarqué que cette comete en 1681 passant fort près de Jupiter en avoit dû être fortement attirée, & que cela pourroit retarder l'apparition suivante jusqu'au commencement de 1759. Mais cette considération étoit trop vague pour qu'on dût y compter, & M. Halley n'y comptoit pas lui-même; je proposai à M. Clairaut d'y appliquer sa théorie de l'attraction, ou du problème des trois corps, en lui offrant tous les calculs astronomiques dont il avoit besoin; je lui donnai les situations de la comete, & les forces que Jupiter & Saturne avoient exercées sur elle pendant l'espace de 150 ans,

ou de deux révolutions, soit dans la direction des rayons vecteurs, soit perpendiculairement aux rayons, avec les ordonnées & les surfaces de toutes les courbes qui représentoient les intégrales des équations du problème. Par ce moyen M. Clairaut trouva que la révolution de la comete devoit être de 611 jours plus grande que celle de 1607 à 1681, dont 100 jours pour l'action de Saturne, & 511 pour celle de Jupiter. Suivant ces premiers calculs la comete devoit passer dans son périhélie au milieu d'avril; elle y passa le 13 mars, & malgré l'immensité des calculs que nous fîmes à cette occasion, M. Clairaut & moi, les quantités négligées produisirent environ un mois d'erreur dans la prédiction. Voy. la *Théorie du mouvement des cometes*, par M. Clairaut, & les *Opuscules mathématiques* de M. d'Alembert, t. II.

921. Parmi les 60 cometes que nous connoissons, je trouve qu'il y en a plusieurs qui peuvent approcher assez de la terre pour y produire des effets sensibles; & parmi le grand nombre de celles que nous ne connoissons pas, il pourroit y en avoir qui fussent également capables d'y causer des révolutions prodigieuses. Une comete de la grosseur de la terre qui seroit seulement à 13290 lieues de nous, auroit la force nécessaire pour produire une marée ou une élévation de 2000 toises dans les eaux de la mer; si elle y restoit assez long-temps elle pourroit submerger les 4 parties du monde, comme je l'ai fait voir plus en détail dans mes réflexions sur les cometes, imprimées en 1773; il est difficile qu'il n'arrive pas un jour quelque révolution de cette espece: mais il est impossible d'en fixer le temps. Nous ne connoissons pas probablement le quart des cometes, & parmi les 60 qu'on a observées, il y en a 7 ou 8 qui peuvent approcher de la terre, & même la choquer si la terre se rencontroit dans le nœud du moment qu'une des cometes y passera, en sorte que le nœud fût alors précisément sur la circonférence de l'orbite de la terre; mais ces trois circonstances sont si difficiles à réunir, que l'on a dû regarder comme une folie, la terreur générale qui

s'étoit répandue au mois de mai dernier à l'occasion de mon mémoire.

La comete de 1680, n'étant éloignée du soleil dans son périhélie que de la 6^e partie du diamètre solaire, il pourroit arriver par la résistance de l'atmosphère du soleil, & l'attraction des autres cometes dans son aphélie, qu'elle retombât dans le soleil ; c'est ainsi, dit Newton que la belle étoile de 1572 a pu paroître tout d'un coup, étant ranimée & augmentée par une abondance de matiere nouvelle.

913. Les anciens ont tiré le nom des cometes de cette lumiere inégale dont elles paroissent communément environnées, & ils les ont distinguées par ce moyen en plusieurs especes (Pline, II. Hévélius, *in cometographia*). Cependant il a paru quelquefois des cometes sans queue ni chevelure ; mais celles dont les queues ont paru les plus longues, sont les suivantes. Celle dont parle Aristote, qui vers l'an 371 avant J. C. occupoit le tiers de l'hémisphère, ou environ 60°. Celle dont parle Justin (Liv. 37), & qui parut à la naissance de Mithridate, 130 ans avant J. C. étoit si terrible qu'elle sembloit embrasser tout le ciel, elle occupoit 45°. Une autre comete, au rapport de Sénèque (VII. 13), couvroit toute la voie lactée, vers l'an 135. La comete de 1456 occupoit 2 signes ou 60° (Pontanus, *in centiloquio*) ; & celle de 1460 en occupoit environ 50, suivant le même auteur. La comete de 1618 avoit une queue au moins de 70°, suivant Képler, & même de 104°, suivant Longomontanus, le 10 décembre 1618. On peut voir les mesures d'un grand nombre d'autres queues de cometes dans le P. Riccioli (*Almag. II. 25*) ; mais depuis ce temps-là on a vu la comete de 1680, l'une des plus étonnantes qui eût jamais paru, par l'étendue de sa queue (Voyez le traité de M. Cassini sur la comete de 1680 & 1681).

924. La comete de 1744 s'est montrée de nos jours avec une lumiere en éventail ou une queue divisée en plusieurs branches, qui étoit très-remarquable, & qui s'étendit le 19

Février

février jusqu'à 30° . Voyez le *Traité de la comete de 1744*, par M. de Cheseaux. Dans les pays méridionaux où l'on jouit d'un ciel pur & serein, les queues des cometes se distinguent mieux & paroissent plus longues; la comete de 1680 avoit une queue de 62° à Paris suivant M. Cassini, & de 90° à Constantinople; celle de 1759 parut à Paris presque sans queue, on avoit beaucoup de peine à en distinguer une légère trace d'un ou de deux degrés; tandis qu'à Montpellier, suivant M. de Ratte, la queue avoit 25° le 29 avril, la partie la plus lumineuse étant de 10° . M. de la Nux, correspondant de l'Académie, à l'Isle de Bourbon, la vit même beaucoup plus grande. Enfin la queue de la comete de 1769 paroissoit d'environ 10° à Paris, de 40° à Marseille; de 70° à Bologne, de 90° à M. Pingré qui étoit sur mer, entre Ténériffe & Cadix; mais elle étoit très-foible; c'est ainsi que dans la Zone torride la lumière zodiacale paroît constamment, & de plus de 100 degrés de longueur.

925. Sénèque savoit que les queues des cometes sont transparentes, & qu'on voit les étoiles au travers, (*liv. VII. c. 18*). Newton fait voir qu'elles sont d'une substance infiniment plus tenue & plus rare qu'on ne sauroit l'imaginer.

926. Appian fut le premier qui prouva que les queues des cometes étoient toujours à peu près opposées au soleil (*Astronomicum Casareum*, 1540); cette règle fut confirmée alors par Gemma Frisius, Cornelius Gemma, Fracastor, Cardan; cependant Tycho-Brahé ne croyoit pas qu'elle fût bien générale ni bien démontrée; mais cette loi est actuellement reconnue. On apperçoit seulement une courbure qui est une suite de la position de la terre hors du plan de l'orbite de la comete, & du mouvement de celle-ci (*Hevelius, in cometog.* Cassini, sur la comete de 1680, pag. X. Newton, l. III).

927. La queue des cometes, suivant Newton, vient de l'atmosphère propre de chaque comete (*Princ. mat. lib. III. prop. 41*). Les fumées & les vapeurs peuvent s'en éloigner, dit-il, ou par l'impulsion des rayons solaires,

comme le pensoit Képler, ou plutôt par la raréfaction que la chaleur produit dans ces athmospheres.

928. Il confirme ce sentiment par la comete de 1680, qui au mois de décembre après avoir passé fort près du soleil, répandoit une lumiere beaucoup plus longue & plus brillante qu'elle n'avoit fait au mois de novembre avant son périhélie; cette regle est même générale, & lui paroît suffisante pour prouver que la queue des cometes n'est qu'une vapeur très-légere, élevée du noyau de la comete par la force de la chaleur. M. Euler y ajoute l'impulsion de la lumiere (*Mém. de Berlin*, année 1746, pag. 121), & M. de Mairan l'athmosphere du soleil, ou la lumiere zodiacale.

929. On n'a guère vu de queue plus grande que celle de la comete de 1680, parce qu'on n'a guere vu de comete passer si près du soleil : le 18 décembre 1680 elle en étoit 166 fois plus près que la terre. Cette comete recevoit une chaleur 28000 fois plus grande que celle que nous éprouvons au solstice d'été; la chaleur de l'eau bouillante est trois fois plus grande que celle qu'une terre seche reçoit alors du soleil, & la chaleur d'un fer rouge trois ou quatre fois plus grande que celle de l'eau bouillante, suivant l'estimation de Newton; ainsi la comete de 1680 dut être échauffée environ deux mille fois plus qu'un fer rouge, & un globe de fer de même diametre auroit conservé sa chaleur plus de 50000 ans. M. de Buffon estime que ce calcul de Newton doit être réformé dans plusieurs points, & il se propose de publier des expériences très-curieuses sur la chaleur & la durée du refroidissement des métaux, qui dépend de leur fusibilité.



L I V R E X I.

De la Rotation des Planetes ; & de leurs Taches.

930. **O**N a vu le soleil tourner sur son axe dès le temps où l'on a découvert les lunettes d'approche. Nous savons que la terre tourne chaque jour par un mouvement de rotation (384) : nous sommes très-assurés que la Lune, Jupiter & Mars tournent aussi sur leurs axes ; d'ailleurs il est difficile de concevoir que le mouvement imprimés aux planetes, & par lequel elles décrivent leurs orbites ne soit pas accompagné d'un mouvement de rotation : il faudroit que la direction passât tellement par le centre qu'il n'y eût pas la plus petite différence.

Cependant la rotation, quant à la durée, est indépendante de la révolution ; une planète peut suivre son orbite par un mouvement de translation d'occident en orient, sans tourner sur son axe ; & elle peut tourner sur un axe quelconque, en sens contraire, & avec une vitesse quelconque (405) ; ainsi le mouvement de rotation est absolument indépendant du mouvement de révolution que nous avons considéré dans le III^e livre ; ce n'est que par les observations qu'on peut le déterminer, & c'est ce que nous allons entreprendre.

931. Jean Bernoulli dans un mémoire de Dynamique, où il considère les centres spontanés de rotation, fait voir qu'une force de projection appliquée, non pas au centre de la terre, mais un peu plus loin du soleil, & cela de $\frac{1}{175}$ du rayon ; donneroit à la terre, supposée ronde & homogene, deux mouvements assez conformes à ceux que l'on observe ; pour Mars il trouve $\frac{1}{418}$; pour Jupiter $\frac{1}{17}$ (Bern. *Opera. T. IV. pag. 283*) ; pour la lune on

trouve 175. Si l'impulsion primitive eût été appliquée à de plus grandes distances de chaque centre, le mouvement de rotation seroit plus rapide, cette vitesse tient sans doute à la cause de l'impulsion primitive, & il est probable que tous les corps qui ont un mouvement de révolution ont aussi un mouvement de rotation: le soleil même tourne sur son axe, & il est probable que les étoiles font dans le même cas.

932. La rotation du soleil est la première qui ait été découverte, & c'est aussi la plus sensible; les taches qui paroissent de temps en temps sur le soleil ont fait découvrir ce mouvement, & nous servent encore à l'observer. La première découverte des taches du soleil est contenue dans un grand ouvrage de Scheiner, intitulé: ROSA URSINA, & publié en 1630.

933. Le P. Scheiner étoit Professeur de Mathématiques à Ingolstadt au mois de mars 1611, lorsqu'en regardant un jour le soleil avec une lunette d'approche, au travers de quelques nuages, il apperçut pour la première fois les taches du soleil, & les fit voir au P. Cysati & à plusieurs de ses Disciples; le bruit s'en répandit bientôt: on sollicita le P. Scheiner de publier cette découverte; mais comme ce phénomène paroissoit fort contraire aux principes de la Philosophie péripatéticienne de ce temps-là, ses supérieurs craignirent qu'il ne vînt à les compromettre, & ses premières observations ne furent publiées que sous un nom supposé, *Appelles post tabulam*, par un Magistrat d'Augsbourg, nommé Velfer.

934. Galilée l'accusa de plagiat & prétendit avoir découvert ces taches le premier; Scheiner s'en justifie fort au long dans son ouvrage; Jean Fabricius, fils de David Fabricius, les avoit aussi observées à Wittemberg, & il en publia même la relation au mois de juillet 1611; Képler pense qu'il les avoit vues avant le P. Scheiner. Weidler, (*Hist. Astronomie*, p. 439).

935. Les taches du soleil sont des parties noires irrégulières qu'on apperçoit de temps en temps sur le soleil,

& qui paroissent tourner uniformément en 25 jours & 14 heures autour du soleil (959) ; on en voit une représentée en *N* (*fig. 114*), sur le disque du soleil.

Les facules dont Scheiner & Hévélius parlent souvent, me paroissent n'être autre chose que le fond lumineux du soleil qu'on apperçoit quelquefois dans les interstices des taches ou des ombres, & qui semblent être comme des points plus lumineux que le reste du soleil. M. Cassini dit cependant aussi qu'on a vu sur le soleil des points plus brillants que le reste de sa surface (*Elem d'ast.* 403), mais il appelle facules des taches légères & foibles que l'on apperçoit quelquefois à l'endroit même où une tache a disparu (*Anciens mém. de l'Acad. tom. X. pag. 661*).

Les ombres sont une nébulosité blanchâtre qui environne toujours les grandes taches ; Hévélius les compare à l'impression que l'haleine fait sur une glace de miroir en ternissant son éclat (*Selenographia*, pag. 84) ; quelquefois, dit-il, cette atmosphère des taches est jaunâtre *instar halonis*, & il en donne un exemple ; quelquefois ces ombres se trouvent toutes seules, & donnent ensuite naissance à des taches, comme il l'observa au mois d'août 1643 ; ces ombres sont souvent d'une très-grande étendue. Hévélius en a vu une au mois de juillet 1643 qui occupoit près du tiers du diamètre du soleil (*pag. 506*).

936. Les taches du soleil servent à expliquer divers phénomènes racontés dans les historiens. Ainsi dans les annales de France imprimées à Paris en 1588 (*Vie de Charlemagne*, pag. 62), on trouve que l'an 807, xvii kal. april. Mercure parut sur le soleil comme une petite tache noire, qu'on apperçut en France pendant 8 jours, & que les nuages empêcherent d'observer dans quel temps se fit l'entrée & la sortie. Ce ne pouvoit être autre chose qu'une tache (727) ; il en faut dire autant de ce que crut voir Képler le 28 mai 1607. Scheiner explique aussi par le moyen des taches du soleil plusieurs singularités qu'on trouve dans les historiens sur la diminution de lumière dans le soleil.

937. C'est à d'énormes taches du soleil qu'il faut rapporter, si on veut les admettre, les deux faits qui sont dans Abulfaradge (*Hist. Dynast.*). L'an 535 le soleil eut une diminution de lumière, qui dura 14 mois, & qui étoit très-sensible; l'an 626 la moitié du disque du soleil fut obscurcie, & cela dura depuis le mois d'octobre jusqu'au mois de juin: on voit souvent ces taches à la vue simple avec un verre fumé (941).

938. Après la découverte des taches du soleil, le P. Scheiner les observa assidûment; il avoit soin de rapporter à l'écliptique les taches dont il observoit la situation par rapport au vertical, ou aux parallèles à l'équateur; par ce moyen il décrivoit sur un carton la route d'une tache pendant les 13 jours de son apparition. On en trouve un très-grand nombre de gravées dans son ouvrage, depuis 1618, jusqu'en 1627; & elles lui firent reconnoître les regles suivantes (*Rosa Urs. pag. 225*).

939. A la fin de mai & au commencement de juin, les taches décrivent des lignes droites inclinées sur l'écliptique du nord au sud, c'est-à-dire, qu'elles vont de *A* en *B* (*fig. 113*). A la fin de novembre ou au commencement de décembre, elles décrivent des lignes droites en allant du midi au septentrion, ou de *C* en *D*; pendant l'hiver & le printemps, leur route est concave vers le midi, & convexe du côté du nord; mais dans les six autres mois, ou depuis le commencement de juin, jusqu'au commencement de décembre, la concavité est tournée vers le nord, comme l'ellipse *RXVMO*.

La plus grande ouverture de ces ellipses arrive au commencement de mars & de septembre; alors le petit axe de chaque ellipse est $\frac{13}{100}$ du grand axe. Toutes les taches du soleil, même les ombres & les facules décrivent des routes semblables, depuis le moment où elles paroissent jusqu'à celui de leur disparition; on observe la même chose dans les petites & dans les grandes, dans celles qui ne durent que quelques jours, comme dans celles qui font plusieurs révolutions; dans celles qui traversent le soleil

par le centre, comme dans celles qui sont près de les poles. Cette régularité suffit seule pour démontrer que ces taches sont adhérentes au corps du soleil, & qu'elles n'ont d'autre mouvement que celui du soleil même autour de son axe. Les taches prouvent donc la rotation du soleil, & le P. Scheiner en tira bientôt cette conclusion.

Presque toutes les observations de Scheiner furent ensuite confirmées par celles d'Hévélius; M. Cassini les observa beaucoup aussi; & l'on en trouve beaucoup d'observations dans plusieurs volumes des mémoires de l'Académie, au commencement de ce siècle.

940. Il résulte de toutes ces observations que les taches du soleil sont très-variables; Scheiner en a vu changer de forme, croître, diminuer, se convertir en ombres, disparaître totalement. M. de la Hire a vu aussi des taches se dissiper sur le disque apparent du soleil (*Mém.* 1702, pag. 137). Il y a des taches qui après avoir disparu long-temps reparoissent au même endroit; M. Cassini pensoit que la tache du mois de mai 1702, étoit encore la même que celle du mois de mai 1695 (*Mém. Acad.* 1702, pag. 140); c'est-à-dire, qu'elle étoit au même endroit. On n'en a guère vu qui aient paru plus long-temps que celle qui fut observée à la fin de 1676 & au commencement de 1677; elle dura pendant plus de 70 jours, & parut dans chaque révolution (M. Cassini, *Eléments d'Astr.* pag. 81).

941. Les apparitions des taches du soleil n'ont rien de régulier: vers l'année 1611. qu'elles furent découvertes, on ne trouvoit presque jamais le soleil sans quelques taches; il y en avoit souvent un très-grand nombre. Le P. Scheiner en a compté 50 tout à la fois. Bientôt elles devinrent plus rares: depuis l'année 1650, jusqu'en 1670 il n'y a pas de mémoire qu'on en ait pu trouver plus d'une ou deux, qui furent observées fort peu de temps. Depuis 1695 jusqu'en 1700 l'on n'en vit aucune; depuis 1700 jusqu'en 1710, les volumes de l'Académie en parlent continuellement; en 1710 on n'en vit qu'une seule; en 1711.

& 1712, on n'en observa point du tout; en 1713 on n'en vit qu'une, au mois de mai; depuis ce temps-là, on en a presque toujours vu: M. Cassini écrivoit en 1740; « elles sont présentement si fréquentes, qu'il est très-rare » d'observer le soleil sans en appercevoir quelques-unes, » & même souvent un assez grand nombre à la fois »: pour moi je puis dire que depuis 1749, jusqu'à 1773, je ne me rappelle pas d'avoir jamais vu le soleil sans qu'il y eût des taches sur son disque, & souvent un grand nombre. C'est vers le milieu du mois de Septembre 1763, que j'ai aperçu la plus grosse & la plus noire que j'eusse jamais vue; elle avoit une minute au moins de longueur, en sorte qu'elle devoit être trois fois plus large que la terre entière; j'en ai vu aussi de très-grosses le 15 Avril 1764, & le 11 Avril 1766.

942. Les taches du soleil paroissent sur le bord oriental de son disque extrêmement étroites, comme un trait fort délié, ce qui prouve qu'elles ont peu de hauteur, ou plutôt qu'elles sont à la surface même du soleil; il faut cependant considérer que quand elles auroient une très-grande hauteur elles pourroient bien ne paroître pas au bord ou à l'extrémité du soleil, parce qu'elles n'ont aucune lumière, & qu'on ne les voit que quand elles interrompent la lumière du disque solaire; mais du moins si elles avoient une certaine hauteur, on verroit la hauteur toute entière aussi-tôt qu'elle commenceroit à être toute projetée sur le soleil.

943. Quelques physiciens crurent autrefois que les taches du soleil étoient des corps solides qui faisoient leur révolution autour du soleil (a); mais si cela étoit, les taches nous cacheroient à peu près la même portion du soleil soit sur les bords, soit au milieu; & le temps qu'elles paroissent sur le soleil seroit plus court que le temps où on les perd de vue, au lieu que nous voyons ces taches employer autant de temps à parcourir la partie antérieure

(a) Tarde les nomma *Sydera Borbonia*, & un autre nommé Maupertuis *Sydera Austriaca* (*Hevelii Selen. pag. 83*).

du soleil, que la partie postérieure, sauf la petite différence que doit produire la grosseur du diametre du soleil, & la proximité de ces taches à l'un des poles du soleil; enfin ces planetes ne pourroient pas devenir invisibles pendant des années entieres (941), & faire leurs révolutions toutes dans le même intervalle de temps.

Galilée, qui n'étoit point attaché au systême de l'incorruptibilité des cieux, pensa que les taches du soleil étoient une espece de fumée, de nuage, ou d'écume qui se formoit à la surface du soleil, & qui nageoit sur un océan de matiere subtile & fluide; Hévélus étoit aussi de cet avis (*Selen. pag. 83*), & il réfute fort au long à cette occasion le systême de l'incorruptibilité des cieux.

944. Mais il me paroît évident que si ces taches étoient aussi mobiles que le supposent Galilée & Hévélus, elles ne seroient point aussi régulières qu'elles le sont dans leur cours; d'ailleurs la force centrifuge qui produit la rotation du soleil, les porteroit toutes vers un même endroit, au lieu que nous les voyons, tantôt aux environs de l'équateur solaire, tantôt du côté des poles; enfin elles reparoissent quelquefois précisément au même point où elles avoient disparu; ainsi je trouve beaucoup plus probable le sentiment de M. de la Hire (*Hist. Acad. 1700, pag. 118. Mém. 1702, pag. 138*). Il pense que les taches du soleil ne sont que les éminences d'une masse solide, opaque, irrégulière, qui nage dans la matiere fluide du soleil & s'y plonge quelquefois en entier. Peut-être aussi ce corps opaque n'est que la masse du soleil recouverte communément par le fluide igné, & qui par le flux & le reflux de ce fluide se montre quelquefois à la surface, & fait voir quelques-unes de ses éminences. On explique par-là d'où vient que l'on voit ces taches sous tant de figures différentes pendant qu'elles paroissent, & pourquoi après avoir disparu pendant plusieurs révolutions elles reparoissent de nouveau à la même place qu'elles devroient avoir si elles eussent continué de se montrer. On explique par-là les facules, & cette nébulosité blanchâtre dont les taches sont toujours environnées & qui

sont les parties du corps solide sur lequel il ne reste plus qu'une très-petite couche de ce fluide. Cependant M. de la Hire pensoit d'après quelques observations qu'il falloit admettre plusieurs de ces corps opaques dans le soleil, ou supposer que la partie noire pouvoit se diviser & ensuite se réunir.

De l'Equateur solaire, & de la Rotation du Soleil.

945. Les taches du soleil ont fait connoître que le soleil tournoit sur lui-même autour de deux points, qu'on doit appeller les poles du soleil. Le cercle du globe solaire qui est à la même distance des deux poles (15) s'appellera l'équateur solaire; c'est par le mouvement apparent des taches qu'on déterminera la situation de cet équateur, c'est-à-dire, son inclinaison & ses nœuds sur l'écliptique, nous allons expliquer sa méthode.

946. La maniere d'observer les taches du soleil est la même que pour les passages de Vénus; on y emploie le quart-de-cercle ou le réticule. Scheiner & Hévélius recevoient l'image du soleil dans une chambre obscure au travers d'une lunette. Nous préférons aujourd'hui de regarder directement le soleil, & de déterminer la différence de hauteur & d'azimut ou la différence d'ascension droite & de déclinaison entre la tache & le centre du soleil, pour en déduire la différence de longitude & de latitude à laquelle il faut toujours en venir. Soit D (fig. III) une tache, ou le disque de Vénus, NM le diametre vertical du soleil; quand on a observé le passage du bord du soleil & de la tache par un fil vertical PB , ou HD , on a la différence horizontale DB & par conséquent DE ; les passages à un fil horizontal MG , EB , nous donnent la différence de hauteur DG & par conséquent CE ; dans le triangle CED l'on trouve l'angle ECD & le côté CD . L'angle du vertical avec le cercle de latitude LCI , ou l'angle MCI étant retranché de l'angle ECD il reste l'angle de conjonction DCI , & connoissant CD avec l'angle adjacent il est facile de trou-

ver la latitude CK de la tache & la différence de longitude KD entre le soleil & la tache.

947. Quand on aura observé plusieurs jours de suite (946) la différence de longitude & de latitude entre la tache & le centre du soleil, on les rapportera sur un carton, pour juger de leur progrès; soit S (fig. 114) le centre du disque solaire; SE une portion de l'écliptique, M une tache, ML la différence de latitude entre le soleil & la tache; X, V, M, O , les positions successives de la tache sur son parallèle apparent RO , l'on verra facilement que ces positions forment à peu près une ellipse, si ce n'est vers le commencement de juin & de décembre où cette ellipse se réduit à une ligne droite.

948. L'ouverture apparente des ellipses que décrivent les taches du soleil est proportionnelle à l'inclinaison du rayon visuel, ou à l'élévation de la terre au dessus du plan de l'équateur solaire, & cette élévation doit se mesurer au centre du soleil; soit S le centre du soleil (fig. 115), $E A Q V$ le plan de l'équateur solaire, ST la ligne dirigée vers la terre qui est toujours dans le plan de l'écliptique, & qu'il faut concevoir relevée au dessus de la figure; l'angle TSV est l'élévation de notre œil au dessus du plan de l'équateur solaire; c'est l'obliquité sous laquelle nous voyons ce cercle équatorial; & le sinus de cet angle sera le petit axe de l'ellipse, le grand axe étant le sinus total (674). Ainsi en voyant que le petit axe de ces ellipses est $\frac{13}{100}$ de leur grand axe, au temps où elles sont les plus ouvertes, c'est-à-dire, au commencement de mars & de septembre, on en peut conclure que l'équateur du soleil n'est jamais incliné à notre œil de plus de $7^{\circ} \frac{1}{2}$. L'angle TSV est la latitude héliocentrique de la terre par rapport à l'équateur du soleil; l'argument de cette latitude est la distance de la terre au nœud de l'équateur solaire, ou au 10^e degré du Sagittaire (919). Pour trouver en tout temps l'ouverture des ellipses que décriront les taches, il suffit de multiplier le sinus de $7^{\circ} \frac{1}{2}$ par les sinus de la distance de la terre ou du soleil à l'un des nœuds.

949. La regle précédente , pour trouver l'ouverture de ces ellipses , suppose que la terre soit immobile pendant la durée de l'apparition d'une tache ; mais le mouvement de la terre rend le grand axe en apparence plus long , ou plutôt il empêche que la trace ne soit réellement une ellipse ; & les regles précédentes ne sont exactes qu'après qu'on a réduit les observations à ce qu'elles donneroient si la terre ou le soleil eussent été immobiles pendant l'intervalle de ces observations. En effet , la terre qui s'élève continuellement au dessus du plan de l'équateur solaire , ne permet pas que le cercle décrit par la tache paroisse jamais exactement sous la forme de la ligne droite , ni de l'ellipse qui auroit lieu si la terre étoit immobile , ou du moins c'est une ellipse qui change tous les jours de forme ; ainsi cette trace apparente , ou cette courbe décrite sur un carton ne nous sert qu'à reconnoître le progrès ou l'exactitude des observations , & à nous conduire dans le calcul.

850. La différence de longitude SL (*fig. 114*) , & la différence de latitude LM étant connues (946) , on en déduira la ligne SM , & l'angle LSM ; cette ligne droite SM prise sur le disque apparent du soleil est la projection ou le sinus d'un arc du globe solaire dont le centre est au centre S de ce globe ; tout ainsi que nous avons vu dans le calcul des éclipses de soleil que les arcs de la circonférence de la terre projetés sur un plan devenoient égaux à leurs sinus (672). Pour connoître l'arc du globe du soleil qui répond à la ligne droite SM , ou l'arc de distance , on fera cette proportion , le rayon du soleil réduit en secondes est au cosinus du demi-diametre du soleil , comme la longueur SM , est au sinus de l'arc qui lui répond , & l'on aura l'arc ou l'angle sous lequel un observateur situé au centre du soleil verroit la tache M éloignée de la terre ; car la terre paroît répondre au point S ; ou au pole même du cercle $AROBD$, qui est le limbe du soleil vu de la terre.

951. Pour sentir la vérité de la regle précédente , il faut considérer le rayon TG (*fig. 116*) qui touche le disque solaire en G , & forme avec CAT l'angle du demi-diametre

apparent CTG ; si cet angle est de $15'$, l'angle TCG est de $89^{\circ} 45'$, & c'est exactement la perpendiculaire GH ou le sinus de $89^{\circ} 45'$ qui répond à $15'$ ou à $900''$; ainsi il faudra dire, $900''$ est au sinus de $89^{\circ} 45'$, comme le nombre de secondes observé pour une distance BE est au sinus des degrés & minutes de l'arc AB qui lui répond.

952. Nous pouvons actuellement déterminer la longitude héliocentrique de la tache, & sa latitude vue du soleil. Soit P & E (*fig. 117*) les poles de l'écliptique sur le globe du soleil, $PREK$ le grand cercle qui sépare l'hémisphère tourné vers la terre de l'hémisphère opposé; T le point du globe solaire où répond la terre, c'est-à-dire, le point qui a la terre à son zénith, ou qui nous paroît répondre au centre même du disque solaire, M le point où est la tache, TM l'arc de distance déterminé par le calcul précédent (950); l'angle MTP formé par le cercle de latitude PT & par le cercle TM qui joint le lieu de la terre avec celui de la tache, est composé d'un angle droit PTL , & de l'angle sphérique LTM qui est le même que l'angle plan LSM de la figure 114, déterminé par observation (950). Dans le triangle sphérique MTP formé sur la convexité du globe solaire, l'on connoît PT qui est toujours de 90° , TM qui est l'arc de distance, & l'angle PTM : on cherchera l'angle TPM au pole de l'écliptique, c'est la différence de longitude entre le lieu de la terre & le lieu de la tache qui répond au point L de l'écliptique; l'on trouvera aussi PM qui est la distance de la tache au pole boréal de l'écliptique, & l'on aura la latitude héliocentrique LM de cette tache.

953. On ajoutera la différence de longitude trouvée avec la longitude de la terre (c'est-à-dire, celle du soleil augmentée de 6 signes); si le point L est réellement à la droite ou à l'occident du centre du soleil (*fig. 114 & 117*; on la retranchera si la tache est dans la partie orientale du soleil, c'est-à-dire, si elle n'a pas encore passé la conjonction apparente, & l'on aura la longitude de la tache, vue du centre du soleil, c'est-à-dire, le point de l'écliptique, où

un observateur situé au centre du soleil verroit répondre cette tache.

954. Lorsque par cette méthode on a déterminé trois positions de la tache vue du soleil, on connoît par longitudes & latitudes; points X, V, M , (*fig. 117*) d'un petit cercle $RXVM$, qui est parallèle à l'équateur solaire, on peut déterminer le pôle de ce petit cercle; & c'est aussi le pôle de l'équateur solaire GHK , auquel le cercle MR est parallèle.

955. Si la longitude héliocentrique d'une tache étoit la même dans les trois observations; ce seroit une preuve que le soleil ne tourne point sur son axe; car le centre du soleil ne peut voir une tache répondre toujours au même point du ciel, si cette tache est entraînée par la circonférence du soleil; la longitude héliocentrique d'une tache que nous venons de déterminer (952) ne change donc que par le mouvement du soleil; mais elle ne change pas uniformément, parce que l'écliptique, sur laquelle nous comptons les longitudes, n'est pas l'équateur même du soleil, autour duquel se fait le mouvement du soleil, & sur lequel on a des progrès uniformes.

956. Si la latitude héliocentrique d'une tache dans les trois observations étoit constante, tandis que la longitude change, on seroit assuré que la tache tourne parallèlement à l'écliptique, c'est à-dire, autour des pôles mêmes de l'écliptique, qui dans ce cas seroit confondue avec l'équateur du soleil.

957. Mais si la longitude & la latitude de la tache changent tout à la fois; c'est une preuve que la tache décrit un parallèle à quelqu'autre cercle de l'écliptique; d'où il suit que l'équateur du soleil est incliné sur l'écliptique.

958. Si nous avons une suite d'observations d'une tache pendant une demi-révolution autour du soleil dans le temps où le soleil est dans les nœuds de son équateur, nous verrons cette tache à sa plus grande & à sa plus petite latitude; la différence de ces deux latitudes donnera le double de l'inclinaison de l'équateur solaire; car soit AB (*fig. 114*) le

diamètre de l'équateur solaire, KE l'écliptique, RO le parallèle de la tache, les latitudes OE & KR de cette tache (quand elle est sur le cercle $AROE$ de ses plus grandes latitudes) différent entr'elles du double de EB , c'est-à-dire, du double de l'inclinaison de l'équateur solaire, puisque dans l'une des observations, la latitude EO de la tache est plus grande que BO de la quantité BE , & que dans l'autre observation la latitude KR est au contraire plus petite que AR ou BO de la même quantité $AK=EB$.

C'est ainsi que nous trouverons l'inclinaison de l'équateur lunaire, parce que les taches de la lune peuvent s'observer pendant toute la durée d'une rotation lunaire. Mais comme nous voyons rarement les taches du soleil pendant une moitié de leur révolution, nous ne pouvons pas avoir immédiatement l'inclinaison de l'équateur solaire par les deux latitudes extrêmes; on la déduit de l'inégalité des trois latitudes observées.

959. Il y a plusieurs méthodes directes pour y parvenir, mais il est évident qu'on peut très-bien se passer de ces méthodes, en faisant quelques fausses suppositions sur le lieu du nœud & sur l'inclinaison de l'équateur, jusqu'à ce qu'on soit parvenu à une supposition qui donne exactement les trois longitudes héliocentriques & deux des latitudes déduites des observations. On trouve par ce moyen que le nœud de l'équateur solaire est à $2^s 10^o$ de longitude, que l'inclinaison de cet équateur sur l'écliptique est d'environ 7^o , & que sa rotation véritable est de $25^j 4^h 8'$; ce qui fait que les taches du soleil reviennent, par rapport à nous, au même point du disque solaire en $27^j 12^h 20'$.

L'équateur solaire paroît accompagné d'un atmosphère très-vaste qu'on observe sous le nom de lumière zodiacale (297).

De la Rotation lunaire, & de la Libration.

960. La lune présente toujours à la terre à peu près la même face; mais nous sommes au dedans de son orbite; si nous étions placés à une très-grande distance au delà de

l'orbite lunaire , nous verrions successivement tous les points de sa circonférence ; d'où il suit que la lune tourne sur son axe , & qu'elle a un mouvement de rotation.

961. Il paroît que ce mouvement de rotation est uniforme : & comme le mouvement de révolution ne l'est pas , il en résulte une *libration* ou un petit changement de 7 à 8 degrés dans la partie visible du disque lunaire , & cette différence va quelquefois à un huitieme de la largeur du disque de la lune.

Galilée qui le premier observa les taches de la lune après la découverte des lunettes , (*Nuncius Sydereus* 1610), fut aussi le premier qui remarqua la libration de la lune. Il comprit dès lors qu'il y avoit une libration en latitude qui vient de l'inclinaison de l'orbite lunaire & du parallélisme constant de son axe : je commence donc par l'explication de celle-ci , comme la premiere dont l'inventeur ait parlé. Il observa que des deux taches de la lune appelées *Grimaldi* & *mer des Crises* dans les figures du disque lunaire , l'une se rapprochoit du bord de la lune quand l'autre s'éloignoit du bord opposé vers lequel elle est située.

962. Supposons , pour l'expliquer , que la lune présente toujours la même face au même point du ciel , & qu'un de ses diametres , que nous appellerons l'*axe de la lune* , soit toujours incliné de 2° sur l'écliptique. Soit *T* la terre (*fig.* 118), *TE* le plan de l'écliptique , *TC* une ligne inclinée de 2° sur l'écliptique , *L* le centre de la lune dont l'axe *ILK* soit perpendiculaire à *TC* ; lorsque la latitude de la lune ou l'angle *LTE* est de 5° , l'angle *LTC* est de 3° aussi-bien que l'angle *GLD* , & une tache située en *G* , sur l'équateur lunaire paroît éloignée du centre apparent *D* de la lune , de 3° ou de $\frac{1}{10}$ du rayon de la lune ; mais 14 jours après quand la lune *M* a 5° de latitude australe , l'angle *ETM* étant de 5° & l'angle *CTM* de 7° , la tache qui étoit en *G* se trouve en *Q* , & sa distance *FQ* au centre apparent *F* de la lune est l'arc *FQ* égal à l'angle *CTM* , $= 7^{\circ}$; ainsi la tache située dans l'équateur paroît à 7° au midi du centre apparent *F* de la lune , tandis qu'au-

paravant

paravant elle paroïssoit ;* plus au nord ; donc la tache de la lune paroît de 10° plus au midi , ou plus près du bord méridional de la lune , que lorsque la latitude étoit septentrionale en *L*. Cela suppose que la ligne *TC* , à laquelle l'axe est perpendiculaire soit immobile , ou que l'axe *IK* soit toujours parallèle à lui-même : nous verrons bientôt qu'il a un mouvement (967) ; mais il n'est pas sensible en 14 jours.

963. La cause de la libration en latitude se trouvant ainsi expliquée, il ne me reste qu'à expliquer aussi la libration en longitude par l'inégalité du mouvement de la lune dans son orbite. Ce fut Riccioli qui parla le premier en 1651 de cette hypothèse. « La troisième hypothèse, dit-il, seroit fondée sur l'excentricité de la lune, si nous imaginions que la lune présente toujours la même face, non à la terre, mais au centre de l'excentrique, en sorte que la ligne menée du centre du globe lunaire au centre de l'excentrique qu'elle parcourt, passeroit toujours par le même point du globe lunaire ». Cette hypothèse fut employée par Hévélius qui l'avoit imaginée, dit-il, en 1648 ; Newton & Cassini l'adoptèrent également, & je vais l'expliquer en peu de mots.

964. Suivant la théorie du mouvement elliptique, le foyer supérieur *F* de l'orbite lunaire *ALP* (fig. 119), est celui autour duquel la lune a un mouvement presque uniforme (495) : si donc la rotation de la lune est aussi uniforme, comme le prouve l'observation, la lune après le quart de la durée de la révolution, présentera au foyer *F* le point *B* de sa surface, qui dans l'apogée *A*, étoit dirigé suivant *AFT*, & par conséquent vers la terre ; mais dans cette position du rayon *LB*, l'angle *FLT* étant de 6 ou 7° , le point *C* de la lune qui est dirigé vers la terre & qui forme le centre apparent de la lune, est différent du point *B*, de 7° de la circonférence de la lune ; ainsi la tache qui est en *B* (& qui paroïssoit au centre apparent du disque lunaire quand la lune étoit apogée), en paroîtra éloignée de 7° , ou d'environ une huitième partie du rayon

de la lune du côté de l'occident ; c'est ce que l'on observe réellement ; on en conclut que la durée de la rotation de la lune est uniforme, & égale à celle de sa révolution, sans participer aux inégalités de celle-ci.

965. Il n'est pas aisé de comprendre la raison de cette parfaite égalité entre les durées de la rotation & de la révolution de la lune. Newton ayant trouvé par l'attraction de la terre sur la lune, que le diamètre de la lune dirigé vers la terre doit surpasser de 280 pieds, les diamètres perpendiculaires à notre rayon visuel, en conclut que le plus grand diamètre doit être toujours à peu près dirigé vers la terre ; & il est vrai que l'équateur lunaire doit être en effet alongé dans le sens du diamètre qui va de la lune à la terre, parce que l'attraction de la terre est plus grande sur les parties qui en sont les plus voisines.

D'un autre côté, la rotation de la lune autour de son axe, doit en faire un sphéroïde aplati par les poles, & rendre les méridiens elliptiques ; ainsi dans la lune, les méridiens, l'équateur & les parallèles doivent être des ellipses ; & le corps de la lune doit être, pour ainsi dire, comme un œuf qu'on auroit aplati par les côtés, indépendamment de son alongement naturel.

966. M. de la Grange, dans la piece qui a remporté le prix de l'Académie en 1764, suppose avec Newton que la lune est un sphéroïde alongé vers la terre, & il trouve que cette planète doit faire autour de son axe une espèce de balancement ou d'oscillation, par lequel sa vitesse de rotation est tantôt accélérée, tantôt retardée ; qu'alors la lune doit nous montrer toujours à peu près la même face, quoi qu'elle ait pu recevoir dans le principe une rotation dont la durée ne seroit point, par elle seule, égale à celle de la révolution. Il fait voir aussi que la figure de la lune peut être telle que la précession de ses points équinoxiaux, ou la rétrogradation des nœuds de l'équateur lunaire, soit à peu près égale au mouvement rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire, ainsi que les observations le prouvent.

967. On détermine les nœuds & l'inclinaison de l'équa-

teur lunaire par trois observations d'une tache, de la même manière que nous l'avons expliquée pour l'équateur solaire (959). C'est au centre de la lune qu'il faut réduire les longitudes des taches, & choisir pour déterminer l'inclinaison de l'équateur lunaire les temps où les taches sont le plus au nord ou au midi. On a trouvé par ce moyen l'inclinaison de deux degrés, & l'on a reconnu que le nœud de l'équateur lunaire est toujours sensiblement d'accord avec le nœud de l'orbite lunaire sur l'écliptique.

968. Je terminerai ce qui concerne la sélénographie, en disant un mot de la hauteur des montagnes de la lune. Hévélius observa des sommets de montagnes dans la lune, qui étoient quelquefois éclairés, quoiqu'éloignés de la ligne de lumière de la treizième partie du rayon de la lune ; de là on peut conclure que ces montagnes ont de hauteur la 338^e partie du rayon lunaire, ou une lieue de France. En effet, soit BM (fig. 120), le rayon solaire qui éclaire la lune en quadrature, BE le côté éclairé, BH le côté obscur, HM une montagne lunaire ; quand le rayon BM commencera à éclairer le sommet M , si l'on connoît le côté TB & le côté $BM = \frac{1}{338}$ du rayon TB , il est aisé de résoudre le triangle TBM & de trouver TM , dont l'excès sur le rayon est HM . Le rayon de la lune est $\frac{1}{41}$ de celui de la terre ; qui lui-même est de 3281000 toises ; avec ces données on trouve HM de 2643 toises, c'est-à-dire, plus d'une lieue commune.

969. Galilée supposoit cette hauteur encore plus grande, car il disoit avoir observé la distance BM des points lumineux de $\frac{1}{10}$ du rayon de la lune ; mais on doit préférer à cet égard les observations d'Hévélius qui ont été plus répétées, plus détaillées & plus exactes.

De la Rotation & de la figure des autres Planetes.

970. La rotation du soleil & celle de la lune sont les plus faciles à observer, mais les autres planetes ont aussi donné matière à de semblables observations. M. Cassini

ayant remarqué des taches dans Vénus, jugea que cette planète tournoit sur son axe, dans l'espace de 13 heures; mais la durée de cette rotation n'est point aussi facile à observer que celle de Jupiter, que l'on voit distinctement tourner sur son axe en 9 heures 56'. Il paroît que l'équateur de Jupiter n'est incliné que de 2 ou 3° sur l'orbite de cette planète, à peu près comme celle des satellites. L'applatiffement de Jupiter est très-sensible, son axe est plus petit que le diamètre de son équateur de $\frac{1}{4}$, & c'est une suite naturelle de la force centrifuge qui naît d'une rotation aussi rapide.

La rotation de Mars observée par M. Cassini en 1666 lui parut être de 24 heures 40'.

La rotation de Mercure & de Saturne ne peut s'observer, l'un est trop près du soleil pour que l'on puisse en distinguer les taches; l'autre est trop éloigné de nous.

971. Les phases de Saturne sont une des choses les plus singulieres que l'on ait observées dans le ciel; quelquefois il paroît tout rond, & quelquefois on y distingue deux anses; les Astronomes disputèrent long-temps sur ces singulieres apparences, jusqu'à ce que M. Huygens en 1659 en donna l'explication.

Saturne est environné d'un anneau fort mince, presque plan concentrique à Saturne, également éloigné dans tous ses points; il est soutenu par la pesanteur naturelle & simultanée de toutes ses parties, tout ainsi qu'un pont qui seroit assez vaste pour environner toute la terre, se soutiendrait sans piliers.

972. Le diamètre AB de l'anneau de Saturne (*fig. 121*) est à celui du globe de Saturne CD , comme 7 est à 3, suivant les mesures de M. Pound; l'espace E qu'il y a entre le globe & l'anneau est égal à peu près à la largeur de l'anneau; ou tant soit peu plus grand, suivant M. Huygens, ainsi la largeur de l'anneau est à peu près $\frac{1}{2}$ du diamètre de Saturne, aussi bien que les espaces vuides & obscurs E , que l'on voit entre le globe & les anses. Il est incliné sur l'écliptique de $31^{\circ} 23'$, & il la coupe à $5^{\circ} 17'$ de longitude,

973. L'anneau de Saturne dispaçoit quelquefois , & il y a trois causes qui peuvent occasionner cette phase ronde. Lorsque Saturne est vers le 20^e degré de la Vierge & des Poissons , le plan de son anneau se trouve dirigé vers le centre du soleil ; & ne reçoit de lumière que sur son épaisseur , qui n'est pas assez considérable pour être apperçue de si loin ; Saturne alors paroît rond & sans anneau , cela doit arriver vers le 22 du mois d'octobre de cette année 1773 ; dans ce cas là , on distingue une bande obscure qui traverse Saturne par le milieu , & qui est formée par l'ombre de l'anneau sur son disque. Cette disparition dure environ un mois.

974. L'anneau de Saturne dispaçoit encore lorsque le plan de l'anneau passe par notre œil , étant dirigé vers la terre ; nous ne voyons alors que son épaisseur qui est trop petite , ou qui réfléchit trop peu de lumière pour que nous puissions l'appercevoir ; enfin cet anneau peut dispaître lorsque son plan passe entre le soleil & nous ; car alors la surface éclairée n'est point tournée vers nous ; tant que Saturne est entre 11^e 20^e & 5^e 20^e de longitude , le soleil éclaire la surface méridionale de l'anneau : si la terre est alors élevée sur la surface septentrionale , elle ne peut voir la lumière de l'anneau , & ce sera un des temps de la phase ronde ; ainsi l'on peut voir dispaître les anses deux fois dans la même année & les voir reparaitre deux fois , comme on l'a véritablement observé. (*Mémoires Acad. 1715*).

975. Par exemple , en 1773 la terre doit se trouver le 10 octobre dans le plan de l'anneau , & nous cessons de l'appercevoir , même 8 jours auparavant. Nous ne le reverrons ensuite que le 23 janvier 1774 , le soleil ayant passé à son tour au nord de l'anneau dès le 8 ; car il lui faut à peu près 15 jours pour que le soleil étant assez élevé sur le plan de l'anneau y répande une lumière suffisante , & que nous puissions l'appercevoir ; mais comme Saturne sera en conjonction avec le soleil le 8 septembre ; il sera difficile de bien observer la première

disparition le 24 mars, la terre revenant vers le plan de l'anneau il disparaîtra pour la seconde fois jusqu'au 11 juillet que la terre dépassera de nouveau le même plan, après quoi cet anneau ne disparaîtra plus pendant 15 ans. J'en ai donné les preuves & les calculs, qui ont paru dans les *Mém. de l'Acad.* pour 1773.

De la pluralité des Mondes.

976. La ressemblance que l'on a vue entre les planètes & la terre dans le cours de ce livre, a fait croire aux plus grands Philosophes que les planètes étoient destinées à recevoir des êtres vivants comme nous, & qu'elles étoient habitées. La pluralité des mondes se trouvoit déjà dans les Orphiques, ces anciennes poésies Grecques attribuées à Orphée (*Plut. de Plac. phil. L. 1, c. 13*), les Pythagoriciens, tels que Philolaüs, Nicéas, Héraclides, enseignoient que les astres étoient autant de mondes (*Plut. L. 2, c. 13 & 30*), Achilles Tatiüs, *Isag. ad Arati phæn.* c. 10. Diog. Laërt. *in Emped.*). Plusieurs anciens Philosophes admettoient même une infinité de mondes hors de la portée de nos yeux. Epicure, Lucrece (*L. 2, v. 1069*), tous les Epicuriens étoient du même sentiment; & Métrodore trouvoit qu'il étoit aussi absurde de ne mettre qu'un seul monde dans le vide infini, que de dire qu'il ne pouvoit croître qu'un seul épi de bled dans une vaste campagne (*Plut. L. 1, c. 5*): Xénophanes, Zénon d'Elée, Anaximenes, Anaximandre, Leucippe, Démocrite, le soutenoient de même. Enfin il y avoit aussi des Philosophes qui en admettant que notre monde étoit unique, donnoient des habitants à la lune; tels étoit Anaxagore (*Macrobian. Somn. Scip. L. 1, c. 11*), Xénophanes (*Cic. Ac. qu. L. 4*); Lucien (*Plutarque de Oracul. defectu; de facie in orbe luna*). On peut voir une liste beaucoup plus ample de ces opinions des Anciens sur la pluralité des mondes, dans Fabricius (*Bibliot. Gr. tom. 1, c. 20*), & dans le Mémoire de M. Bonamy, (*Acad. des inscr. tom. 1x*). Hévélius

appelle les habitants de la lune *Selenita*, & il examine tous les phénomènes qui s'observent dans leur planète (*Selenogr.* p. 294), à l'exemple de Képler (*Astron. lunaris*).

977. La pluralité des mondes fut ensuite ornée par M. de Fontenelle de toutes les graces & de tout l'esprit qu'on peut mettre dans des conjectures physiques; M. Huygens (mort en 1695; dans son livre intitulé : *Cosmotheoros*, disserta aussi fort au long sur cette matière. En effet, la ressemblance y est si parfaite entre la terre & les autres planètes, que si nous supposons la terre faite pour être habitée, nous ne pouvons douter que les planètes ne le soient également; & si nous concevons quelque rapport nécessaire entre l'existence du globe terrestre & celle des hommes, nous sommes forcés de l'étendre aux planètes; celui qui voudroit s'y refuser seroit aussi inconsequent que celui qui dans un troupeau de moutons auroit vu les uns avoir des entrailles d'animaux, & croiroit que les autres peuvent ne contenir que des pierres.

978. Nous voyons six planètes autour du soleil, la terre est la troisième; elles tournent toutes les six dans des orbites elliptiques; elles ont un mouvement de rotation comme la terre; elles ont comme elle, des taches, des inégalités, des montagnes; il y en a trois qui ont des satellites, & la terre en est une; Jupiter est aplati comme la terre; enfin, il n'y a pas un seul caractère visible de ressemblance qui ne s'observe réellement entre les planètes & la terre: est-il possible de supposer que l'existence des êtres vivants & pensants soit restreinte à la terre; sur quoi seroit fondé ce privilège, si ce n'est peut être sur l'imagination étroite & timide de ceux qui ne peuvent s'élever au delà des objets de leurs sensations immédiates? Ce que je dis des six planètes qui tournent autour du soleil, s'étendra naturellement à tous les systèmes planétaires qui environnent les étoiles; chaque étoile paroît être, comme le soleil, un corps lumineux & immobile: si le soleil est fait pour retenir & éclairer les planètes qui l'environnent, on doit présumer la même chose des étoiles; & si l'on sup-

pose que l'existence des habitants de la terre ait quelque rapport nécessaire avec celle du globe terrestre, on doit supposer des habitants dans les autres planetes.

979. Il y a eu des écrivains aussi timides que religieux, qui ont réprouvé ce système comme contraire à la Religion ; c'étoit mal soutenir la gloire du Créateur : si l'étendue de ses ouvrages annonce sa puissance, peut-on en donner une idée plus magnifique & plus sublime ? Nous voyons à la vue simple, plusieurs milliers d'étoiles ; il n'y a aucune région du ciel où une lunette ordinaire n'en fasse voir presque autant que l'œil en distingue dans tout un hémisphere ; quand nous passons à de grands télescopes, nous découvrons un nouvel ordre de choses, & une autre multitude d'étoiles qu'on ne soupçonnoit pas avec les lunettes ; & plus les instruments sont parfaits, plus cette infinité de nouveaux mondes se multiplie & s'étend : l'idée perce au-delà du télescope, & découvre une nouvelle multitude de mondes, infiniment plus grande que celle dont nos foibles yeux appercevoient la trace ; l'imagination va plus loin, elle cherche inutilement des bornes ; quel étonnant spectacle !



L I V R E X I I.

De la Pesanteur , ou de l'Attraction des Planetes.

LA pesanteur est cette force que nous éprouvons à chaque instant , par laquelle tous les corps tiennent au globe de la terre , & y retombent d'eux-mêmes aussi-tôt qu'on les en éloigne & qu'ils sont libres.

980. Cette pesanteur est l'effet d'une force universelle répandue dans toute la Nature , & qui réside dans tous les corps aussi-bien que dans le globe de la terre , comme nous le démontrerons bientôt (989) ; mais il faut commencer par examiner ses effets sur la terre , avant de la considérer dans le reste de l'univers.

981. Le premier phénomène qu'on observe dans la pesanteur des corps terrestres , c'est la vitesse avec laquelle ils tombent vers la terre ; tous les corps , grands ou petits , quels que soient leur étendue , leur volume , leur densité & leur masse , commencent à tomber avec une vitesse de 15 pieds par seconde (ou plus exactement 15,0515 sous l'équateur) : mais après avoir parcouru 15 pieds dans la première seconde de temps , ils en parcourent trois fois autant dans la suivante , cinq fois autant dans la troisième ; les espaces parcourus sont comme les nombres impairs , 1 , 3 , 5 , 7 , 9 , &c. Galilée reconnut le premier cette loi , confirmée ensuite par toutes les expériences.

982. De là il résulte évidemment que les espaces parcourus sont comme les carrés des temps ; car le corps qui n'avoit parcouru qu'une perche à la fin de la première seconde , se trouve en avoir parcouru quatre au bout de deux secondes , neuf après trois secondes , seize , &c. donc les espaces parcourus dans la chute des corps sont comme

les carrés 1, 4, 9, 16 des temps 1, 2, 3, 4, que la chute a duré.

983. Ce fait qui est prouvé par expérience est indiqué par la nature même de la chose; la gravité étant une force continue, agit sans interruption sur le corps qui y est soumis pendant la durée de la chute; dès-lors les espaces qu'elle lui fait parcourir doivent être comme les carrés des temps. En effet, exprimons les instants que dure la chute par les portions d'une ligne BK (fig. 122.), croissante également, & divisée en parties égales BG , GM ; les vitesses du corps qui tombe croissent dans la même proportion, puisque à chaque instant il survient un nouveau degré de vitesse égal au précédent, qui ne le détruit point; mais qui se joint avec lui; ces vitesses peuvent donc s'exprimer légitimement par les ordonnées GH , KL , du triangle, puisque ces ordonnées croissent uniformément, ou comme les temps BG , BK . Les espaces parcourus à chaque instant doivent être d'autant plus grands que l'instant est plus long & la vitesse plus grande; mais puisque les instants sont exprimés par BG ou BK , & les vitesses par GH ou par KL , la valeur absolue des espaces parcourus pourra être exprimée par le produit des lignes BG & GH , ou par celui des lignes BK & KL , c'est-à-dire, dans chaque cas par la surface du triangle; mais la surface du petit triangle est à celle du grand, comme le carré de BG est à celui de BK ; donc les espaces parcourus sont comme les carrés des temps.

984. Les espaces étant comme les carrés des temps, & les vitesses comme les temps pendant lesquels elles ont été acquises, les espaces sont comme les carrés des vitesses; donc les vitesses sont comme les racines des espaces parcourus, c'est-à-dire, des hauteurs d'où les graves doivent tomber pour acquérir ces vitesses. On peut dire également que les vitesses sont comme les racines des hauteurs doubles, c'est-à-dire, des espaces qui seroient parcourus uniformément avec les mêmes vitesses acquises.

985. On doit étendre cette proposition à toute force attractive constante, c'est-à-dire, à toute force qui agit uniformément, constamment, & sans interruption; les espaces parcourus sont nécessairement alors comme les carrés des temps; on fait souvent usage de cette remarque, on suppose toujours que si s est la force, dt le petit intervalle de temps, & de le petit espace, on doit avoir $s dt^2 = de$; ainsi pour comparer la force d'une planète quelconque avec la force que la terre exerce sur les corps graves, s étant supposée la force accélératrice d'une autre planète, comme la lune, en sorte que s soit $\frac{1}{10}$ de la force de la terre, à pareille distance, & dt un nombre de secondes comme 4'', on aura l'espace que cette force s feroit parcourir en 4'' égal à $s dt^2 = \frac{1}{10} \cdot 16$, ou $\frac{16}{10}$ des 15 pieds que la terre fait parcourir aux corps terrestres (981). Si la force n'est pas constante & uniforme, l'augmentation de la vitesse est à chaque moment en raison composée de la force, & du temps pendant lequel cette force s'exerce.

986. De ce que toutes les forces accélératrices constantes font parcourir des espaces qui sont comme les carrés des temps, j'ai aussi conclu que les équations séculaires doivent être comme les carrés des temps (455), & cela suit des mêmes raisonnements; car si la cause agit toujours également, & que son effet ne soit jamais détruit, cet effet croîtra comme les carrés des temps.

987. La même loi s'observe dans les mouvements célestes: une planète ne se meut dans une orbite, que parce qu'elle est sans cesse retenue par une force centrale, (479 & suiv.); aussi l'écart de la tangente, ou la petite ligne AB (fig. 123) qui marque l'effet de la force centrale, & la quantité dont cette force retire la planète du mouvement rectiligne PA est comme le carré des temps, qui sont exprimés par les petits arcs décrits, tels que PB ; c'est ce que nous allons démontrer dans le lemme suivant.

988. Le sinus versé AE (fig. 124), d'un arc infiniment petit AP est égal à $\frac{AP^2}{AD}$; car par la propriété connue du cercle, $EP^2 = AE \cdot ED$; donc $AR = \frac{EP^2}{ED}$, mais ED ou $ED + EA$, c'est-à-dire, AD sont absolument la même chose, puisque AE est infiniment petit; donc $AE = \frac{EP^2}{AD}$. A la place de EP nous pouvons mettre l'arc AP .

qui n'en diffère que d'un infiniment petit du troisième ordre,
donc nous aurons $AE = \frac{AP^2}{DA}$; c'est-à-dire, que les sinus

verses ou les écarts des tangentes sont comme les carrés des petits arcs correspondants. Nous avons déjà fait usage plusieurs fois de cette propriété des arcs infiniment petits; & il en résulte sur tout que l'effet d'une force centrale en vertu de laquelle une planète décrit un cercle, est comme le carré de l'arc décrit, ou comme le carré du temps.

989. Après avoir vu l'effet de la pesanteur sur la terre, examinons si cette force a lieu dans les autres corps célestes. Leur figure ronde suffit d'abord pour démontrer qu'il y a dans chaque planète une pesanteur semblable à celle qu'on éprouve sur notre globe. La terre s'est arrondie dès l'instant de sa formation, & la mer qui l'environne s'arrondit également, parce que toutes les parties tendent vers un centre commun, autour duquel elles se disposent & s'arrangent pour trouver l'équilibre : nous faisons abstraction du petit aplatissement produit par la force centrifuge (1009). Cet équilibre ne pourroit avoir lieu si une partie de l'océan étoit plus éloignée du centre que l'autre (809); voilà pourquoi la pesanteur mutuelle des parties d'un corps, doit nécessairement y produire la rondeur.

990. Il y a donc dans toutes les planètes une pesanteur semblable à celle qu'on éprouve sur la terre; ainsi la matière de la terre n'est pas la seule qui soit douée de cette faculté de retenir & d'attirer les corps environnants; de là il étoit naturel de conclure qu'il y avoit dans la matière en général une force attractive, & que par tout où il y avoit de la matière, il y avoit une attraction. Suivons donc le progrès de nos connoissances, & voyons comment a dû se découvrir cette fameuse loi de l'attraction universelle, source de tant d'autres découvertes, & d'où l'on tire encore chaque jour les conséquences les plus singulières & en même temps les plus conformes à l'observation.

991. Anaxagore , Démocrite , Epicure admettoient déjà cette tendance générale de la matiere vers des centres communs , soit sur la terre , soit ailleurs ; Plutarque en parle d'une maniere bien claire , dans l'ouvrage sur la cessation des oracles , où il explique comment chaque monde a son centre particulier , ses terres , ses mers , & la force nécessaire pour les assembler & les retenir autour du centre.

Copernic avec la même idée de l'attraction générale , car il attribuoit la rondeur des corps célestes à la tendance qu'ont leurs différentes parties à se réunir (*de Révol.* t. 9) , d'où il suivoit que cette tendance avoit lieu dans chaque planete , aussi-bien que sur la terre. Tycho lui-même admettoit une force centrale dans le soleil (407) , pour retenir les planetes dans leurs orbites autour de lui , quoique cette attraction fût difficile à concilier avec son système. Képler , génie plus vaste & plus hardi que tous ceux qui l'avoient précédé , porta ses idées plus loin , il sentit que l'attraction étoit générale & réciproque , & que l'attraction du soleil devoit s'étendre jusqu'à la terre (*De Stella Martis* , 1609. *Epit. Astron. Cop.* 1618 , pag. 555. *Hist. des Math.* par M. Montucla , 1758 , tom. II. pag. 213 , 527 , 538). Dans la préface de ce livre fameux , où Képler démontra le premier que les orbites des planetes n'étoient point circulaires (468) ; il dit précisément que si la lune & la terre n'étoient pas en mouvement , elles s'approcheroient l'une de l'autre , & se réuniroient à leur centre de gravité commun. Il dit ailleurs que l'action du soleil produit les inégalités de la lune ; que l'action de la lune produit le flux & le reflux de la mer ; que le soleil attire les planetes , & en est attiré.

992. Et comment ne pas tirer cette conséquence des phénomènes que l'on observoit ; la pesanteur des corps terrestres s'étend sur le sommet des montagnes , elle s'étend jusqu'au plus haut des airs , d'où la grêle tombe avec violence aussi-tôt que le froid l'a formée ; il étoit donc évident que cette pesanteur devoit s'étendre plus loin que la terre , & au delà des nuages qui l'environnent ; la lune

n'est pas fort éloignée de la terre, dut dire Képler, elle tourne autour de la terre, elle y présente toujours le même côté; n'y auroit-il point vers la lune un reste de cette pesanteur qui ramene tout à la terre? Les corps qui tournent en rond s'échappent bientôt par la tangente, s'ils ne sont retenus (479); la lune devoit s'échapper de son cercle (comme une goutte d'eau s'échappe de dessus une meule), si la terre n'avoit assez de force pour l'en empêcher. Ce même raisonnement fit trouver ensuite à Newton quelle étoit la loi de cette pesanteur (997).

993. Képler ayant une fois conçu que la lune étoit attirée par la terre, & considérant que chaque planète a sa pesanteur (989), devoit en conclure que la lune attiroit aussi la terre; mais en considérant les eaux de la mer qui se soulèvent tous les jours quand la lune passe au méridien, il ne douta plus que ce ne fût-là un effet de l'attraction lunaire.

C'est sur-tout dans sa nouvelle physique céleste (468) que Képler s'exprime sur la gravité, d'une façon bien remarquable pour ce temps-là. Il voyoit d'une manière frappante & lumineuse pour lui, toutes les planètes assujetties au soleil, & la lune à la terre, comme les corps terrestres que nous avons continuellement sous les yeux; il sentoît que l'attraction étoit générale entre tous les corps de l'univers; que deux pierres se réuniroient par leur attraction mutuelle si elles étoient hors de la sphère d'activité de la terre; que les eaux de la mer s'élèveroient vers la lune si la terre ne les attiroit, & que la lune retomberoit vers la terre sans la force avec laquelle elle décrit son orbite.

La comparaison entre les attractions célestes & celle de l'aimant paroîsoit d'autant plus naturelle à Képler, que Gilbert Physicien Anglois, venoit de faire voir en 1600 que le globe de la terre étoit comme une espèce de grand aimant. *Perbellum equidem attingi exemplum magnetis, & omnino res conveniens, ac parum abest quin res ipsa dici possit. Nam quid ego de magnete tanquam de exemplo? Cum ipsa tellus*

Galielmo, Gilberto, Anglo, demonstrante, magnus quidam sit magnus (cap. 34, p. 176).

994. La lecture des ouvrages de Képler suffisoit pour persuader aux savants, que cette attraction de la matiere étoit universelle ; aussi voyons-nous qu'en Angleterre & en France, même avant Newton, plusieurs auteurs en parlerent disertement.

On trouve dans Fermat le passage suivant ; (*Var. op. Matth. pag. 24*). " La commune opinion est que la pesanteur est une qualité qui réside dans le corps même qui tombe ; d'autres sont d'avis que la descente des corps procede de l'attraction d'un autre corps qui attire celui qui descend, comme la terre. Il y a une troisieme opinion qui n'est pas hors de vraisemblance, que c'est une attraction mutuelle entre les corps, causée par un desir naturel que les corps ont de s'unir ensemble, comme il est évident au fer & à l'aimant, lesquels sont tels que si l'aimant est arrêté, le fer ne l'étant pas l'ira trouver, & si le fer est arrêté, l'aimant ira vers lui ; & si tous deux sont libres ils s'approcheront réciproquement l'un de l'autre, en sorte toutefois que le plus fort des deux fera le moins de chemin, „

995. Bacon, dans ce livre fameux qui a pour titre *Instauratio magna* ou *Novum organum* (*Liv. II. art. 36, 45 & 48*) ; parle souvent de l'attraction magnétique de la terre sur les corps graves, de la lune sur les eaux de la mer, du soleil sur Mercure & Vénus ; il propose des expériences propres à vérifier ces attractions ; & quoiqu'il m'ait paru à la lecture de cet ouvrage que l'auteur n'étoit point au fait de l'astronomie, on voit cependant que ce qu'il dit des attractions célestes étoit propre à fournir des idées très lumineuses & très-physiques sur la gravité universelle.

Galilée reconnoissoit aussi cette sympathie de la lune avec la terre : Hévélius attribuoit au soleil une force semblable à l'occasion des comètes.

L'attraction générale étoit sur-tout le principe fonda-

mental du livre que Roberval publia en 1644, intitulé *Aristarchi Samii de mundi systemate liber*; il attribue à toutes les parties de matiere dont l'univers est composé, la propriété de tendre les unes vers les autres; c'est pour cela, dit-il, qu'elles se disposent sphériquement, non par la vertu d'un centre, mais par leur attraction mutuelle, & pour se mettre en équilibre les unes avec les autres.

996. On voit encore l'attraction mutuelle de tous les corps célestes indiquée d'une maniere positive dans un livre du Docteur Hook que j'ai cité (765). " J'expli-
 „ queraï, dit-il, p. 27, un système du monde qui differe à
 „ plusieurs égards de tous les autres, mais qui s'accorde
 „ parfaitement avec les regles ordinaires de la méchanique;
 „ que; il est fondé sur ces trois suppositions: 1°. Que
 „ tous les corps célestes, sans en excepter aucun, ont une
 „ attraction ou gravitation vers leur propre centre, par
 „ laquelle, non-seulement ils attirent leurs propres parties
 „ & les empêchent de s'écarter, comme nous le voyons
 „ sur la terre; mais attirent encore les autres corps célestes
 „ qui sont dans la sphere de leur activité.... 2°. Que tous les
 „ corps qui ont reçu un mouvement simple & direct, continuent à
 „ se mouvoir en ligne droite jusqu'à ce que par quelque autre force effective
 „ ils en soient détournés & forcés à décrire un cercle, une ellipse ou
 „ quelque autre courbe composée; 3°. Que les forces attractives
 „ sont d'autant plus puissantes dans leurs opérations, que le corps
 „ sur lequel elles agissent est plus près de leur centre. Pour ce qui est
 „ de la proportion, suivant laquelle ces forces diminuent à mesure
 „ que la distance augmente, j'avoue que je ne l'ai pas encore vérifiée....
 „ Je donne cette ouverture à ceux qui ont assez de loisir & de connoissances
 „ pour cette recherche. Cette loi qu'il proposoit de trouver, fut
 „ précisément celle que chercha Newton; aussi voyons-nous qu'il cite le
 „ Docteur Hook, au commencement de son livre de *Mundi Systemate*,
 „ (*Newtoni Opuscula*, 1744, II, 6). Voyez la traduction de Newton
 „ par Madame du Châtelet, & l'*Histoire des Math.*

Math. de M. Montucla, 1758, tom. II; page 527.

Il ne manquoit donc plus à l'attraction qu'un Géomètre qui découvrit la loi suivant laquelle elle décroît; Pythagore l'avoit connue, comme l'observé Gregori dans la préface de ses éléments d'astronomie; mais elle étoit oubliée; elle n'étoit point démontrée, il falloit la découvrir de nouveau & sur-tout la démontrer, & Nevvton étoit plus que personne en état de le faire; s'il n'eût pas trouvé cette loi, je crois qu'avant la fin du dernier siècle d'autres Géomètres l'auroient apperçue; les choses étoient trop avancées pour qu'on pût l'ignorer plus long-temps; mais Nevvton en eut la gloire. Je vais tracer l'histoire de cette découverte, en traduisant un passage d'Henri Pemberton, contemporain & ami de Nevvton.

997. " Les premières idées qui donnèrent naissance au
" livre des principes de Nevvton, lui vinrent en 1666,
" lorsqu'il eut quitté Cambridge à l'occasion de la peste.
" Il se promenoit seul dans un jardin, méditant sur la pesanteur, & sur ses propriétés: cette force ne diminue
" pas sensiblement quoiqu'on s'élève au sommet des plus
" hautes montagnes; il étoit donc naturel d'en conclure
" que cette puissance devoit s'étendre beaucoup plus loin.
" Pourquoi, disoit-il, ne s'étendrait-elle pas jusqu'à la lune?
" Mais si cela est, il faut que cette pesanteur influe sur le
" mouvement de la lune; peut-être sert-elle à retenir la
" lune dans son orbite. Et quoique la force de la gravité
" ne soit pas sensiblement affoiblie par un petit changement
" de distance, tel que nous pouvons l'éprouver ici-bas,
" il est très possible que dans l'éloignement où se trouve
" la lune, cette force soit fort diminuée. Pour parvenir à
" estimer quelle pouvoit être la quantité de cette diminution,
" Nevvton songea que si la lune étoit retenue dans
" son orbite par la force de la gravité, il n'y avoit pas
" de doute que les planetes principales ne tournassent autour
" du soleil en vertu de la même puissance. En comparant
" les périodes des différentes planetes avec leurs
" distances au soleil, il trouva que si une puissance sem-

» blable. à la gravité les retenoit dans leurs orbites, sa
 » force devoit diminuer en raison inverse du carré de la
 » distance (1012). Il supposa donc que le pouvoir de la
 » gravité s'étendoit jusqu'à la lune & diminuoit dans le même
 » rapport, & il calcula si cette force seroit suffisante pour
 » retenir la lune dans son orbite. Il faisoit ces calculs dans
 » un temps où il n'avoit point sous sa main les livres qui
 » lui auroient été nécessaires; & il supposoit, suivant l'es-
 » time commune employée par les Géographes & par nos
 » Marins, avant la mesure de la terre faite par Norwood
 » (800), que 60 milles d'Angleterre faisoient un degré
 » de latitude sur la terre; mais comme cette supposition
 » étoit très-défectueuse (puisque chaque degré doit con-
 » tenir $69\frac{1}{2}$ milles), le calcul ne répondit point à son at-
 » tente; il crut alors qu'il y avoit au moins quelqu'autre
 » cause jointe à la pesanteur qui agit sur la lune, & il
 » abandonna ses recherches sur cette matiere. Quelques
 » années après, une lettre du Docteur Hook lui fit recher-
 » cher quelle est la vraie courbe décrite par un corps
 » grave qui tombe, & qui est entraîné par le mouvement
 » de la terre sur son axe. Ce fut une occasion pour Nevvton
 » de reprendre ses premières idées sur la pesanteur de la
 » lune. Picard venoit de mesurer en France le degré de
 » la terre (802), & en se servant de ses mesures, il vit
 » que la lune étoit retenue dans son orbite par le seul pou-
 » voir de la gravité (1014), d'où il suivoit que cette
 » gravité diminuoit en s'éloignant du centre de la terre,
 » de la même manière que notre auteur l'avoit autrefois con-
 » jecturé. D'après ce principe, Nevvton trouva que la ligne
 » décrite par la chute d'un corps étoit une ellipse dont le
 » centre de la terre occupoit un foyer; or les planetes prin-
 » cipales décrivent aussi des ellipses autour du soleil (468);
 » il eut donc la satisfaction de voir que cette solution, qu'il
 » avoit entreprise par pure curiosité, pourroit s'appliquer
 » aux plus grandes recherches. En conséquence, il composa
 » une douzaine de propositions relatives au mouvement des
 » planetes principales autour du soleil. Plusieurs années après,



„ le Docteur Halley étant allé voir Newton à Cambridge ,
 „ l'engagea dans la conversation à reprendre ses méditations
 „ à ce sujet , & fut l'occasion du grand Ouvrage des *Prin-*
 „ *cipes*, qui parut en 1687, (*a View of Sir Isaac Newton's*
 „ *Philosophy*, London , 1728, in-4°. *Préface*),.

998. J'ajouterai que Newton avoit dès-lors sous les yeux plusieurs indications de cette attraction ; la diminution du pendule observé à Cayenne (805) ; l'aplatissement de Jupiter ; la libration ou le balancement de l'apogée de la lune indiquée par l'observation des diamètres de la lune que Picard & Auzout avoient mesurés avec leurs nouveaux micromètres ; tout cela formoit des indices de l'attraction.

Depuis ce temps là les effets de cette force ont été si bien reconnus, que cette attraction universelle des planetes , la tendance réciproque de l'une à l'autre, a été prouvée par les faits de tant de façons différentes, elle se retrouve dans des circonstances si éloignées ; enfin toutes les conséquences qu'on en tire sont si bien d'accord avec les phénomènes, qu'il n'est plus possible de la révoquer en doute.

999. Voici une énumération succincte des phénomènes observés, qui chacun séparément suffiroit pour prouver l'attraction , quand on ignoreroit tous les autres , & qui fournissent au moins quinze especes de preuves différentes de cette attraction universelle. I. Le flux & le reflux de la mer , qui fournit deux fois le jour la preuve la plus palpable & la plus frappante , pour tous les yeux , de l'attraction lunaire , & dont tous les phénomènes s'accordent réellement avec le calcul des attractions du soleil & de la lune, comme nous l'expliquerons bientôt (1082). II. Les inégalités de la lune qui dépendent visiblement du soleil (63). III. Le mouvement des planetes autour du soleil (479) avec cette loi que les cubes des distances sont comme les carrés des temps (1012). IV. La figure elliptique des orbites de la lune autour de la terre , de toutes les planetes , & même des comètes autour du soleil. V. La précession des équinoxes (1064). VI. La nutation de l'axe de la terre, produite par l'action de la lune (1069). VII. Les

inégalités que Jupiter, Saturne & toutes les planetes éprouvent dans leurs différentes positions. VIII. Les inégalités prodigieuses de la comete de 1759, dont la dernière révolution s'est trouvée de 585 jours plus longue que la précédente, suivant le calcul des attractions de Jupiter & de Saturne (921). IX. L'applatissement de Jupiter & de la terre (1074). X. L'attraction des montagnes sur le pendule (822). XI. Le changement de latitude & de longitude des étoiles fixes (757). XII. La diminution de l'obliquité de l'écliptique (758). XIII. Les mouvements des apsidés des planetes (514), sur-tout de l'apogée de la lune (559), qui s'observe incontestablement dans le ciel. XIV. Le mouvement des nœuds de toutes les planetes (518), sur-tout des nœuds de la lune, qui est si considérable & si sensible que dans neuf ans l'orbite de la lune se renverse, & qu'elle passe à 10° des étoiles qu'elle couvroit auparavant (568). XV. Les inégalités des satellites de Jupiter. (845).

De ces quinze especes de phénomènes, la plupart sont inexplicables dans le système des tourbillons & du plein; & c'est avoir démontré d'une maniere complete l'impossibilité du système des Cartésiens, que d'avoir prouvé l'existence de ces phénomènes & la maniere dont ils résultent de l'attraction. Il ne peut y avoir actuellement un Géometre ou un seul Astronome passablement instruit des phénomènes & des nouvelles théories, qui croie encore au système des tourbillons & du plein, ou qui rejette l'attraction Newtonienne.

1000. Plusieurs Physiciens célèbres se sont efforcés d'expliquer la loi universelle de l'attraction, par une cause impulsive, par un fluide, par le mouvement des atômes, &c. (a). Mais en seroit-on plus avancé? il resteroit à expliquer la cause de ce mouvement primitif; or les causes premières sont au dessus de notre entendement.

Pour moi je pense avec M. de Maupertuis & la plupart

(a) Voyez sur-tout l'*Essai de Chymie Mécanique*, par M. le Sage, Citoyen de Geneve, qui a remporté le prix de l'Académie de Rouen, & la lettre du même auteur, dans le *Mercure* de mai 1756.

des Métaphysiciens Anglois , que l'attraction dépend d'une propriété intrinsèque de la matiere. Si cette propriété étoit métaphysiquement impossible , dit M. de Maupertuis (a) , les phénomènes les plus pressants de la nature ne pourroient pas la faire recevoir ; mais si elle ne renferme ni impossibilité , ni contradiction , on peut librement examiner si les phénomènes la prouvent ou non ; car dès lors l'attraction n'est plus qu'une question de fait , & c'est dans le système de l'univers qu'il faut aller chercher si elle est un principe qui ait effectivement lieu dans la nature. Or certainement il n'y a point d'impossibilité métaphysique ni de contradiction dans la loi de l'attraction ; c'est à-dire , que rien ne démontre la proposition contradictoire : *Les corps célestes ne s'attirent point*. Je me flatte qu'on ne m'objectera pas que cette propriété dans les corps , de peser les uns vers les autres , est moins concevable que celles que tout le monde y reconnoît. La manière dont les propriétés résident dans un sujet est toujours inconcevable pour nous ; on ne s'étonne point de voir un mouvement communiquer ce mouvement à d'autres corps , l'habitude qu'on a de voir ce phénomène échapper qu'on en voit le merveilleux ; mais au fond la force impulsive est aussi peu concevable que l'attractive. Qu'est-ce que cette force impulsive ? comment résiste-t-elle dans les corps ? Qui eût pu deviner qu'elle y réside , avant que d'avoir vu les corps se choquer ?

„ L'existence des autres propriétés dans les corps n'est pas plus aisée à concevoir , & nous sommes par tout obligés de supposer des loix primitives , dont nous ne connoissons ni la cause , ni l'origine ; leur existence est la seule chose qui soit du ressort de l'esprit humain , mais sur-tout de la géométrie „

1001. Supposons donc l'existence de l'attraction universelle , & cherchons les effets qui doivent en résulter ; leur accord avec les phénomènes observés & connus , nous fera voir par-tout la certitude & l'évidence de cette loi.

(a) Discours sur les différentes figures des Astres , par M. de Maupertuis ; 1732 , in-8°.

Nous supposons, comme on a coutume de le faire, que l'attraction est proportionnelle à la masse ou à la quantité de matiere qui attire ; on ne peut pas le démontrer par les faits, car nous ne pouvons juger de la quantité de matiere que par le poids ou l'attraction : mais à moins qu'on ne pût démontrer le contraire, il est très-naturel de supposer que chaque particule est douée de la même propriété ; c'est-à-dire, que l'attraction de deux particules sera double de l'effet d'une seule, & qu'en général l'attraction est proportionnelle à la matiere qui attire.

La force avec laquelle une planete est attirée ne dépend point de la masse de cette planete attirée ; car si une seule particule de matiere est attirée avec une force f , toutes les particules que vous placerez près d'elle seront attirées chacune avec la même force f ; il n'y a aucune raison pour que la seconde soit attirée moins que la premiere ; & la présence de la seconde ne change rien à la force qui agissoit sur la premiere ; donc la force attractive ne dépend que de la masse qui attire, & non pas de celle qui est attirée.

1002. Il y a dans la géométrie nouvelle des expressions abrégées, qu'un usage fréquent dispense les Géometres d'expliquer, mais qui embarrassent néanmoins ceux qui entrent dans la carrière ; telle est l'expression qu'on emploie en disant que $\frac{S}{r^2}$ est la force que le soleil, dont la masse est supposée S , exerce à la distance r sur une planete quelconque ; il s'agit d'une force attractive, & on la suppose égale à une masse S divisée par le carré d'une distance r : or les forces, les masses & les distances sont des choses fort hétérogenes & de natures fort différentes ; on ne voit pas d'abord comment il peut y avoir égalité entre des choses si disparates.

Pour le concevoir, il faut considérer que quand on est convenu du choix des unités, toutes les autres quantités de même espece peuvent être prises pour des fractions de ces mêmes unités, & que des fractions égales n'expriment qu'une proportion réduite en équation. On ne calcule l'effet d'une

force qu'en la comparant avec une autre force, ainsi en prenant la terre pour terme de comparaison, la masse S du soleil étant supposée 365412 fois plus considérable que celle de la terre, & son rayon r 113 fois plus grand que le rayon de la terre, $\frac{S}{r^2}$ sera $\left(\frac{365412}{(113)^2}\right) = 29$ à peu près; cela veut dire que l'attraction du soleil sur les corps solaires placés à sa surface, est 29 fois plus grande que celle de la terre sur les corps terrestres, & qu'au lieu de parcourir 15 pieds en une seconde (981. 1009), ils en parcourent 434; car la masse seule à distance égale feroit parcourir 5500000. pieds, mais à une distance 113 fois plus grande; l'attraction agit 12720 fois moins (1012); donc le soleil fera parcourir vers sa surface 434 pieds par seconde, au lieu de 15, & la force $\frac{S}{r^2}$ vaut 29, en supposant que celle de la terre est l'unité.

1003. Si l'on cherche les dérangements que la force du soleil cause à la lune, c'est en examinant le rapport qu'il y a entre la force du soleil pour tirer la lune de son orbite, & la force de la terre pour l'y retenir, ou la quantité dont la force du soleil peut balancer ou contrarier celle-ci. En faisant cette comparaison des forces, on prend pour unité la masse d'une planète & l'on exprime les autres masses en parties de cette unité; on prend aussi une distance pour unité & l'on exprime toutes les autres distances en unité ou en fractions de cette première distance, c'est-à-dire, qu'on compare une fraction avec une autre. Par exemple, on peut faire cette proportion: la force du soleil sur la lune, que nous appellerons S , est à la force de la terre sur la lune dans la moyenne distance, en raison composée de la masse du soleil à la masse de la terre, & du carré de la distance moyenne de la lune à la terre, au carré de la distance moyenne du soleil à la lune, c'est-à-dire, comme la masse du soleil divisée par le carré de sa distance à la lune, ou par r^2 , est à la masse de la terre divisée par le carré de sa distance moyenne à la lune. Prenons

pour l'unité des masses, la masse de la terre; pour unité des distances, celle de la lune à la terre, & pour unité des forces celle que la terre exerce sur la lune dans ses moyennes distances. Alors la proportion précédente donnera pour la force du soleil sur la lune l'expression $\frac{S}{r^2}$.

1004. Lorsqu'il s'agit des troubles qu'une planète éprouve par l'attraction d'une autre, on emploie les mêmes expressions; par exemple, la masse du soleil qui est 1, retient la terre dans son orbite à une distance qui est 1. Jupiter trouble cette action avec une masse environ 1000 fois plus petite que celle du soleil (020); ainsi la masse ou la force peut s'appeler $\frac{1}{1000}$; & comme il agit encore à une distance environ 5 fois plus grande que le soleil (450); son action est 25 fois plus petite que celle du soleil, ainsi il faut encore rendre $\frac{1}{1000}$ 25 fois plus petite la force $\frac{1}{1000}$, c'est-à-dire, qu'il faut écrire $F = \frac{1}{25000}$, pour avoir la force de Jupiter sur la terre: cette force n'est autre chose qu'une vingt cinq millieme partie de la force du soleil sur la terre; c'est la force dont on cherche l'effet par le calcul intégral en résolvant le problème des trois corps, c'est-à-dire, que l'on cherche combien le mouvement de la terre doit être altéré par une force qui est à chaque instant $\frac{1}{25000}$ de celle qui retient la terre dans son orbite, mais dont la direction varie continuellement.

DE LA FORCE CENTRALE DANS LES ORBITES CIRCULAIRES.

1005. Les orbites des planetes sont des ellipses (468), mais les loix de l'attraction auroient lieu de la même maniere dans les mouvements circulaires, car les cercles sont aussi des ellipses dont l'excentricité est infiniment petite; & comme la considération des orbites circulaires est beaucoup plus facile, je m'en tiendrai à celle-ci. Soit une planète P (fig. 123), qui décrit autour du soleil S l'orbite circulaire PEB , à raison de la force ou de l'attraction du soleil & se courbe en B , au lieu de suivre la ligne droite PA (479). C'est un

principe reconnu qu'un corps en mouvement continue de se mouvoir sur une même ligne droite, s'il ne rencontre aucun obstacle, & qu'un corps mu circulairement s'échappe par la tangente aussi-tôt qu'il cesse d'être contraint & assujetti à tourner dans le cercle (479); ainsi la planète décrirait PA si elle n'étoit forcée par l'attraction du centre S à descendre de A en B ; donc AB est l'effet ou la mesure de la force centripète, pendant le temps que mesure l'arc PEB ; cela est également vrai quelle que soit la nature de cet arc PB , circulaire, parabolique, &c. puisque c'est la quantité dont la planète est détournée de la ligne droite, ou approchée du centre, & qu'elle seroit également rapprochée si la planète destituée de toute force de projection eût descendu directement vers le soleil: la force de projection perpendiculaire au rayon solaire ne peut empêcher que l'attraction du soleil n'ait tout son effet, ne lui étant pas opposée.

1006. En effet, si la planète P n'avoit reçu aucun mouvement de projection de P en A , ou que ce mouvement qui tend à lui faire parcourir PA vînt à être détruit, la planète P livrée à la seule force centrale qui agit de P en S descendroit avec la même vitesse PC égale à BG ou à BA : car si l'on conçoit le côté PB de la courbe comme infiniment petit, il sera la diagonale du parallélogramme CA ; BA est l'espace que feroit décrire la force centrale si elle agissoit seule; donc le sinus versé PC de l'arc PEB décrit en une seconde de temps, exprime la force centrale dont il est l'effet. Le sinus versé est comme le carré de l'arc PB (988); donc la force centrale est comme le carré de la vitesse, c'est-à-dire, que pour retenir une planète dans la même orbite, si la vitesse doubloit, il faudroit une force quadruple.

1007. La quantité BA est aussi l'effet de la force centrifuge, c'est-à-dire, de la force par laquelle les corps qui tournent autour d'un centre tendent à s'en écarter (479); puisque c'est l'espace que le corps parcourroit en s'éloignant du centre S s'il étoit libre; or $BA = PC$, =

$\frac{CB^2}{2CS} = \frac{RP^2}{2PS}$ (988) ; donc le mouvement circulaire produit une force centrifuge qui est égale au carré de la vitesse, divisé par le diamètre du cercle, la force de projection étant prise pour unité ; ainsi la force centrifuge, aussi bien que la force centripète, est comme le carré de la vitesse.

On emploie pour exprimer la vitesse d'une planète un arc infiniment petit, parce que c'est le seul qui soit parcouru uniformément, & que l'uniformité est nécessaire pour la mesure du mouvement. Or un arc infiniment petit ne se courbe que d'un infiniment petit du second ordre AB ou BQ ; ainsi la force centrale ne peut être exprimée que par un infiniment petit du second ordre, ce qui prouve la nécessité des secondes différences & du calcul infinitésimal pour ces sortes de recherches.

1008. Si l'on examine les forces centrifuges des différentes parties d'une sphere qui tourne sur son axe, on verra qu'elles sont proportionnelles aux rayons de chaque parallele ; car la vitesse de chaque partie est alors comme le rayon du cercle qu'elle décrit ; c'est-à-dire, que PB est proportionnel à PS ; donc la force centrifuge est proportionnelle à $\frac{PS^2}{2PS}$ c'est-à-dire, à PS , qui devient l'ordonnée parallele au grand axe de l'ellipse du méridien, quand on suppose la terre aplatie.

1009. La force centrifuge sous l'équateur de la terre est $\frac{1}{317}$ de la pesanteur qu'on y éprouve ; car cette pesanteur fait parcourir en une seconde de temps moyen 15,051 pieds (981) ; la force centrifuge est mesurée par le petit écart de la tangente qui pour un arc de 15", est suivant les tables des sinus = 0,000000002644249 ; il faut les augmenter dans le rapport du carré des heures solaires moyennes & des heures du premier mobile, ou de la rotation de la terre, qui sont plus courtes que les heures solaires (349) & multiplier par le rayon de la terre (802) réduit en lignes ; on aura 7 lignes, 581 qui sont contenues

286,77 fois dans les 15 pieds que les corps parcourent en tombant ; & environ 288 fois dans l'espace total que les corps graves décriroient sous l'équateur, sans la force centrifuge.

Ainsi un corps qui se trouveroit dégagé de la force de pesanteur, s'échapperoit à l'instant par la tangente, & s'éloigneroit de 7 lignes de la surface de la terre dans la première seconde ; & cette tendance à s'échapper, qui vient de la rotation de la terre diminue de $\frac{1}{17}$ la pesanteur qui auroit lieu sous l'équateur. De là il suit que si les corps graves parcourent en une seconde 15,0515 pieds par seconde, ils en parcourroient sans le mouvement de rotation 15,104,

1010. Quand on s'éloigne de l'équateur, cette force centrifuge diminue dans le même rapport que la grandeur des parallèles diminue, c'est-à-dire, comme le cosinus de la latitude, quand on la considère dans le plan de chaque parallèle (1008) ; mais elle diminue comme le carré du cosinus de la latitude, quand on la considère dans la direction du centre de la terre ; soit TA (fig. 124) l'axe de la terre, PG l'effet de la force centrifuge sous le parallèle PE , & qui est proportionnel à PE ; cette force suivant PG décomposée dans la direction GT devient plus petite encore dans le rapport du sinus de AP au sinus total, ou de PE à PT , à cause des triangles semblables GPD , PET ; donc cette force centrifuge GD est à la force qui a lieu sous l'équateur, comme $PE^2 : PT^2$.

1011. Cette force centrifuge diminue celle de la pesanteur, & par conséquent rend la longueur du pendule à secondes plus petite qu'elle ne seroit si la terre étoit immobile ; par exemple, il faut ajouter une ligne $\frac{1}{100}$ à la longueur du pendule à secondes, observée sous l'équateur, pour avoir celle qui s'observeroit si la terre étoit immobile. Sous une latitude de 60° où le parallèle n'est que la moitié de l'équateur, la quantité qu'il faut ajouter au pendule observé n'est que le quart de 1 lig. 53, ou 0 lig., 38, & si l'on multiplie 1 lig. 53 par le carré du cosinus de la latitude, on aura la correction pour toute autre latitude. (M.

Bouguer, *fig. de la Terre*, pag. 346); & de là vient une partie de la différence qu'on a vue ci-dessus dans la longueur du pendule.

1012. *La force centrale qui retient les planetes dans leurs orbites, est en raison inverse du carré de la distance.*

DÉMONSTRATION. La première preuve que Newton aperçut de cette fameuse loi (997, est celle qui se tire de la loi de Képler (469); le docteur Hook avoit compris que la pesanteur devoit diminuer à mesure qu'on s'éloignoit du centre des graves; il avoit proposé aux Géometres de trouver suivant quelle proportion cette force devoit diminuer (996). Newton avoit eu la même idée, au rapport de Pemberton. Voici la maniere dont je crois qu'il dut s'y prendre pour chercher cette proportion, par le moyen de la loi de Képler, & reconnoître, par exemple, que la force du soleil pour retenir Saturne dans son orbite, est cent fois plus petite que la force avec laquelle le soleil retient la terre dans la sienne, la distance de Saturne étant dix fois plus grande que la distance de la terre, J'ai fait voir comment Képler découvrit cette loi, d'où nous allons partir (469); ainsi je crois qu'il ne manquera rien à l'Histoire de cette grande & importante découverte de l'attraction.

Je vais d'abord faire voir en nombres comment cette proportion s'apperçoit & se vérifie dès qu'on a la loi de Képler. Soient deux orbites circulaires & concentriques PB , TV , (*fig. 123*), dans lesquelles tournent deux planetes, par exemple, Saturne & la terre; supposons les arcs PB & TV infiniment petits & semblables, c'est-à-dire, compris entre les rayons STP , SVB ; ces arcs PB & TV seroient parcourus en temps égaux, si les révolutions des deux planetes étoient égales; mais la planete supérieure P ayant une révolution 30 fois plus lente que la terre T , ne décrira qu'un arc PE , tandis que la terre décrira l'arc TV ; alors PD sera l'effet de la force centrale que le soleil exerce sur cette planete, tandis que TR est l'effet de la force centrale qu'il exerce sur la terre T (1006); & nous n'avons à chercher que le rapport de PD à TR . On

voit que PE évalué en degrés est 30 fois moindre que PB ; donc PD est 900 fois moindre que PC (988); mais si la distance SP est 9 ou 10 fois plus grande que ST , comme nous l'apprenons par la loi de Képler, PC est aussi plus grand que RT 9 ou 10 fois, donc PD est seulement 100 fois plus petit que RT : or 100 est le carré de 10 qui est la distance de Saturne; donc la force centrale diminue comme le carré de la distance.

Pour prouver cette proposition plus généralement, j'observe que suivant la proposition démontrée (938), $PD : PC :: PE^2 : PB^2$; mais la planète supérieure auroit parcouru PB , si la durée de sa révolution que j'appelle t , étoit égale à la durée 1 de la révolution de la terre; donc $PE : PB :: 1 : t$; ainsi $PD : PC :: 1 : t^2$; donc $PD = \frac{PC}{t^2}$. Or $PC : TR :: PS : TS :: r : 1$, puisque les arcs PB & TV sont semblables; donc $PC = r \cdot TR$, & puisque $PD = \frac{PC}{t^2}$, il est aussi $= \frac{r \cdot TR}{t^2}$, donc $\frac{PD}{TR} = \frac{r}{t^2}$. Mais suivant la loi de Képler (469) $t : 1 :: r^3 : 1$; ou $r^3 = t^2$; donc $\frac{PD}{TR} \left(= \frac{r}{t^2} \right)$ sera aussi égal à $\frac{r}{r^3}$ ou $\frac{1}{r^2}$. Donc $PD : TR :: 1 : r^2$; c'est-à-dire, que l'effet de la force centrale est en raison inverse du carré de la distance.

1013. Il étoit donc facile à Nevvton de reconnoître ce progrès de l'attraction, par le moyen de la loi de Képler. Quand il eut trouvé ce rapport dans l'attraction du soleil sur les planetes, il le vérifia bientôt sur la lune (997), & il reconnut que la force centrale nécessaire pour retenir la lune dans son orbite, n'est autre chose que la gravité naturelle des corps terrestres, diminuée en raison inverse du carré de la distance de la lune à la terre. En effet, les corps graves parcourent 15 pieds en une seconde de temps (981), la lune décrit un arc de son orbite qui est de $0'' 549$, ou environ $33''$, & dont le sinus versé est à peu près $\frac{3}{40}$ de pied; donc la lune est retenue vers la terre, ou rapprochée de la terre 3600 fois moins que les corps terrestres; or elle est environ 60 fois plus loin du centre de la terre; donc la force qui agit sur la lune diminue comme le carré de la distance.

1014. On s'est ensuite servi de ce principe reconnu vrai d'ailleurs pour trouver la distance de la lune, & sa parallaxe, avant qu'elle eût été observée avec exactitude. Soit e le demi-diamètre de l'équateur terrestre réduit en pieds, x le rapport entre ce rayon & la distance moyenne de la lune, égal environ à 60, en sorte que la distance de la lune soit ex ; f la force de la terre exprimée par les 15 pieds qu'elle fait parcourir en une seconde, à sa surface; u le sinus versé de l'arc décrit par la \odot en une seconde de temps, ou la quantité dont la lune est détournée & ramenée vers nous en une seconde; cet espace est donc exprimé en pieds par $ue x$. Mais par le principe des forces centrales, le même espace est aussi égal à $\frac{f}{x^2}$ (1013); donc égalant ces deux quantités on a $\frac{1}{x^2} = \frac{u}{f}$, c'est le sinus de la parallaxe horizontale de la lune sous l'équateur, ou le rayon de la terre divisé par celui de la lune. Pour réduire en nombres cette quantité, l'on prend le logar. du sinus versé de l'arc décrit par la lune en une seconde de temps: on y ajoute celui du rayon de l'équateur (823) réduit en pieds, on a le log. de $ex = 5,8434490$; on en ôte celui de 15 pi. le tiers du reste est le logarithme du sinus de $57' 18''$; c'est la parallaxe sous l'équateur, qui ne surpasse que de 6 ou 7"; celle qui résulte des meilleures observations (589), & qui est de $57', 12''$.

1015. Ainsi la loi de l'attraction, ou ses changements en raison inverse du carré de la distance furent prouvés de deux manières très-différentes & très-bien d'accord entre elles. Une autre considération différente dut encore apprendre à Nevvton qu'il falloit que l'attraction fût en raison inverse du carré de la distance: toutes les qualités sensibles, comme les émanations, la lumière, diminuent de densité & de force en raison inverse du carré de la distance. Enfin la suite de ses calculs lui en donna de nouvelles preuves dans toutes les parties du système solaire.

1016. Il est vrai qu'on a soupçonné dans les corps terrestres une attraction en raison inverse du cube des distances, mais cela n'est point de mon sujet; on peut voir ce qu'ont dit là-dessus M. de Maupertuis (*Mém. acad.* 1732, pag. 362). M. Keill dans un petit traité composé de 30 propositions, qui se trouve à la fin de ses ouvrages; M. d'Alembert dans l'Encyclopédie, au mot attraction, tom. 1, pag. 850. le P. Boscovich dans l'ouvrage qui a pour titre, *Philosophia naturalis theoria redacta ad unicam legem*

virium in natura existentium. Vienna, 1758, in-4°; & Venetia, 1764.

1017. L'élévation des fluides dans les tubes capillaires est encore une suite nécessaire de l'attraction des corps terrestres, comme je l'ai fait voir dans un Mémoire sur les tubes capillaires (chez Desaint, 1770). Voyez Muffenbroëk, Cours de Physique, tom. II. pag. 1, édition de 1769; le Dictionnaire de Chymie de M. Macquer, au mot *Pesanteur*.

1018. La masse des planetes, c'est-à-dire, leur quantité de matiere, ou leur force attractive, se déduit du principe de l'attraction, & l'on en conclut aisément leur densité intérieure, ou leur pesanteur spécifique. Cette découverte qui paroît d'abord bien singuliere, est cependant une suite naturelle de la loi d'attraction, puisque la force attractive est un indice certain de la quantité de matiere. Prenons pour terme de comparaison la masse ou la force attractive de la terre dont les effets nous sont connus & familiers, & cherchons quelle est la masse de Jupiter par rapport à celle de la terre. Le premier satellite de Jupiter fait sa révolution à une distance de Jupiter qui est la même que celle de la lune à la terre (du moins elle n'est que d'un douzieme plus petite). Si ce satellite tournoit aussi autour de Jupiter dans le même espace de temps que la lune tourne autour de la terre, il s'ensuivroit évidemment que la force de Jupiter pour retenir ce satellite dans son orbite, seroit égale à celle de la terre pour retenir la lune, & que la quantité de matiere dans Jupiter, ou sa masse, seroit la même que celle de la terre; dans ce cas-là il faudroit que la densité de la terre fût 1479 fois plus grande que celle de Jupiter; car la grosseur (ou le volume) de Jupiter contient 1479 fois la grosseur de la terre (539); or si le poids est le même, la densité est d'autant plus grande que le volume est plus petit. Mais si le satellite tourne 16 fois plus vite que la lune, il faut pour le retenir 256 fois plus de force (16 fois 16 = 256), car la force centrale est comme le carré de la vitesse (1006); une vitesse double exige & suppose une force

centrale quadruple à distances égales ; & la vitesse du satellite 16 fois plus grande que celle de la lune , quoique dans une orbite égale , suppose dans Jupiter une énergie ou une masse 256 fois plus grande que celle de la terre ; dans ce cas l'on trouve un volume 1479 fois plus grand & une pesanteur seulement 256 plus grande que celle la terre ; donc le volume de Jupiter considéré par rapport à celui de la terre est cinq fois plus grand que la quantité de matière réelle & effective , par rapport à celle de la terre ; donc la densité de la terre est cinq fois plus grande que celle de Jupiter.

1019. Tel est l'esprit de la méthode par laquelle Newton a calculé les masses & les densités des planetes qui seront à la fin de ce Livre : plus un satellite est éloigné de sa planete , & plus il tourne rapidement , plus aussi il indique de force & de matière dans la planete principale qui le retient ; je vais y appliquer le calcul rigoureux , & je prendrai le soleil pour terme de comparaison , parce que les Astronomes s'en servent pour le calcul des attractions célestes.

1020. Soit la distance de Jupiter au soleil , prise pour unité , $= 1$.

La durée de la révolution de Jupiter , $= 1$.

La force du soleil sur Jupiter , $= 1$.

La distance d'un de ses satellites , $= r$.

La durée de la révolution du même satellite , $= r$.

La force actuelle de Jupiter sur son satellite sera $\frac{r^2}{12}$, comparée à celle du soleil sur Jupiter (1012). Si ce satellite étoit aussi éloigné de Jupiter que Jupiter l'est du soleil , il faudroit que la force dans ce cas là fût à la force actuelle qui est $= \frac{r^2}{12}$, comme $r^2 : 1$, c'est-à-dire , en raison inverse du carré de la distance ; donc alors à pareille distance , la force seroit $\frac{r^3}{12}$; telle est donc en effet la force absolue de Jupiter (par rapport à celle du soleil , considérée à égale distance) , c'est-à-dire , sa masse totale ou la quantité de matière

matière qu'il contient ; donc en général pour connoître la masse d'une planète, en prenant celle du soleil pour unité, il suffit de diviser le cube de la distance d'un satellite de cette planète par le carré du temps qu'il emploie à tourner, pourvu que l'on ait pris l'unité des distances & des temps ; dans l'une des planètes qui tournent autour du soleil.

1021. EXEMPLE. La révolution de Vénus autour du soleil, qui est de 5393^h , est 13 fois plus longue que celle du 4^e satellite de Jupiter qui est $400^h \frac{1}{2}$; donc $t = 0,0742716$; la distance du 4^e satellite à Jupiter vue du soleil, est de $8' 16''$; d'où il est aisé de conclure la distance du satellite à Jupiter, celle de Vénus au soleil étant prise pour unité, où la valeur de $r = 0,017290$. Si l'on prend le cube de r & le carré de t , qu'on divise r^3 par t^2 , on trouve $0,0009370$, ou $\frac{1}{107}$, qui est la masse de Jupiter, celle du soleil étant $= 1$. On trouveroit de même celle de la terre $\frac{1}{367412}$ que Newton supposoit $\frac{1}{367412}$, parce que les éléments qu'il employoit n'étoient pas assez exacts.

1022. Cette force ou cette masse d'une planète étant divisée par le volume, exprimé de même en prenant pour unité le volume du soleil, donne la densité de la planète cherchée par rapport à la densité du soleil ; c'est ainsi que Nevvton trouva que la terre étoit environ quatre fois plus dense que le soleil, quatre fois & un quart plus dense que Jupiter, & six fois plus dense que Saturne. (Nevvton, *L. III. prop. 8.* ou Mac-laurin, *Expos. des déc. de Nevvton, pag. 309*). Ces densités sont calculées plus exactement dans la table qui est à la fin de ce volume. Nous pouvons les comparer avec des objets familiers : on sait que l'antimoine est quatre fois plus dense que l'eau, & six fois plus dense que le bois de prunier ; ainsi en supposant que les substances du soleil & de Jupiter aient la densité de l'eau, la terre aura celle de l'antimoine, & Saturne aura la légèreté du bois ; il me paroît même que ces substances répondent assez bien à ce que j'ai voulu exprimer par leur moyen. On trouveroit à peu près le même rapport entre l'acier, l'ivoire & le bois le plus pesant, comme l'ébène ; il suffira de

consulter la table des pesanteurs spécifiques, donnée par M. l'Abbé Nollot dans ses Leçons de Physique, ou la Physique de Muffenbroëk.

1023. Les densités de Vénus, de Mercure & de Mars ne peuvent se trouver par la méthode précédente, puisque ces planetes n'ont point de satellites, qui puissent nous indiquer l'intensité de leur attraction; mais voyant dans les trois planetes dont les densités sont connues, une augmentation de densité quand on approche du soleil, il est très probable que cet accroissement a lieu également pour les trois autres planetes: en essayant de reconnoître une loi dans ces augmentations, on voit que les densités sont presque proportionnelles aux racines des moyens mouvements; par exemple, le mouvement de la terre est environ 11, 86, celui de Jupiter étant 1; la racine de ce nombre est $3\frac{1}{2}$, & la densité de la terre est en effet 3 fois $\frac{1}{2}$ celle de Jupiter ou environ: on peut donc supposer la même proportion dans les autres planetes; & c'est ainsi que j'ai calculé les densités rapportées dans ma Table.

1024. Connoissant la masse & le diametre d'une planete, il est aisé de trouver l'effet de la pesanteur à sa surface, c'est-à-dire, la force accélératrice des graves dans la planete: car cette force est en raison de la masse & en raison inverse du carré du rayon. C'est ainsi que j'ai calculé dans la Table qui est à la fin de ce Livre la vitesse des graves pour chaque planete pour la premiere seconde en pieds & centieme de pieds; ce n'est autre chose que la vitesse des corps terrestres sous l'équateur 15Pi, 104 (art. 1009) multipliée par la masse de chaque planete, & divisée par le carré du rayon, en prenant pour unités la masse & le rayon de la terre (1002).

1025. La masse de la lune, & par conséquent sa densité sont difficiles à déterminer exactement, parce qu'elles se manifestent par des phénomènes que nous ne pouvons mesurer avec assez d'exactitude; les hauteurs des marées nous apprennent que la force de la lune est $2\frac{1}{2}$ fois celle du soleil (1090); pour en conclure la masse de la lune il

suffit de savoir quelle est la force , à la distance du soleil.

1026. La force centrale en général diminue en raison inverse du cube de la distance , quand on la décompose sur une direction différente de sa direction primitive (1050) ; il faut donc multiplier la force actuelle de la lune par le cube du rapport des distances ou du rapport des parallaxes $\frac{8''5}{57'3''}$, & l'on aura la masse de la lune , celle du soleil étant prise pour unité ; mais la masse de la terre est seulement $\frac{1}{383412}$ de celle du soleil (1021) ; il faut donc encore diviser la masse trouvée par cette fraction , & l'on aura $\frac{1}{71}$ qui est la masse de la lune , celle de la terre étant prise pour unité.

1027. On peut encore considérer ainsi la chose : la masse de la terre $\frac{r^3}{12}$ (1020) est $(\frac{9'}{57})^3 \cdot (\frac{3652}{27})^2$, celle du soleil étant l'unité ; la masse de la lune est $(\frac{9''}{57})^3 \cdot 2 \frac{1}{2}$, elles sont donc comme $\frac{2}{3} (\frac{365}{27})^2 : 1$; donc le quarré de la durée de l'année 365j , divisé par celui de la durée du mois 27j , & multiplié par $\frac{2}{3}$ qui est la force de la lune , donnera le nombre 71,49 qui exprime combien de fois la terre contient la lune ; ainsi la masse de la lune sera 0,013991 , de celle de la terre.

1028. La masse de la lune étant divisée par son volume qui est $\frac{1}{49}$, ou 0,0204 (584) donne la densité 0,68706 ; c'est-à-dire , que la densité de la lune est seulement $\frac{7}{8}$ de celle de la terre , comme on le verra marqué dans la table des densités.

1029. La vitesse de projection , telle que PA , nécessaire pour décrire un cercle PB , est en raison inverse de la racine du rayon SP.

DÉMONSTRATION. Supposons que deux planetes P & T (fig. 123) décrivent autour du soleil S les cercles PB , TV , & que SP soit quadruple de ST , je dis que la vitesse PE sera la moitié de la vitesse TV. En effet PC sera quadruple de TR , parce que les figures PBC , TVR sont comme les rayons ; mais la gravité en P étant 16 fois moindre qu'en T , il faut prendre PD 16 fois moindre que TR , ou 64 fois

moindre que PC , pour avoir l'espace PE que la planète P pourra décrire, étant retenue par la force centrale du soleil; alors PE sera une huitième de PB , puisque les sinus versés sont comme les carrés des arcs (988); donc PE sera la moitié de TV , dans un même espace de temps; c'est-à-dire, que la vitesse d'une planète doit être en raison inverse de la racine de sa distance, pour que la force centrale, qui est en raison inverse du carré de la distance, puisse la retenir. Voilà pourquoi Jupiter qui a une orbite cinq fois plus grande que celle de la terre, emploie 12 fois plus de temps à la parcourir, sa vitesse absolue n'étant pas la moitié de celle de la terre.

1030. Si la vitesse de projection qu'une planète a reçue primitivement en partant de son aphélie, s'est trouvée plus petite que celle qui étoit nécessaire pour décrire un cercle PB , la force centrale étant trop grande, a dû prendre le dessus, & la planète se rapprocher du soleil: voilà pourquoi les planètes en partant de leur aphélie se rapprochent du soleil; mais nous démontrerons bientôt qu'après avoir parcouru 180° , la même planète doit s'éloigner du soleil autant qu'elle s'en étoit rapprochée, parce que la force centrifuge devient plus grande que la force centripète, à mesure que la planète se rapproche du soleil. On a vu que la vitesse périhélie est à la vitesse aphélie en raison inverse des distances (473); il s'ensuit que la force centrifuge augmente plus que la force centripète; c'est ce que je vais démontrer.

1031. *La force centrifuge augmente en raison inverse du cube de la distance, lorsque la vitesse est en raison inverse des distances.*

DÉMONSTRATION. Supposons que SP soit double de ST ; l'arc PB sera double de l'arc TV , la ligne PC double de TR , & la force centrifuge en P double de la force centrifuge en T (a); mais si la vitesse en P , au lieu d'être double de la vitesse en T , n'en est que la

(a) C'est le premier des Théorèmes de la force centrifuge, que M. Huygens donna en 1673, dans son Livre de Horolog. oscillatoria.

moitié, c'est-à-dire, si PE est 4 fois moindre que PB , le sinus versé PD sera 16 fois moindre que PC , puisqu'il est comme le carré de l'arc (988); donc PD sera 8 fois moindre que TR , c'est-à-dire que la force centrifuge est en raison inverse des cubes des distances SP & ST , que nous avons supposées être comme 1 à 2.

En général, on voit que $PB:TV::SP:ST$, à cause des arcs semblables; donc si $TV:PE::SP:ST$ (473), l'on aura en multipliant terme à terme, $PB:PE::SP^2:ST^2$; or $PC:PD::PB^2:PE^2$; donc $PC:PD::SP^4:ST^4$; mais $PC:TR::SP:ST$; donc divisant terme à terme, $TR:PD::SP^3:ST^3$; ce qui fait voir en général que l'effet de la force centrifuge est en raison inverse du cube de la distance, quand la vitesse est en raison inverse des distances. C'est le cas d'une planete, quand on la considere dans son aphélie & dans son périhélie; & cette proportion nous servira bientôt (1035) à faire voir pourquoi les planetes s'éloignent du soleil après s'en être approchées quoiqu'elles soient toujours attirées vers le soleil.

1032. Si la force de projection qui anime les planetes & leur fait décrire des orbites, étoit détruite lorsqu'elles sont dans leurs moyennes distances au soleil, la force centrale les précipiteroit vers le soleil; Mercure y arriveroit en 15 jours & 13 heures; Vénus en 39 jours 17^h; la terre en 64^j 10^h; mars en 121^j; Jupiter en 290^j; Saturne en 767^j: une pierre tomberoit au centre de la terre, si le passage étoit libre, en 21' 9" (Whiston, *Astronomical principle of religion*, p. 66). La regle qui sert à faire ces calculs, consiste à dire, la racine carrée du cube de 2 est à 1, comme la demi-durée de la révolution d'une planete, est au temps de sa chute jusqu'au centre de l'attraction (*Frisi de gravitate*, pag. 100).

Du mouvement elliptique des Planetes.

1033. LA FORCE CENTRALE en raison inverse du carré de la distance, ne peut avoir lieu dans des orbites plané-

taires, à moins qu'elles ne soient des sections coniques. Newton, dans le premier Livre de ses *Principes*, démontra que si les planetes décrivoient des sections coniques, la force centrale dont elles étoient animées, devoit être en raison inverse du carré de la distance; mais M. J. Bernouilli démontra le premier que la proposition inverse est également vraie, & que la force centrale étant supposée en raison inverse du carré de distance, l'orbite est nécessairement une section conique (*Mém. Acad.* 1710 & 1711. (*Œuvres de J. Bernouilli*, Tom. I, pag. 469). Ces deux sortes de démonstrations pour les forces centrales dans les sections coniques en général, sont trop compliquées pour pouvoir trouver place ici.

1034. Mais il est nécessaire de faire voir d'une manière plus palpable la cause du mouvement alternatif, qu'on a souvent peine à bien concevoir. Il semble, dit-on, qu'une planète sans cesse attirée vers le soleil, & qui s'en est approchée à un certain point, devoit s'en approcher toujours, puisque le soleil ne cesse point de l'attirer; cependant les planetes descendues à leur périhélie, s'éloignent du soleil & retournent à leur aphélie: voici donc la cause de ce mouvement alternatif. Une planète qui a été projetée de son aphélie, avec une vitesse trop petite pour décrire un cercle à une si grande distance (1030), ou avec une force de projection trop petite par rapport à la force centrale, se rapproche du soleil; mais en se rapprochant elle augmente en vitesse, sans quoi les aires ne seroient plus proportionnelles au temps; supposons qu'elle est arrivée à 180° du point du départ; c'est-à-dire, à son périhélie, & que la distance au soleil est le quart de la distance aphélie; la vitesse est quadruple de la vitesse aphélie, car la vitesse augmente en raison inverse des distances (473); mais la vitesse qui seroit nécessaire dans le périhélie pour décrire un cercle, est seulement deux fois plus grande que la vitesse qui étoit nécessaire pour décrire un cercle dans l'aphélie, parce qu'elle augmente seulement en raison inverse de la racine de la distance (1029); donc la planète

acquis, en descendant de l'aphélie au périhélie; une vitesse double de celle qui lui seroit nécessaire pour décrire un cercle du rayon SP égal à la distance périhélie. Elle sortira donc de ce cercle pour s'écarter du soleil, & remonter vers l'aphélie: cette premiere raison fait voir qu'il est nécessaire que la planete, après s'être approchée du soleil, s'en éloigne ensuite: voici une seconde maniere de démontrer la même chose.

1035. Supposons toujours une planete projetée en A (fig 128) avec une vitesse trop petite pour décrire un cercle du rayon SA , en sorte qu'elle soit obligée, dès le premier moment, de descendre dans une orbite plus courbée, en se rapprochant du soleil. Lorsqu'elle sera arrivée en un point P , à une distance quatre fois moindre, la force centrale ou l'attraction du soleil sera seize fois plus grande (1012), parce qu'elle est en raison inverse du carré de la distance; mais la force centrifuge sera soixante-quatre fois plus grande (1031), parce qu'elle augmente, soit par le carré de la vitesse, soit par la diminution de la distance; donc la force centrifuge est alors beaucoup plus grande que la force centrale; il n'est donc pas étonnant que la planete commence à s'écarter du soleil.

1036. On croira peut-être que la planete devoit cesser de s'approcher du soleil aussi-tôt que la force centrifuge le trouve égale à la force centripete; mais il faut considérer que dans cet instant, qui arrive lorsque la planete est vers sa moyenne distance M au soleil, la direction MN de son mouvement est trop oblique au rayon vecteur MS , & fait un angle NMS , trop petit pour que cet angle puisse devenir tout de suite un angle droit; il faut que la planete descende de plus en plus, & que la courbure de sa route se soit arrondie assez pour que le rayon vecteur SP soit perpendiculaire au mouvement de la planete; c'est alors que l'excès de la force centrifuge, sur la force centrale sera employé tout entier à écarter la planete du soleil, & cela n'arrive que dans le point P qui est diamétralement opposé au point A . En partant du point P la planete emploiera,

pour perdre son excès de force centrifuge , autant de temps qu'il lui en a fallu pour l'acquérir ; voilà pourquoi la seconde partie de l'ellipse sera égale à la partie descendante *ALMNP*, & décrite dans le même intervalle de temps.

Des Inégalités produites par l'Attraction.

1037. Si chaque planete, en tournant autour d'un centre, n'éprouvoit d'autre force que celle qui la porte vers ce centre, elle décriroit un cercle, ou une ellipse dont les aires seroient proportionnelles aux temps (480) ; mais chaque Planete étant attirée par toutes les autres, dans des directions différentes & avec des forces qui varient sans cesse, il en résulte des inégalités & des perturbations continuelles. C'est le calcul de ces perturbations qui occupe depuis quelques années les Géometres & les Astronomes ; Nevvton commença par celles de la lune ; M. Euler, M. d'Alembert, M. Clairaut, ont perfectionné cette théorie. M. Euler a calculé les inégalités de Saturne dans une piece qui a remporté le prix de l'Académie en 1748 ; M. Clairaut & M. d'Alembert ont donné des recherches sur les inégalités de la terre ; j'ai examiné moi-même celles de Mars & de Vénus (*Mém. Acad.* 1758, 1760 & 1761), qui se sont trouvées assez considérables pour mériter d'être employées dans les calculs astronomiques. Les inégalités de Jupiter ont été calculées par M. Euler dans la piece qui a remporté le prix en 1752 : (*Recueil des pieces qui ont remporté les prix*, T. VII), & ensuite par M. Mayer ; M. Wargentin en a fait usage dans les tables de Jupiter, qui par-là se sont trouvées beaucoup plus exactes, de même que celles des satellites ; mais je ne puis donner ici que les premiers principes & la plus légère idée de ces immenses calculs.

1038. Si deux planetes, dont l'une tourne autour de l'autre, étoient attirées également, & suivant des directions paralleles, par une troisieme, cette nouvelle attraction ne changeroit rien à leur système, à leur mouvement, à leur

situation relative ; ce seroit la même chose que si l'espace même, ou le plan dans lequel se fait le mouvement avoit changé de position ; mais ce qui avoit lieu dans l'espace ou dans le plan que l'on transporte, continué d'avoir lieu comme auparavant, & la planete vue du centre de son mouvement paroît toujours décrire une ellipse.

1039. Ainsi deux attractions égales & paralleles ne changent jamais rien dans un systême de corps ; ce n'est que la différence des attractions qui produit une inégalité ou une différence de mouvement ; la lune n'est troublée dans son mouvement autour de la terre, que parce qu'elle est attirée par le soleil, un peu plus ou un peu moins que la terre ; la mer n'est agitée deux fois le jour par la lune, que parce que la lune attire les eaux plus qu'elle n'attire la terre, quand elle domine sur les eaux, & qu'ensuite elle attire ces mêmes eaux moins que la terre, 12^h après.

1040. Quand on veut calculer les troubles qu'une attraction étrangere apporte au mouvement d'une planete, dans son orbite autour du soleil, il faut savoir combien elle agit sur le soleil & sur la planete ; c'est la différence des deux actions qui est la force perturbatrice ; c'est cette différence dont on calcule les effets ; car si le soleil & la planete qui tourne autour de lui, étoient attirés également, & suivant des directions paralleles, la planete ne cesseroit pas de décrire autour du soleil la même ellipse qu'auparavant ; ses longitudes héliocentriques & ses rayons vecteurs seroient les mêmes, & dans l'usage de l'Astronomie nous n'aurions à tenir compte d'aucune différence, l'observation ne nous indiqueroit aucun dérangement.

1041. Cette considération étant bien méditée fera sentir pourquoi la pesanteur de lune sur la terre, c'est-à-dire, la force centrale qui retient la lune dans son orbite est diminuée dans les deux syzygies, soit quand la lune est en conjonction, soit quand elle est en opposition ; c'est une chose que les adversaires de l'attraction n'ont jamais comprise, & qui cependant influe beaucoup dans l'explication des phénomènes. Il en est de la lune comme des eaux de la mer, qui s'élevent deux fois le jour vers notre zénith, une

fois quand la lune domine sur les eaux, ou qu'elle est au zénith, & une fois quand elle est au nadir; les observations prouvent que la lune tend à s'éloigner de la terre également (ou à très-peu près) dans les deux sizygies, & à s'en rapprocher dans les deux quadratures; mais on le démontre aussi par le raisonnement qui suit. Quand la lune est en conjonction, elle est plus près du soleil que n'est la terre de $\frac{1}{310}$; elle est donc plus attirée que la terre de $\frac{1}{28}$ de la force du soleil sur la terre, (car la différence des carrés est double de celle des racines); sa pesanteur vers la terre est donc affoiblie de $\frac{1}{28}$. Quand la lune est pleine, ou en opposition, elle est attirée, il est vrai, du même côté, soit par le soleil, soit par la terre; mais il ne s'ensuit pas que sa pesanteur soit augmentée; en effet, si dans ce cas la lune & la terre étoient attirées par le soleil, précisément avec la même force, il n'en résulteroit aucun changement dans la pesanteur de la lune vers la terre, ni dans son mouvement autour de la terre, quoique la lune fût toujours attirée du même côté par cette somme de deux forces; mais la terre est plus attirée que la lune de $\frac{1}{28}$; donc la terre tend à fuir la lune, autant que la lune tendoit à s'éloigner de la terre quand elle étoit nouvelle; leur liaison, leur union mutuelle, leur tendance réciproque, leur sympathie, leur attraction, sont autant diminuées quand le soleil éloigne la terre de la lune, que quand il éloigne la lune de la terre; donc en conjonction, comme en opposition, la pesanteur est diminuée, & la lune tend à s'éloigner de la terre; c'est par la même raison que nous voyons les eaux de la mer tendre vers le zénith, quoique la lune soit au nadir (1075).

1042. La force du soleil sur une planète, que nous appelons $\frac{S}{r^2}$ (1002), n'est pas la seule qu'il faille considérer lorsqu'on veut avoir le mouvement d'une planète autour du soleil, ou le mouvement tel qu'il seroit vu par un Observateur situé au centre du soleil. La planète T , (fig. 125).

tre aussi le soleil en sens contraire, avec une force $\frac{T}{r^2}$, & si l'on veut supposer le soleil fixe, il faut attribuer à la planète un nouveau mouvement vers le soleil, égal à celui que le soleil a vers la planète, ou, ce qui revient au même, il faut supposer que le soleil attire la planète avec une force $\frac{S+T}{r^2}$, c'est à dire, avec la somme des deux masses du soleil & de la planète.

1043. L'effet de cette attraction de la planète T sur le soleil S , est de faire décrire au soleil une petite ellipse autour du centre de gravité commun du soleil & de la planète, (Newton, *L. 1. prop. 67, L. 111. propr. 113*); du moins en supposant que le soleil ait reçu lui-même une impulsion autour du centre (*Frist, pag. 113*) Cette attraction produit une partie des petites inégalités du mouvement apparent du soleil, qui se calculent en prenant la différence des attractions que chaque planète exerce sur le soleil & sur la terre. Suivant Newton le soleil doit être déplacé d'une petite quantité par les attractions planétaires; mais la forme de calcul usitée dans l'Astronomie fait qu'on suppose toujours le soleil fixe, & qu'on transporte à chaque planète le mouvement qu'elle produit sur le soleil, de sorte que la situation respective de la planète au soleil soit toujours la même.

1044. L'expression $\frac{S}{r^2}$ de la force attractive, est celle qui a lieu quand l'action se fait directement & toujours dans le sens du rayon vecteur; mais les planetes sont attirées les unes par les autres obliquement & en tout sens, selon des directions qui changent perpétuellement, tandis qu'elles sont toujours attirées directement vers le centre autour duquel elles tournent; ainsi, pour connoître l'effet des perturbations & des attractions célestes, il faut décomposer leur force absolue, (qui est la masse divisée par le carré de la distance), pour trouver son effet sur la direction même de la force centrale. J'ai dit, par exemple, que l'action de

Jupiter sur la terre étoit $\frac{1}{27000}$ de celle du soleil sur la terre, par une attraction directe (1004) ; mais ces deux forces qui agissent sur la terre se contrarient, & ont souvent des directions différentes ; la force de Jupiter, qui dans l'attraction directe est $\frac{1}{27000}$ de celle du soleil, fera beaucoup moins d'effet quand elle agira de côté ; par exemple, elle fera moindre quand elle agira sous un angle de 60° .

1045. UN CORPS sollicité suivant des directions AB , AC (fig. 126), qui font entr'elles un angle BAC , par deux puissances qui soient entr'elles comme les lignes AB , AC , décrira la diagonale AD du parallélogramme $BACD$, dans le même temps qu'il auroit employé à parcourir AB ou AC , étant mû séparément par une des deux puissances (479). Ainsi la force exprimée par la direction & par la longueur de la diagonale AD , équivaut à deux forces AB , AC qui auroient agi à la fois ; & lors même qu'elle est unique dans le principe, elle peut du moins être prise pour la réunion des deux autres, auxquelles elle est tout à-fait équivalente ; c'est-à-dire, que la force AD peut se décomposer suivant AC & AB .

La même ligne AD est aussi la diagonale du parallélogramme $AbDc$, & la force AD résulteroit également de l'assemblage de deux forces Ab , Ac ; donc sur une ligne donnée AD , l'on peut faire des triangles quelconques ABD , AbD , de grandeur ou de forme arbitraire, & il fera toujours permis de substituer à la force AD deux forces qui aient pour expressions les côtés d'un de ces triangles quelconques.

Ainsi la force AD , que nous nommerons F , décomposée suivant AB & AC , donnera deux forces proportionnelles à ces deux lignes, & parce que AC est égale à BD , ces deux forces seront, l'une égale à $F \frac{AB}{AD}$, qui agira suivant AB , l'autre sera $F \frac{BD}{AD}$, & agira suivant AC , ou parallèlement à BD . Je dis que la force suivant AB sera $F \frac{AB}{AD}$; car, puisque les lignes AB , AC , AD , sont propor-

tionnelles aux forces qu'elles expriment, la force suivant AB est à la force suivant AD , qui est F , comme la ligne AB est à la ligne AD ; donc la force suivant $AB = F \cdot \frac{AB}{AD}$.

1046. Si le parallélogramme donné est rectangle en B (fig. 127), BD est le sinus de l'angle BAD , en prenant AD pour rayon, ou pour unité; AB en est le cosinus; ainsi dans ce cas la force suivant $AB = F \cdot \cos. BAD$, & la force suivant AC ou $BD = F \cdot \sin. BAD$; ces deux forces AC , AB , sont équivalentes à la force donnée AD , qu'il s'agissoit de décomposer; nous ferons bientôt usage de cette dernière décomposition (1048).

Par le moyen de cette décomposition des forces attractives, on peut rapporter les forces perturbatrices, qui agissent sur une planète, à la direction même de son mouvement. Je prendrai pour exemple la terre qui est attirée par l'action de Jupiter comme si je cherchois l'inégalité qui en résulte dans le mouvement de la terre.

1047. Soit AT (fig. 125) l'orbite de la terre, qui est la planète troublée, BR celle de Jupiter ou de la planète troublante, & supposons-les dans un même plan pour simplifier nos calculs. Soit M la masse de la planète troublante, l'angle RST ou l'angle de commutation (442); Jupiter situé en R attire la terre T avec une force $\frac{M}{RT^2}$ (1002); nous ne mettons point ici la somme des masses de Jupiter & de la terre, parce que nous négligerons totalement les troubles de Jupiter.

La force $\frac{M}{RT^2}$ doit se décomposer en deux autres, dont l'une agisse de T en G , ou de S en R , afin qu'on puisse en retrancher la force de Jupiter sur le soleil (1041); & l'autre de T en S ; la première est $M \frac{RS}{RT^3}$, elle tend à éloigner la planète du soleil dans la direction de TG ou de SR qui lui est parallèle; & pour cela nous lui donnons le signe nég.

gatif; la 1^{re} force est $\frac{M.TS}{RT^3}$ (1045) ; elle tend à rapprocher la terre du soleil, & nous la mettrons pour cette raison en +. De ces deux nouvelles forces la seconde est dans la direction du rayon vecteur TS , auquel nous avons intention de rapporter le mouvement de la terre, ainsi elle n'a besoin d'aucune décomposition nouvelle.

1048. La force $\frac{M.RS}{RT^3}$ ou $\frac{M.TG}{RT^3}$ n'étant point dans la direction du rayon vecteur, ni dans la direction du mouvement de la terre, il faut la rapporter à cette direction ; mais il faut auparavant en soustraire la force du soleil ; parce que la force TG n'agit, pour troubler le mouvement de la terre, qu'à raison de ce qu'elle est plus ou moins grande que celle qui agit en même temps sur le soleil de S en R ; mais cette force sur le soleil est $\frac{M}{SR^2}$ (1041), il faut donc la retrancher de la force TG , qui est $\frac{M.SR}{RT^3}$, & nous aurons $\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}$ pour la force perturbatrice, suivant SR ou TG ; il faut la décomposer suivant TE & TB , en la multipliant par le cosinus & par le sinus de l'angle GTE ou RST (1046), c'est-à-dire, de l'angle t . La force suivant TE agira dans la direction STE du rayon vecteur de la terre, mais en sens contraire de la force centrale du soleil ; c'est pourquoi elle sera négative ; la force centrale du soleil étant supposée positive, parce qu'elle est toujours la plus grande. L'autre force agira de T en B , & tendra à diminuer la vitesse de la terre, qui est supposée aller de A en T , c'est pourquoi elle sera aussi négative. La première est donc $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right) \cos. t$. (1046), force dirigée vers le soleil, & l'autre $-\left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right) \sin. t$; celle-ci est la force qui agit perpendiculairement au rayon vecteur.

1049. Quant à la force dirigée vers le soleil, il faut se

rappeller que nous en avons trouvé une partie $+\frac{M.TS}{RT^3}$ (1047), à laquelle il faut ajouter celle qu'on vient de trouver, puisqu'elle est dans la même direction, & l'on aura enfin la force perturbatrice dirigée vers le centre du soleil $= +\frac{M.TS}{RT^3} - \left(\frac{M.SR}{RT^3} - \frac{M}{SR^2}\right) \cos. t$. La première partie de cette expression est proportionnelle à TS , & augmente par conséquent à mesure que la planète troublée s'éloigne du centre de son mouvement.

1050. La valeur $\frac{M.TS}{RT^2}$ nous fait voir que la force perturbatrice qui agit dans la direction TS du rayon vecteur, & qui modifie la force centrale de la planète, diminue en raison inverse du cube des distances, comme je l'ai supposé (1026). Voilà pourquoi l'on verra (1091) que la force de la lune pour élever les eaux de la mer, seroit plus petite si elle étoit à la distance du soleil, & cela autant que le cube de la distance du soleil est plus grand que le cube de la distance de la lune, parce que la force qui souleve les eaux de la mer est une force décomposée dans la direction TS du rayon de la terre.

1051. La force d'une planète sur une autre étant ainsi décomposée & exprimée d'une manière générale, il est question de savoir quel effet il en résulte sur le mouvement de la planète troublée; c'est peu de savoir pour un certain moment que la force de Jupiter pour déranger le mouvement de la terre est $\frac{1}{27000}$ de celle du soleil qui retient la terre dans son orbite; il faut savoir combien cette force après avoir agi pendant une infinité de moments, c'est-à-dire, après un temps fini, aura produit d'effet sur le mouvement de la terre; de combien elle aura augmenté ou diminué la vitesse de la terre dans son orbite, de combien elle aura changé le plan de cette orbite, tout cela exprimé en minutes & en secondes, suivant la forme de nos tables astronomiques; on connoît aisément la force perturbatrice à chaque instant, mais il faut chercher 1°. son effet au

même instant pour altérer l'orbite, 2°. la somme de ces effets répétés une multitude de fois; c'est ce qui rend ici le calcul des infiniment petits absolument nécessaire; on connoît l'effet d'un moment & il s'agit de connoître l'effet d'un mois, d'un an, d'une révolution entière, ou d'un espace quelconque de temps, pendant lequel cet effet n'est point uniforme ni proportionnel au temps. C'est en quoi consiste la solution du problème des trois corps, donnée principalement par MM. Euler, Clairaut, d'Alembert, mais dans laquelle il entre trop de calcul infinitésimal pour pouvoir en donner ici même une légère idée; on en trouvera les principes dans le XXII^e Livre de mon Astronomie.

1052. Ainsi nous ne pouvons suivre ici l'explication des inégalités que produisent ces forces perturbatrices, mais comme la plupart des lecteurs aiment à entrevoir à peu près les raisons générales des résultats que le calcul démontre, je vais tâcher d'expliquer la manière dont la perturbation du soleil produit les trois principales inégalités de la lune, l'évection, la variation & l'équation annuelle.

L'EVECTION est la principale inégalité que le soleil produit dans la lune (560); elle équivaut à un changement d'excentricité dans l'orbite lunaire. Lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périgée de la lune, ou lorsque la ligne des apsidés de la lune concourt avec la ligne des syzygies, la force centrale de la terre sur la lune qui est la plus faible dans la syzygie apogée, reçoit la plus grande diminution (1049), & la force centrale qui est la plus forte dans la syzygie périgée, y reçoit la moindre diminution; donc la différence entre la force centrale périgée, & la force centrale apogée sera alors la plus grande; donc la différence des distances augmentera, c'est-à-dire, que l'excentricité sera plus grande; aussi l'observation prouve qu'alors la plus grande équation de la lune est $7^{\circ} \frac{2}{3}$, tandis qu'elle n'étoit pas de 5° , lorsque la ligne des quadratures concourroit avec celle des syzygies (560).

1053. Le mouvement alternatif de l'apogée qu'on ob-

serve

serve en même temps vient de ce que la force centrale est diminuée (1056); il doit donc être le plus grand quand la ligne des syzygies concourt avec la ligne des apsidés, ou lorsque le soleil répond à l'apogée ou au périée de la lune, parce qu'il produit alors la plus grande diminution de la pesanteur de la lune. Quand l'apogée est dans les quadratures son mouvement est au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale est la plus petite; quand le soleil est à 45° des apsidés le mouvement vrai de l'apogée est égal au mouvement moyen, parce que le soleil est placé dans le terme moyen des deux actions extrêmes, mais le vrai lieu de l'apogée est alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation est la plus forte, parce qu'elle est le résultat de tous les degrés de vitesses que l'apogée a reçus jusques-là (a), c'est-à-dire, depuis le temps où le soleil étoit dans l'apogée.

1054. LA VARIATION (561) est l'inégalité de la lune, qui sur une orbite supposée circulaire, a lieu dans les octans, à cause de la force tangentielle qui tend à accélérer ou à retarder son mouvement; soit C (fig. 116), le centre de la terre, T le centre du soleil, AGF l'orbite de la lune; lorsque avant la conjonction la lune est en G , elle est plus attirée que la terre, & elle attirée dans la direction GT ; alors sa vitesse s'accélère jusqu'à ce qu'elle soit en A dans la conjonction, où la vitesse de la lune sur son orbite est la plus grande; lorsqu'elle est vers P , 45 degrés après la conjonction, sa longitude vraie est la plus avancée, d'une quantité appelée *variation*, qui est de $37'$ additive (561); il est vrai que la vitesse de la lune cesse d'accélérer, & commence à retarder dès que la lune a passé le point A , parce que le soleil ayant attiré la lune plus qu'il n'attiroit la

(a) Il faut bien observer que l'effet de ces sortes d'accélération ne commence à avoir lieu réellement & dans l'observation, que quand la cause est la plus forte, & il est le plus grand quand la cause cesse d'agir; c'est ainsi que dans le mouvement elliptique des planètes le vrai lieu est le plus avancé au temps où l'accélération finit, & où commence le retardement (497) c'est-à-dire, à 9 signes d'anomalie; j'ai vu quelques auteurs donner des idées fausses des inégalités de la lune, pour avoir perdu de vue cette considération.

terre pendant qu'elle alloit de *H* en *A*, a augmenté sa vitesse de plus en plus, jusqu'en *A* où il cesse de l'augmenter; mais c'est en *A* que cette vitesse s'est trouvée la plus grande, puisqu'elle n'a pas cessé d'être accélérée jusques-là. Depuis ce point *A* le soleil retirant vers *O* tend à diminuer la vitesse, mais l'excès de la vitesse acquise sur la vitesse moyenne, dure jusques dans l'octant *P*, 45° après la conjonction, où la vitesse vraie est égale à la moyenne; c'est pourquoi l'équation de la variation est additive, & la plus grande qu'elle puisse être, à 45° de la conjonction où la vitesse est la plus forte (*voy. la note précédente*).

1055. L'ÉQUATION ANNUELLE de la lune qui va jusqu'à $11\frac{1}{4}$ (562), vient de ce que le soleil quand il est péricée agit plus sur la lune que quand il est apogée; & comme son effet le plus considérable pendant une révolution entière de la lune, est de diminuer la force centrale de la lune vers la terre, cette force est la plus diminuée quand le soleil est péricée; alors le diamètre de l'orbite lunaire devient plus grand, car la lune étant moins attirée vers la terre s'en éloigne nécessairement; son orbite devenue plus grande rend la durée de la révolution plus longue; car les carrés des temps des révolutions sont toujours comme les cubes des diamètres des orbites; le mouvement de la lune est donc ralenti dans le péricée du soleil, & l'équation annuelle commence alors à être soustractive, par la raison expliquée dans la notre précédente.

Du Mouvement des Apfides.

1056. L'observation prouve que les aphélies de toutes les planetes ont un petit mouvement selon l'ordre des signes (14); l'apogée de la lune a un mouvement très-rapide (559); ces mouvements sont une suite de l'attraction. Chaque planete décriroit naturellement une ellipse si elle n'étoit attirée que par le corps autour duquel elle tourne; mais elle est continuellement détournée de cette orbite par les attractions des autres planetes, en sorte que sa trace n'est jamais véritablement une ellipse; cependant les Astronomes

supposent pour simplifier les calculs, qu'une planète reste toujours sur une ellipse, mais que cette ellipse est mobile. 1057. Soit S le foyer (fig. 128.), & A l'aphélie d'une planète, dont l'orbite est $AMPO$, & supposons que la planète ait été de A en B dans une ellipse immobile ABP , avec la force centrale du soleil S . Si l'attraction d'une autre planète P , qui tend à l'éloigner du soleil la fait parvenir en un point C , & à une distance SC du soleil, on pourra supposer que ce point est placé dans une autre ellipse COE égale à l'orbite ABP , dont l'apside au lieu d'être encore en A soit parvenue en C ; l'on ajuste, pour ainsi dire, sur le point C où est arrivée la planète, l'ellipse ACP dont la planète est véritablement sortie, & en faisant mouvoir cette ellipse on réduit le calcul du vrai mouvement de la planète à la simplicité du calcul elliptique. Toutes les fois que la planète s'éloigne du foyer S , ou que la force centrale est diminuée, on est obligé de concevoir un mouvement progressif dans son apside pour satisfaire à cette diminution, c'est ce qui a lieu dans le système planétaire.

1058. Il y a deux autres causes qui peuvent produire un mouvement dans les apfides : la première a lieu pour la lune & pour les satellites, c'est la figure aplatie de la planète principale. La seconde est la petite résistance qu'on peut imaginer dans la matière éthérée où les planètes se meuvent; cette résistance, si elle avoit lieu, pourroit changer la grandeur, la figure & la situation des orbites après un certain nombre de révolutions. Voyez M. d'Alembert (*Recherches sur le système du Monde*, T. I.); on peut consulter aussi les *Recherches* de M. l'abbé Bossut, qui remporta le prix de l'Académie en 1761 sur cette matière, & celles de M. Albert Euler, qui eut l'*accessit*, elles sont dans le VIII^e Volume des Pièces des prix. Mais je dois avertir que l'examen des plus anciennes observations ne nous fait appercevoir dans les orbites aucun changement qui puisse indiquer la résistance de la matière éthérée; le mouvement des apfides qu'on y remarque est produit par l'attraction mutuelle des planètes; car on trouve que la résistance du

fluide produiroit un mouvement de l'aphélie beaucoup moins sensible que le changement de durée dans la révolution : or celui-ci n'a pas lieu, du moins sensiblement ; donc le mouvement observé dans les apfides ne vient pas de la résistance.

1059. Je dis qu'on ne voit pas de changement dans la durée des révolutions, je l'ai prouvé pour la terre & pour Mars, (*Mém. Acad.* 1757, pag. 418 & 445). Saturne paroît au contraire avoir retardé (455) ; donc si l'on observe une accélération dans Jupiter, elle vient de l'action de Saturne, & de la position de ses apfides, (M. Cassini, *Mém. Acad.* 1746, pag. 465. Si cela est, les choses reviendront par la suite au même état où elles sont actuellement, & l'accélération se convertira en un retardement. Quant à l'accélération de la lune (564), elle n'est pas constatée d'une manière absolument évidente, & je ne doute pas qu'on ne trouve dans l'attraction de quoi satisfaire à l'équation séculaire qu'on croit y remarquer. Ainsi rien ne prouve jusqu'ici la résistance de la matière éthérée ; tous les Astronomes doivent donc convenir que si les corps célestes ne sont pas dans un vuide absolu, ils sont au moins dans une matière dont l'effet est insensible, & qui est pour nous comme le vuide ; cela seul suffiroit pour dissiper le système des tourbillons & du plein, que nous avons déjà réfuté par les preuves de l'attraction (999).

Du Mouvement des nœuds des Planètes.

1060. Si toutes les planètes tournoient autour du soleil dans un même plan, ce plan ne changeroit point par leur attraction réciproque, une planète ne pouvant faire sortir l'autre d'un plan où elles sont toutes deux ; mais toutes ces orbites sont inclinées les unes sur les autres, & dans des situations fort différentes ; chaque planète est tirée sans cesse hors du plan de son orbite par toutes les autres planètes, & change à tout instant d'orbite. Les Astronomes, pour représenter méthodiquement ces inégalités, sup-

posent que la planete est toujours dans le même plan ou sur la même orbite, mais que cette orbite change de situation; on peut en effet représenter tous les mouvements d'une planete hors du plan de son orbite primitive, en donnant à ce plan un changement d'inclinaison, avec un mouvement dans ses nœuds, qui soit tel que le plan qu'on adopte, suive la planete dans toutes ses inégalités.

1061. On sentira même sans aucune démonstration qu'il est impossible qu'une planete attirée, dont l'orbite est dans un autre plan que celle de la planete perturbatrice vienne jamais traverser le plan de celle-ci, au même point où elle l'avoit traversé dans la révolution précédente: elle doit à chaque fois le traverser plutôt qu'elle n'eût fait, si la planete perturbatrice ne l'eût point attirée vers ce plan; elle a sans cesse une détermination ou une force vers le plan où se trouve la planete qui l'attire, & elle ne peut obéir à cette force qu'en arrivant à ce plan un peu avant la fin de sa révolution.

1062. Soit DN (fig. 129) l'écliptique; $LABN$ l'orbite de la lune, c'est à-dire, l'orbite dans laquelle la lune étoit d'abord, en parcourant l'arc LA ; le soleil étant placé dans le plan de l'écliptique DN , il est clair qu'en tout temps la force attractive du soleil tend à rapprocher la lune du plan de l'écliptique ou de la ligne DN , dans laquelle se trouve le soleil; ainsi lorsque la lune tend à parcourir dans son orbite un second espace AB égal à l'espace LA qu'elle venoit de parcourir, la force du soleil tend à la rapprocher de l'écliptique ND d'une quantité AE ; il faut nécessairement que la lune par un mouvement composé décrive la diagonale AC , du parallélogramme $AECB$, en sorte que son orbite devienne ACM : au lieu de $LABN$; c'est pourquoi le nœud N de cette orbite change continuellement de position & va de N en M dans un sens contraire au mouvement de la lune, que je suppose dirigé de A vers N ; donc le mouvement du nœud d'une planete est toujours rétrograde par rapport à l'orbite DN de la planete qui produit ce mouvement.

1063. La même figure fait voir pourquoi l'attraction du soleil change l'inclinaison de l'orbite lunaire (566) : la lune obligée de changer sa direction primitive $LABN$ en une direction nouvelle, ACM , rencontrera l'écliptique NMD au point M sous un nouvel angle AMO différent de l'inclinaison AND que la lune affectoit auparavant ; mais ce changement d'inclinaison étant insensible dans les autres planètes, je ne m'en occuperai point ici. D'ailleurs ce changement est périodique, & il ne s'accumule point ; car si l'orbite troublée ACM fait en M un plus grand angle d'inclinaison que l'orbite primitive en N , il arrivera le contraire quand la planète aura passé le nœud N , en sorte que l'inclinaison se rétablira par les mêmes degrés ; il n'y a que les nœuds dont le mouvement est toujours du même sens, & qui rétrogradent de plus en plus, soit que la lune tende à son nœud, soit qu'elle s'en éloigne. Ce mouvement des nœuds produit des changements dans les inclinaisons des orbites planétaires lorsqu'on le rapporte à l'écliptique (527).

1064. La précession des équinoxes ou l'effet des attractions qu'exercent le soleil & la lune sur le sphéroïde terrestre (756), est un effet de même espèce que le mouvement des nœuds, mais c'est une des parties les plus difficiles du calcul des attractions célestes ; Newton s'y étoit mépris : M. d'Alembert a le premier résolu complètement ce problème, M. Euler, M. Simpson, M. le Chevalier d'Ancy, M. de Silvabelle, le P. Walmesley & plusieurs autres, se sont exercés sur cette matière, & je l'ai traitée avec la plus grande clarté possible dans le XXII^e Livre de mon Astronomie.

1065. La théorie du mouvement des nœuds fait voir qu'une planète qui tourne dans le plan de son orbite, en est sans cesse retirée par les autres planètes (1062) ; il en est de même des parties du sphéroïde terrestre qui étant relevées vers l'équateur, & tournant chaque jour avec lui, sont détournées de leur mouvement naturel par les attractions latérales du soleil & de la lune, comme si la portion de matière (ou cette espèce de menisque) dont on

peut concevoir que le globe de la terre est surmonté, étoit composée d'un grand nombre de planètes. qui tournassent en 24 heures autour de la terre.

1066. Ainsi pour calculer cette précession, l'on commence à chercher la force avec laquelle le soleil attire chaque particule de la terre; ensuite la force totale qui en résulte pour faire tourner un méridien, & de là le sphéroïde tout entier. Quand on connoît la force pour un instant donné, on en conclut le mouvement par le moyen du calcul intégral. C'est ainsi que l'on trouve environ $20''$ dont l'équateur terrestre doit rétrograder chaque année, par l'action seule du soleil, en supposant la terre homogène.

1067. La lune, en agissant sur le sphéroïde, tout ainsi que le soleil, y produit un mouvement semblable: la précession produite par le moyen de la lune se déduit facilement de celle du soleil; mais comme la lune par le mouvement de ses nœuds en 18 ans change beaucoup sa distance à l'équateur, & par conséquent la direction & l'obliquité de son attraction sur les parties relevées de l'équateur terrestre, elle produit non-seulement une rétrogradation continue, mais encore une inégalité périodique dont le retour est de 18 ans, & une nutation (795) qui fut observée par M. Bradley.

1068. Si nous supposons avec M. Bradley que la nutation observée est de $18''$, la plus grande équation de la précession doit être de $16'' 8$, la précession causée par le soleil de $16'' 3$ & celle de la lune $33'' 7$; dans ce cas la force de la lune seroit 2,09, c'est-à-dire, un peu plus que le double de celle du soleil. Mais si la nutation observée étoit seulement de $19''$ on auroit, $17'' 8$ pour l'équation, $14'' 5$ pour la précession solaire, $35'' 5$ pour celle que cause la lune, & $2\frac{1}{2}$ pour la force de la lune. Par ce moyen l'on concilieroit les observations des marées (1050) avec celles de la nutation. J'ai supposé, dans le cours de cet ouvrage, que la force de la lune étoit deux fois & demie celle du soleil; on peut, par une espèce de milieu, ne la supposer que $2\frac{1}{2}$; il en résultera toujours que la précession

causée par le soleil n'est pas de $21''$ comme le donne la théorie, mais de $15''\frac{1}{2}$; cela sembleroit indiquer que la terre n'est pas homogène; mais nous ne sommes pas encore en état de prononcer avec certitude sur la disposition intérieure des couches de la terre.

1069. Les $35''$ de précession moyenne, qui sont l'effet de la lune, seroient produites d'une manière aussi uniforme que celles dont le soleil est la cause, si la lune étoit toujours à la même déclinaison quand elle répond au même point de l'équateur; mais à cause du mouvement de ses nœuds (368), il arrive que dans ses différentes révolutions elle s'éloigne plus ou moins de l'équateur; & agit sur lui avec plus ou moins de force. Quand le nœud ascendant est dans le Bélier, le plus grand éloignement de la lune par rapport à l'équateur, va jusqu'à $28^{\circ}\frac{3}{4}$; mais quand la lune est dans la Balance, neuf ans après, la lune ne s'éloigne jamais de l'équateur que de $18^{\circ}\frac{1}{4}$ à chaque révolution; alors son attraction totale sur le sphéroïde, dans le cours d'une révolution, est beaucoup moindre, puisqu'on sent bien qu'elle dépend de la déclinaison; c'est pourquoi la précession annuelle est si inégale dans l'espace de 18 ans, & la nutation si considérable.

1070. On observe par un effet de cette nutation que l'obliquité de l'écliptique augmente de $9''$ quand la longitude du nœud de la lune est zéro, c'est alors que la lune s'éloigne le plus de l'équateur, & qu'elle a le plus d'action pour changer le plan de l'équateur, & par conséquent l'obliquité de l'écliptique: soit V G \simeq l'écliptique (*fig. 130*), V M \simeq l'équateur; EG l'orbite de la lune; cette planète s'écarte beaucoup au nord de l'équateur quand son nœud ascendant G est dans le Bélier; alors la lune attire l'équateur terrestre de ce côté là avec plus de force. Il semble qu'alors l'équateur EM devroit se rapprocher de l'écliptique EG ; c'est cependant alors même que l'angle est le plus grand, & que l'obliquité de l'écliptique, au lieu d'être de $23^{\circ} 28' 0''$, se trouve de $23^{\circ} 28' 9''$.

1071. Pour avoir le dénouement de cette difficulté, il faut considérer que ce n'est pas au point où agit la lune sur l'équa-

teur terrestre que se fait le plus fort déplacement de l'équateur mais à 90° plus loin. Ainsi quand la lune, en parcourant LA (fig. 131), agit le plus sur l'équateur γQ vers les points solsticiaux, c'est cependant vers les équinoxes γ & Δ que cet effet devient sensible, parce que le changement de direction des parties de la terre leur fait prendre une diagonale dont l'écartement est le plus sensible à 90° plus loin. Cet effet produit vers les équinoxes ne changera pas l'obliquité de l'écliptique ou la distance du point E de l'écliptique au point Q de l'équateur : voyons dans quel temps se fait le plus grand changement.

1072. Quand le nœud de la lune est en G (fig. 130) dans le solstice, la lune traversant l'équateur en E , n'agit point pour incliner l'équateur ; car pour agir il faut qu'elle en soit à une certaine distance, & plus elle en est éloignée, plus elle agit. La lune étant en G , la plus éloignée de l'équateur qu'il est possible, c'est-là où elle attire le plus ; si MO est le mouvement diurne de l'équateur terrestre en $1''$ de temps, & OF la quantité de force que la lune exerce perpendiculairement à son plan, l'équateur prendra la direction MF ; donc sur le colure des solstices NS où se mesure l'obliquité de l'écliptique, l'équateur MS paroîtra plus éloigné de l'écliptique N ; donc l'obliquité de l'écliptique paroîtra augmentée par l'action de la lune.

1073. Pendant tout le temps que le nœud ascendant G sera dans la partie boréale de l'écliptique ou dans les signes ascendants, cet effet aura lieu ; voilà pourquoi il s'accumule de plus en plus, & enfin quand le nœud G de la lune par son mouvement rétrograde arrive en γ , l'action est nulle, mais l'équation résultante de l'effet qui a été produit jusqu'à ce moment-là, est la plus grande, tout ainsi que dans le mouvement elliptique des planètes, l'équation est la plus grande quand la vitesse cesse d'augmenter (497) ; voilà pourquoi l'obliquité de l'écliptique est la plus grande dans le temps où véritablement l'action de la lune sur l'équateur est située le moins avantageusement pour produire cette augmentation, & qu'elle sembleroit devoir faire tout le contraire.

Du Flux & du Reflux de la Mer.

1074. Il y a dans les marées trois phénomènes principaux, très-remarquables; le premier revient deux fois le jour, le second deux fois le mois, le troisième deux fois l'année. Tous les jours au passage de la lune par le méridien, ou quelque temps après, on voit les eaux de l'Océan s'élever sur nos rivages; on assure qu'à S. Malo cette hauteur va jusqu'à plus de 45 pieds. Parvenues à cette hauteur les eaux se retirent peu à peu; environ six heures après leur plus grande élévation elles sont à leur grand abaissement; après quoi elles remontent de nouveau lorsque la lune passe à la partie inférieure du méridien, en sorte que la haute mer & la basse mer, le *Flot* & le *Jusant* s'observent deux fois le jour, & retardent chaque jour de 48', plus ou moins, comme le passage de la lune au méridien.

1075. Le second phénomène consiste en ce que les marées augmentent sensiblement au temps des nouvelles lunes & des pleines lunes, ou un jour & demi après, & l'augmentation est sur-tout très-sensible quand la lune est périgée. Enfin le troisième phénomène des marées est l'augmentation qui arrive vers les deux équinoxes; en sorte que le cas où les marées sont les plus fortes de toutes est celui d'une syzygie périgée qui arrive dans le temps de l'équinoxe: nous expliquerons encore mieux les phénomènes en expliquant leur cause.

1076. Le plus ancien Auteur qui ait parlé des marées, comme l'observe Strabon (vers les deux tiers de son premier Livre), est Homère (*Odyss.* XII. 105), à l'occasion de Charibde; Homère dit qu'elle s'élève & se retire trois fois le jour; Strabon pense que le mot *τρίς* a été mis à cause de la figure poétique, pour le mot *δύς*, deux fois; on pourroit croire aussi qu'Homère étoit mal informé ou qu'il y a eu corruption dans le texte. (*Costard, Hist. of Astron. pag. 256, 268.*)

1077. Hérodote en parlant de la mer Rouge, & Dio-

dore de Sicile font mention d'un flux grand & rapide ; mais sans rien dire de la cause *ἔκιν δὲ πολὺν καὶ σφιδᾶν*. Le premier des Grecs qui fit attention à la cause des marées , fut Pytheas de Marseille ; il avoit été en Angleterre , comme le dit Strabon , & il avoit dû y observer les marées de l'Océan ; Plutarque nous apprend qu'il les regardoit , en effet , comme étant réglées en quelque sorte par la lune ; il est vrai qu'il ne parle que d'une marée par mois , mais c'est sans doute une faute de Plutarque. Les marées du Golfe Arabe ou de la mer Rouge étant très-fortes pourroient servir , dit M. Costard , à expliquer le passage des Israélites , dont il est parlé dans l'Exode ch. xiv , sur-tout si l'on suppose qu'un vent de N. E. pouvoit augmenter encore la chute ou l'abaissement des eaux.

1078. Aristote , dans la multitude de ses ouvrages de Physique , faits 300 ans avant J. C. ne parle presque pas des marées , on n'y trouve que trois passages fort courts à ce sujet ; le premier , où il dit qu'il y a un grand flux des eaux qui sont vers le Nord ou du côté du l'Ourse , [*Météorol. L. II.*] ; le second , où il dit qu'on parle d'élévations de la mer réglées sur la lune [*De Mundo , c. 4. in fine*] ; le troisième , où il observe que la marée d'une grande mer est plus forte que celle d'une mer plus petite [*Probl. sect. 23*]. Nous ne voyons rien qui annonce qu'Aristote se soit occupé de ces phénomènes au point d'être mort du désespoir que sa curiosité lui causa , comme l'ont écrit S. Justin & S. Grégoire de Nazianze. En général les Grecs furent très-peu au fait des marées , & l'on voit dans Quinte-Curce combien les soldats d'Alexandre en furent étonnés en arrivant aux Indes quand ils virent les vaisseaux à sec.

1879. C'est au temps de César , que les Romains instruits par leurs conquêtes commencèrent à montrer des connoissances dans cette partie de la Physique ; César en parle dans ses Commentaires (L. IV). Strabon explique d'après Posidonius , que le mouvement de l'Océan imite celui des cieux , qu'il y a un mouvement diurne , un menstruel , un annuel ; que la mer s'élève quand la lune est dans le méridien , soit au dessus

soit au dessous de l'horizon , & qu'elle est basse au lever & au coucher de la lune. Que les marées augmentent dans les nouvelles & dans les pleines lunes , & dans le solstice d'été.

1080. Pline explique non-seulement les phénomènes , mais la cause , quand il dit : *Causa in sole lunaque ut ancillantes syderi avido trahentique secum haustu maria* , L. II. c. 97 , &c. Seneque en parle avec exactitude (*Quaest. nat.* III. 28. *Quare bonis viris mala accidunt* , c. 1). Macrobe , auteur du 4^e siècle décrit très-bien les mouvements de l'Océan , à l'occasion de la période de 7 jours (*Somn. Scip.* I. 6).

1081. Les différentes manieres dont on a cherché en différents temps à expliquer l'effet de la lune sur les marées sont si peu satisfaisantes , que je ne crois pas devoir même les indiquer. V. Plutarque , *de Plac. phil.* L. III. c. 17. Galilée , *de Syst. Mundi* , Dial. 4. Riccioli , *Almag.* 11. p. 374. Gassendi , *Op.* II. pag. 27. Wallis *opera* , &c. Képler fut le premier qui apperçut l'effet de l'attraction universelle dans les marées ; il en parle d'une maniere éloquente dans son ouvrage : *De Stella martis*.

1082. Nevvton , après la découverte du principe & de la loi générale de l'attraction , apperçut facilement les effets que le soleil & la lune devoient produire sur les marées , & il traita cette matiere dans son Livre des principes avec sa supériorité ordinaire. Enfin , l'Académie des Sciences ayant résolu vers 1738 de traiter tout de nouveau & d'approfondir les branches du système du monde que Nevvton n'avoit pu épuiser , proposa pour le prix de 1740 la question des marées ; les pieces de MM. Bernouilli , Euler & Mac-Laurin , qui partagerent le prix sont d'excellents traités sur cette matiere.

1083. La premiere chose qui se présente à démontrer , c'est quel'attraction de la lune ou du soleil considérée séparément , agissant sur une couche de fluide très-mince qui environne un globe , doit faire prendre à ces eaux une figure elliptique ; M. Mac-Laurin le démontra d'une maniere ingénieuse dans sa piece de 1740 ; M. Clairaut le prouvé dans

la Théorie de la figure de la Terre ; & il est aisé d'appliquer aux marées la même démonstration , parce que la force du soleil & de la lune sur les différentes particules de la terre est de même espèce que la force centrifuge , & produit aussi bien qu'elle une figure elliptique dans ses eaux : je l'ai démontré fort au long dans le XXII^e Livre de mon *Astronomie*.

Les eaux s'élèvent non-seulement vers le côté où est l'astre qui les attire, mais encore du côté opposé, parce que si l'astre attire les eaux supérieures plus qu'il n'attire le centre de la terre , il attire aussi le centre de la terre plus qu'il n'attire les eaux inférieures , & celles-ci restent en arrière du centre autant que les eaux supérieures vont en avant du côté de l'astre qui les attire. Les Cartésiens n'ont jamais voulu comprendre cette double marée , quoique ce soit un effet incontestable de l'attraction. Tous les cercles de la terre qui ont leur commune section dirigée vers la lune prennent également la forme elliptique , ainsi le globe aqueux se change en un ellipsoïde alongé , dont le grand axe est dirigé vers l'astre qui attire les eaux.

1084. Le degré d'ellipticité d'un pareil sphéroïde est égal à $\frac{1}{4}$ de la force perturbatrice au point où elle est la plus grande , en sorte qu'ayant calculé la force attractive du soleil sur les eaux on trouve que l'appatissement de ce sphéroïde est de 2 ; pouces , c'est la quantité dont la force seule du soleil est capable d'élever les eaux de la mer sous l'équateur. Nous verrons bientôt que la lune peut en produire trois fois autant ; ce qui feroit en tout 8 pieds de marée dans une mer libre ; mais cette hauteur est souvent diminuée par la résistance du fond ; car elle n'est que de 3 pieds à l'île de Sainte-Hélène , au Cap de Bonne-Espérance , dans les Philippines & les Molucques ; & d'un pied dans le milieu de la mer du Sud ; au contraire elle est souvent augmentée par la situation & la figure des côtes , puisqu'à Saint-Malo , il y a jusqu'à 45 pieds de marée , & quelquefois davantage.

1085. Ce n'est pas précisément vers le soleil ou vers la lune qu'est dirigé le sommet de cet ellipsoïde aqueux ,

car on observe que la marée n'arrive qu'environ $2^h\frac{1}{2}$ après leur passage au méridien dans les mers libres ; c'est ainsi que M. de la Caille l'a observé au Cap (*Mém. Acad.* 1711). M. Maskeline , à $2^h\frac{1}{4}$ à l'Isle de Sainte-Hélène , (*Phil. transf.* 1762). Ainsi quand nous parlerons dans les articles suivans de l'astre qui produit la marée , il faudra entendre un point qui est à 35° environ plus oriental que le vrai lieu de l'astre. Et à l'égard des côtes qui sont plus reculées , la marée est encore plus retardée , comme on le voit par la table de l'*Etablissement du Port* , qui est dans la *Connaissance des Temps* , dans l'Architecture hydraulique de Bélidor & dans tous les livres de Navigation , tels que ceux du P. Fournier , de Bouguer , de Robertson.

1086. Dans une ellipse peu applatie les excès des rayons sur le petit demi axe sont comme les carrés des sinus des distances au petit axe (811) ; ainsi le sphéroïde aqueux faisant successivement avec le soleil tout le tour de la terre , les pays situés sous le grand axe seront inondés , ceux qui seront sous le petit axe auront basse mer , & la différence entre la basse mer & la hauteur de l'eau pour un moment quelconque sera l'excès d'un des rayons sur le petit axe de l'ellipse.

La hauteur de la marée au dessus des basses eaux , en un lieu quelconque , est donc égale à la plus grande hauteur de l'eau multipliée par le carré du cosinus de la distance de l'observateur au sommet de l'ellipsoïde ; c'est à-dire de la distance entre le zénith du lieu & l'astre qui produit la marée , en supposant l'ellipsoïde dirigé à l'astre même ; ainsi la plus basse mer arrive quand l'astre est à l'horizon , & la plus haute mer quand l'astre est au méridien.

1087. De là il suit que si le lieu donné & l'astre qui produit la marée sont tous deux sous l'équateur , la hauteur de la marée est comme le carré du cosinus de l'angle horaire ; & l'élévation croît à peu près comme les carrés des temps aux environs du méridien ; c'est aussi ce que l'observation a fait voir (*Mém. Acad.* 1720 , pag. 360).

Si le lieu donné est éloigné de l'équateur , la hauteur de

la marée est comme le carré du cosinus de la latitude ; mais aussi-tôt que la latitude est assez grande pour que la lune ne se couche point dans certains temps , il n'y a plus qu'une seule marée dans les 24 heures ; parce que la lune n'approche qu'une fois de l'horizon. Sous le pôle même il n'y a point de marée diurne, puisque la lune reste sensiblement pendant toute la journée à la même distance du zénith, & le sphéroïde aqueux tourne , sans s'élever à une heure plus qu'à une autre. Dans les autres cas, il y a deux marées , l'une répond à peu près au passage supérieur de la lune par le méridien, l'autre au passage inférieur ; mais elles sont fort inégales.

1088. Si l'astre n'est pas dans l'équateur , la marée pour un pays situé sous l'équateur sera comme le carré du cosinus de la déclinaison , parce que cette déclinaison sera elle-même la distance de l'astre au zénith , ou la distance du point donné au sommet de l'ellipsoïde. Si le lieu donné n'est pas dans l'équateur , la marée supérieure sera la plus grande , suivant la théorie, quand l'astre passera le plus près du zénith ; c'est-à-dire , quand la déclinaison de l'astre sera du côté du pôle élevé ; mais la marée inférieure sera plus petite que quand l'astre étoit dans l'équateur , parce que le point opposé à l'astre sera plus éloigné du zénith que de l'équateur , quand l'astre sera dans la partie inférieure du méridien.

1089. L'on observe cependant que les marées en Europe sont plus grandes en général après les équinoxes que vers le solstice d'été , cela vient probablement de quelques circonstances particulières ; 1°. Les vents du Sud & de l'Ouest sont alors plus fréquents & plus forts ; 2°. La marée du solstice est plus gênée entre les continents de l'Afrique & de l'Amérique , est plus resserrée que celle des équinoxes ; elle peut donc être moins sensible sur nos côtes ; 3°. Dans les solstices il y a deux marées , dont une forte & l'autre foible , & qui se compensent mutuellement , au lieu que dans le temps des équinoxes il y en a deux à peu près égales , dont l'effet total est plus sensible. Ajoutons cependant qu'il n'est point aussi général qu'on le dit communément,

nément que les marées des équinoxes soient les plus grandes de l'année, & que les marées les plus grandes & les plus extraordinaires dont on ait connoissance ne sont point arrivées vers les équinoxes, comme on le verra dans un Mémoire que j'ai lu à l'Académie en 1772 sur les marées des équinoxes.

1090. Si la force du soleil est capable de changer la surface des eaux de l'Océan en un sphéroïde alongé dont le sommet est dirigé vers le soleil, la lune doit produire un effet semblable; aussi les marées qu'on observe participent-elles du mouvement du soleil & de la lune. Dans les syzygies, c'est-à-dire, les nouvelles lunes & les pleines lunes, le sphéroïde aqueux produit par la force du soleil, & celui qui est produit par la force de la lune, sont dirigés dans le même sens; ainsi l'alongement du sphéroïde est égal à la somme des allongements que le soleil & la lune sont capables de produire séparément; mais dans les quadratures les axes de ces deux sphéroïdes sont à angles droits; & le grand axe du sphéroïde solaire augmente le petit axe du sphéroïde lunaire. Ainsi les marées des syzygies sont la somme des effets du soleil & de la lune, tandis que les marées des quadratures en sont la différence. Les hauteurs des marées peuvent donc nous faire connoître le rapport des forces du soleil & de la lune. M. Daniel Bernouilli supposant qu'à Saint-Malo la mer varioit de 50 pieds dans les marées moyennes des syzygies, & de 15 pieds dans celles des quadratures, en conclut que le rapport des deux forces du soleil & de la lune est celui de 13 à 7; mais après avoir examiné diverses observations, sur-tout les intervalles des marées dont nous allons parler (1091): il en conclut que la force de la lune est $2\frac{1}{2}$ fois celle du soleil, dans les moyennes distances.

1091. Quand la lune est apogée sa force diminue comme le cube de sa distance augmente (1050), en sorte que si la force moyenne de la lune est $2\frac{1}{2}$, la plus grande force dans le périgée sera égale à 3, & la plus petite = 2 seulement, dans l'apogée. En effet, les cubes des parallaxes extrêmes,

trèmes, ou de $53' 51''$, & de $61' 29''$ sont à peu près comme 2 est à 3. Cette augmentation des marées dans le périégée de la lune est parfaitement d'accord avec les observations.

Les cubes des distances du soleil à la terre en hiver & en été sont entre eux comme 1 est à 1,106. La force du soleil est donc plus grande en hiver d'un dixième, & si sur 22 ou 23 pieds de marée qu'il y a à Brest quand la lune est périégée, il y en a $5 \frac{3}{4}$ pour l'action du soleil, il doit y avoir en hiver 7 pouces d'élévation à Brest de plus qu'en été, par le seul effet des distances du soleil à la terre: cette quantité est trop peu sensible pour qu'on puisse en être bien assuré par les observations.

1092. Jusqu'ici nous n'avons parlé des marées que pour le cas des syzygies ou des quadratures; examinons ce qui se passe dans les temps intermédiaires. Quand la lune & le soleil sont à quelque distance l'un de l'autre, chacun produit une élévation différente dans un lieu donné, & la somme de ces deux élévations est la hauteur de la marée qu'il s'agit de déterminer. La force de la lune étant deux ou trois fois plus grande que celle du soleil, le point de la haute mer approche deux ou trois fois plus de la lune que du soleil, & n'est jamais éloigné de la lune de 15° . Ainsi le passage de la lune au méridien est ce qui influe le plus sur le temps de la haute mer; aussi la différence entre le passage de la lune & le moment de la haute mer n'est jamais de plus de 63' de temps, lors même que la lune est périégée & qu'elle est à 60° du soleil. M. Bernoulli a déterminé, par ses formules, le *maximum* de cette différence entre le passage de la lune & la haute mer; mais il est aisé de le déterminer par le calcul astronomique, à l'aide de quelques fausses positions, pour toutes les elongations de la lune. Soit *ABM* (fig. 128) le sphéroïde aqueux dont le sommet ou le point de la haute mer est en *A*, le soleil répondant au point *H*, la lune au point *L*; & la distance *LH* du soleil à la lune étant supposée de 60° , *LA* est la distance de la lune au point de la haute mer; *AH* la distance du soleil

au même point. La hauteur de la plus grande marée par l'action seule du soleil étant appelée 1, l'on aura $\cos. AH^2$ pour la hauteur en A , produite par le soleil (1086), & $\cos. LH^2$ pour la hauteur produite en A par l'action de la lune périgée. Si l'on suppose LA de 9° & AH de 51° , l'on trouvera ces deux termes 0,3961, & 2,9266; ainsi la hauteur totale de la marée sera 3,3227. Si l'on suppose LA $9^\circ \frac{1}{2}$ on aura 2,9183 & 0,4046, ce qui fait 3,3229; si l'on suppose $LA = 10^\circ$ l'on aura 2,9095 & 0,4132, ce qui donne la marée 3,3227; il est facile de voir que le *maximum* de leur somme est à $9^\circ \frac{1}{2}$; c'est donc la plus grande hauteur de la marée quand le soleil & la lune sont à 60° l'un de l'autre, & que la lune est périgée.

1093. Pour savoir combien de temps le point A doit passer au méridien plutôt que la lune, on considérera que le retardement diurne de la lune périgée étant de $1^h 6'$, ces $9^\circ \frac{1}{2}$ font 40' de temps, ainsi la haute mer précédera de 40' le passage de la lune au méridien. Quand la lune est apogée & que sa force est seulement double de celle du soleil, le *maximum* pour 60° de distance est de 2,3660, & ce point est à 15° de la lune; ces 15° font $62' \frac{1}{2}$ en temps lunaire; ainsi dans l'apogée de la lune il y a $1^h 3'$ de différence entre le passage au méridien & l'heure de la haute mer; il y a une table de cette différence pour tous les degrés de distance de la lune au soleil, que j'ai mise plusieurs fois dans ma *Connoissance des Temps*.

1094. Cette différence entre le passage de la lune au méridien, & l'heure de la marée, a encore servi à M. Bernoulli à déterminer le rapport des forces de la lune & du soleil. Supposons que dans les moyennes distances HA réponde à 34' de temps; & que AL soit de 14', il est aisé de sentir que ces deux quantités sont en raison inverse des forces du soleil & de la lune, d'où il résultera que ces forces sont entre elles comme 14 est à 34 ou à peu près comme 1 est à $2 \frac{1}{2}$.

1095. De tous les principes établis dans les articles précédents, il résulte une règle générale pour calculer la hau-

teur de la marée dans un lieu & un temps quelconque. Il faut trouver 1°. le lieu du soleil & de la lune, & leurs distances à la terre; 2°. calculer leurs déclinaisons, leurs hauteurs pour le lieu donné (368), supposant l'angle horaire plus grand de $3^h \frac{1}{2}$ si c'est à Brest, 6^h à Saint-Malo ou à Plymouth, &c. plus ou moins suivant l'heure du Port. Quand cette hauteur calculée sera zéro, l'on aura la basse mer dans le lieu donné, car le sommet du sphéroïde sera dans l'horizon. Hors de là le carré du sinus de cette hauteur du sommet du sphéroïde aqueux, multiplié par le plus grand effet de la lune à la distance donnée (1091), donnera la hauteur de la marée, ou la différence de la plus basse mer lunaire à celle qui a lieu au moment donné; on fera le même calcul pour le soleil, & l'on ajoutera ensemble les deux hauteurs pour avoir la marée totale.

1096. Il est bon de la rapporter au point fixe ou au niveau naturel pour la combiner avec celle du soleil rapportée au même niveau; pour avoir ce point de niveau, c'est-à-dire, avoir un point fixe pour y rapporter les hauteurs de l'eau, il faut le prendre au dessus des basses eaux; d'un tiers seulement de la différence entre la basse mer & la haute mer; parce qu'il est démontré que la montée est double de la descente dans les syzygies. A Brest il y a 23 pieds de marée dans les cas les plus favorables; le tiers est 7 pieds 8 pouces, c'est la hauteur du niveau naturel de la mer au dessus des basses eaux; plusieurs Observateurs se sont trompés en prenant le milieu pour terme moyen.

1097. On objecte souvent aux attractionnaires que si l'attraction étoit la cause des marées, elle devroit avoir lieu dans les petites mers comme dans les grandes; mais il est démontré que dans de petites mers la marée doit être insensible. Supposons que *RM* (fig. 132), soit une partie du globe terrestre, *SM* une portion du sphéroïde aqueux qui auroit lieu si la mer étoit libre & couvrait toute la terre; s'il y a un petit espace de mer qui n'ait que la largeur *ZX* d'orient en occident, les eaux ne peuvent pas prendre la courbure *VS*, car n'y ayant pas des eaux environnantes pour prendre la

place de celles qui s'éleveroient, elles sont réduites à prendre une courbure semblable OR , en sorte que VO soit égale à SR , la surface COR étant toujours égale à la surface CZX . Par-là on voit sans aucun calcul que la marée y fera d'autant moins sensible que la longueur de la mer en longitude sera moindre, puisque la surface du triangle ZCX diminue comme ZX , & que l'inclinaison des lignes OR , ZX , ne sauroit jamais être plus grande que l'angle formé par le cercle & par l'ellipse en M ; aussi M. Bernoulli démontre par ses formules que la marée totale de cette mer est à celle qui auroit lieu dans la mer libre, comme la longueur ZX de cette mer d'orient en occident est au sinus total.

M. Bernoulli prouve également que si la mer avoit 90° d'étendue, la marée y seroit plus petite d'un sixieme seulement que dans la mer libre; & elle y arriveroit $1^h, 5'$ plus tard que si toute la terre étoit inondée.

On voit aussi par ce qui précède que dans une mer étroite lorsque l'eau s'élève vers un rivage R , elle s'abaisse vers le rivage opposé en O .

1098. Je ne parlerai pas ici des modifications particulières que la loi générale des marées éprouve en différents pays par la situation des mers & des rivages; on peut voir ce que Newton dit de Batsham dans le Tunquin, où il n'y a qu'une marée par jour; ce qu'on a écrit sur les marées extraordinaires de l'Euripe; dans le second Tome des Voyages de Spon, dans le Dictionnaire de la Martiniere, dans les Lettres de M. Buchoz; sur celles du Détroit de Gibraltar, on pourra voir les *Transf. Philos* de 1762.

1099. Quant au détail des observations qu'on a faites en France sur les marées, on les trouvera sur tout dans les Mémoires de l'Académie, années 1710, 1712, 1713, 1714, 1720, & dans un Traité particulier que je me propose de publier sur cette matiere.

Je n'ai pu donner dans ce XII^e Livre qu'une idée générale de l'attraction; cette matiere étant hérissée des calculs les plus abstraits ne sauroit être à la portée des Lecteurs à

qui cet ouvrage est destiné . mais ils y trouveront peut-être de quoi exciter leur curiosité & les disposer à une étude plus approfondie.

1100. Il manque à cette Introduction un traité de Calcul astronomique, mais ceux qui auront assez de curiosité dans ce genre pour vouloir se livrer aux détails & aux opérations de l'Astronomie, ne pourront se dispenser de recourir à mon ASTRONOMIE en 3 vol in-4°, édition de 1771, qui forme un Cours plus satisfaisant & plus complet de cette vaste science.

EXPLICATION

de la Table qui contient le Résultat de toute l'Astronomie.

LA Table suivante renferme tous les éléments qui n'ont pas été mis à leur place dans le cours de cet Ouvrage, afin que le rapprochement en fût plus commode pour le Lecteur. Par exemple, les révolutions tropiques auroient pu être placées à l'Article 454 où j'en ai donné l'explication, aussi la Table renvoie à cet Article dans le titre même de la colonne des révolutions.

Les diamètres, les grosseurs & les distances des Planetes qui se trouvent dans la Table suivante, sont calculés sur les derniers résultats de la parallaxe du Soleil, que je trouve de 8 secondes & demie; ainsi cette Table est meilleure que celle que j'ai donnée dans le sixieme Livre de mon *Astronomie*, & qui fut imprimée avant que nous eussions reçu les observations les plus concluantes du passage de Vénus observé en 1769.

Il pourroit arriver que la parallaxe moyenne du Soleil, que je suppose de $8''\frac{1}{2}$ en nombres ronds, fût tant soit peu plus grande; M. Lexell qui s'est occupé de ces recherches postérieurement aux miennes, & qui a mis tout le scrupule possible dans ses calculs, trouve $8''63$ au lieu de $8''55$ que j'avois fixées dans mon Mémoire; & voilà, ce me semble, à quoi peut se réduire l'incertitude actuelle sur cet élément,

c'est à-dire , à un douzieme de seconde , & je n'ai pas trouvé que cette différence valût la peine de recalculer ma Table , quand même elle seroit bien avérée.

Ces révolutions sont comptées en années communes de 365. jours seulement, en jours, heures, minutes, secondes, & dixiemes de secondes de temps moyen.

Le diametre du Soleil est ici plus petit de quelques secondes que celui que j'ai déterminé par les plus exactes observations ; mais il m'a paru par les durées des éclipses que le véritable diametre du Soleil est amplifié par l'irradiation de sa lumière. Les chiffres qui sont après les virgules indiquent des décimales ; par exemple, le diametre de la Lune est de 4" 642, c'est-à-dire, 4 secondes & six dixiemes, 4 centiemes, 2 milliemes, ou 642 milliemes de seconde.

De même la vitesse des graves à la surface de la terre est de 15 pieds & 1038 dix milliemes de pied ; j'ai ajouté à la vitesse qui s'observe en effet sous l'équateur à la surface de la terre, la quantité dont la force centrifuge la diminue, afin d'avoir la véritable vitesse qui auroit lieu si la terre étoit immobile ; il en est de même des autres Planetes.

En calculant la densité de Saturne, j'ai pris un milieu entre les masses qui résultent des distances des cinq Satellites observées par M. Cassini ; d'autres Astronomes se contentent de la distance du quatrième Satellite qui est la mieux connue. J'ai aussi négligé la masse de l'Anneau, & je l'ai supposée réunie au globe de Saturne, parce que son épaisseur est fort petite ; d'ailleurs sa masse étant absolument inconnue, cet élément ne pouvoit entrer dans le calcul.

Avec les distances moyennes qui sont à la fin de cette Table, on peut avoir la plus grande & la plus petite distance de chaque planete à la terre, par exemple, pour Mercure qui est éloigné du Soleil de 13 millions de lieues, le Soleil étant éloigné de la Terre de 34, la somme 47 est la plus grande distance de Mercure ; la différence 21 est la plus petite. Pour Saturne la somme de 34 & 331 millions nous apprend que sa plus grande distance à la Terre est de 375 millions ; la différence 297 est sa plus petite distance,

TABLE qui contient le Résultat des observations les plus récentes sur les révolutions, les grandeurs & les distances des Planètes.

PLANETES.	Révol. tropique (454).					Révol. fidérale (331).					Révol. Synod 557).				
	ans	J.	H.	M.	S.D.	ans	J.	H.	M.	S.D.	ans	J.	H.	M.	S.
Le Soleil ,	1	0	5	48	45,5	1	0	6	9	11,2				
La Lune ,	0	27	7	43	4,6	0	27	7	43	11,5	29	12	44	3	
Mercuré ,	0	87	23	14	25,9	0	87	23	15	37,0	115	21	3	22	
Vénus ,	0	224	16	41	32,4	0	224	16	49	12,7	583	22	7	6	
Mars ,	1	321	22	18	27,3	1	321	23	30	43,3	779	22	28	26	
Jupiter ,	11	315	8	58	27,3	11	317	8	51	25,6	398	21	15	45	
Saturne ,	29	164	7	21	50,0	29	176	14	36	44,5	378	2	8	8	

	Diametres		Diametres par rapport à la terre.
	en minutes & sec. (532).	en lieues (534).	
Le Soleil ,	31' 57".5	323155	Cent & treize diam. de la terre ou 112,79
La Terre ,	17,0	2865 1,000
La Lune ,	4.642	782	Un quart, ou $\frac{1}{4}$ du diam. de la terre 0,2730
Mercuré ,	7,0	1180	Deux cinquiemes 0,41176
Vénus ,	16,52	2785	Plus petite d'un trente-troisieme... 0,97196
Mars ,	11,4	1921	Deux tiers, ou 0,67059
Jupiter ,	3 13,7	32644	Onze diametres & un tiers . . . 11,393
Saturne ,	2 51,7	28916	Dix diametres de la terre . . . 10,100
Ann. de n.	6 40,6	67518	Vingt-trois diametres & demi. 23,567

	Grosſeur ou volume par rapport à la terre, à peu près.	Plus exactement & en décimales.	Densité par rapport à la terre (1021).
Le Soleil ,	Quatorze cent mille fois plus gros	1435025	0,25463 *
La Lune ,	La quarante-neuvieme de la terre ,	0,02036	0,68706 *
Mercuré ,	Sept-centiemes ,	0,06981	2,0377
Vénus ,	Onze douziemes de la terre ,	0,91812	1,2750
Mars ,	Trois dixiemes ,	0,30155	0,72917
Jupiter ,	1479 fois aussi gros que la terre ,	1479	0,12984 *
Saturne ,	1030 fois aussi gros que la terre ,	1030	0,10450 *

	Masse par rapport à la terre (1019).	Vitesse des graves à leur surface (1024).	Distance à la terre en lieues de 2283' toises (585).	
			Moyenne.	Les Distances moyennes de Mercure & de Vénus sont marquées ici par rapport au Soleil; car, par rapport à la terre, elles sont les mêmes que la distance du soleil à la terre, ou de 34761680 lieues.
Le Soleil ,	365412	433pl. 81	34761680	
Ta Terre ,	1	15 1038	
La Lune .	0,01399	2 83	86324	
Mercuré ,	0,14228	12 673	13456204	
Vénus ,	1,1707	18 717	25144250	
Mars ,	0,21,88	7 39	52966122	
Jupiter ,	340,00	39 55	18079-791	
Saturne ,	106,90	15 83	331604504	

L'incertitude qu'il peut y avoir sur la distance du Soleil & des autres planetes à la Terre, est environ d'une deux centieme partie du total, peut-être même deux cent mille lieues pour le Soleil. Mais la distance de la lune est beaucoup mieux connue, il n'y a pas 50 lieues d'incertitude sur 86 mille lieues de distance.



TABLE

DES MATIERES.

Les Chiffres marquent les numéros, & non les pages.

A BERRATION des fixes,	Conjonctions,	457
article,	Constellations,	229
Son usage pour la théorie des	Leur nombre,	230
Satellites,	Maniere de les connoître,	232
Accélération de la Lune, 564. Des	Copernic,	382
Corps graves,	Coucher des Astres,	303
Amplitude,	Culmination, médiation, passage	
Anneau de Saturne,	au méridien,	ibid.
Année tropique, 315. Sydérale, 321	Crépuscule,	108
Anomalie,	Déclinaison,	91
Aphélie. 482. Leurs positions, 514	Densités des Planetes,	1024
Leur mouvement,	Déviations des Ecoiles,	794
Aplatissement de la Terre,	Diametres des Planetes,	532.
Apogée du soleil,	v. la Table de la page 503.	
De la Lune,	Dichotome,	540
Apfides de la Lune, 559. Des Pla-	Distance accourcie, 438. Distances	
netes,	des Planetes, 585 (& page	503).
Arcs semidiurnes,	Doigts dans une Eclipe,	628
Argument de latitude,	Ecliptique, 64. Réduction à l'E-	
Ascension droite,	cliptique,	401
Atmosphère,	Eclipses de Lune, 614. De soleil,	
Azimut,	634. D'Etoiles,	722
Balance,	De satellites,	847
Bélier,	Eclipses totales, annulaires,	643
Bouffole,	Usage des Eclipses,	712
Burin,	Ellipse,	482
Cercles de la sphere, 101. Cercles	Emerfion, ou sortie d'un Satellite	
de latitude,	hors de l'ombre,	861
Changeantes,	Epoques des moyens mouvements,	442. 509
Circompolaires,	Equateur,	15
Climats,	Equation du Centre ou de l'Orbite,	482
Colures,		
Cometes, 8. 6. Leurs retours, 910		
Commutation,		

Equation de la Lune ,	557, 1052	Loi de l'attraction ,	997. Loi de
		Képler ,	467
Equation de la Lumiere ,	8, 8	Loi du mouvement ,	479
Equation du Temps ,	355	Longitude d'un Astre ,	93
Equation des Hauteurs ,	324	D'un lieu de la Terre ,	47
Equinoxes , points équinoxiaux ,	66	De toutes les Planetes en	772, 442
Evection ,	560, 1052	Longueur du Pendule ,	806
Est ou Orient ,	7	Lune , ses Phases ,	55, 550. Ses
Etoiles ,	230	inégalités ,	555, 1052
Evection de la Lune ,	560	Ses montagnes ,	968
Excentricités ,	505	Marées ,	1074
Excentrique , 311. Anomalie ex-		Mars , 83 , v. Planetes.	
centrique ,	482	Masse , 1018, v. la Table de la page	
Figure de la Terre ,	803	503.	
Flux de la Mer ,	1074	Mercurc , 83 , 725 , v. Planetes.	
Force accélératrice ,	981	Méridien , 19 Méridienne ,	162
Force attractive ,	980	Micrometre ,	533
Force centrale ,	1005	Mouvement annuel ,	59
Force perturbatrice ,	1037	Diurne ,	1
Géocentrique ,	427	Des corps terrestres ,	981
Grosscur des Planetes ; v. la Ta-		Propre des Planetes ,	422
ble de la page 503.		Accélééré ,	581
Hauteurs des Astres ,	22	Nadir ,	8
Du Pole ,	33	Niveau apparent ,	824
Correspondantes ,	322	Nauts de la Lune , 565. Des Pla-	
Héliocentrique ,	427	netes ,	426
Horizon ,	11, 824	Leur mouvement ,	519, 1060
Immersions des Satellites , ou leur		Nonius ,	342
entrée dans l'ombre de Jupiter ,	861	Nutation , 7, 4. Sa cause ,	1067
Inclinaisons des Orbites , 522. De		Obliquité de l'Ecliptique ,	70
la Lune 565. Des axes des Pla-		Occultations ,	722
netes ,	970	Ombre de la Terre ,	617
Inégalités de la Lune , 555 , 1052		Orbite apparente ,	761
Inflexion ,	723	Relative ,	609
Instruments d'Astronomie , 331, 533		De la Lune ,	560
Jours ,	234	D'une Planete , 482 ,	509
Jupiter , v. Planetes.		Ouest , Occident , Couchant ,	7
Jusan ,	1074	Parabole des Cometés ,	288
Képler , Loi de Képler ,	467	Parallaxe , 441 , 574. Dans le	
Latitude géographique ,	41	Sphéroïde ,	591
Céleste ,	427	Paralleles ,	27
Lever ,	363	Passages sur le soleil ,	716
Libration ,	961	Pendule simple ,	806
Limites ,	616	Pénombre ,	635
		Périgée ,	310

DES MATIERES.

507

<i>Périhélie</i> ,	482	Jours où elles commencent, 79	
<i>Phases</i> ,	540	<i>Satellites</i> ,	825
<i>Plan</i> ,	424	<i>Saturne</i> , 83. Son anneau.	971.
<i>Planètes</i> , 83. Leurs aphélie, 514		v. Planètes.	
Leurs équations ,	505	<i>Signes célestes</i> , 76. Entrée du so-	
Leurs inclinaisons ,	522	leil dans les 12 Signes ,	79
Leurs nœuds , 518 , 1060		<i>Syzygies</i> ,	540
Leurs rotations ,	970	<i>Soleil</i> ,	60
Leurs masses , leurs révolutions , leurs diamètres , leurs densités , leurs distances font dans une Table , page 503.		<i>Solstices</i> ,	68
<i>Polaire</i> (étoile) 4. Cercles po-	102	<i>Sphere</i> ,	100
lares ,	102	<i>Systèmes</i> ; de Copernic , 412. De	
<i>Poles</i> ,	3	Ptolomée , 374. De Tycho , 394	
<i>Précession</i> des équinoxes , 794 , 1064		<i>Taches</i> des Planètes ,	1930
<i>Projection</i> , mouvement de projection ou en ligne droite , 479		<i>Temps vrai</i> , 353. Moyen , 345. Astronomique ,	224
<i>Quadrature</i> ,	540	<i>Terre</i> , mobile autour du Soleil , 391. v. Figure.	
<i>Quart</i> de Cercle ,	331	<i>Thermometre</i> , sa construction , 128	
<i>Queues</i> des Comètes , 876 , 923		<i>Trajectoire</i> ou orbite des Planètes ,	482
<i>Rayon vecteur</i> ,	482	<i>Tropique</i> , 73. Année tropique , 82	
<i>Réduction</i> à l'Ecliptique ,	431	Révolution tropique ,	454
<i>Réfractions</i> ,	737	<i>Usage</i> des Globes ,	168
<i>Révolutions</i> des Planètes , 422 , voyez la Table de la page 503.		<i>Variation</i> de la Lune , 561 , 1054	
Du soleil ,	315	<i>Vénus</i> ,	83
De la lune ,	540	Ses passages sur le Soleil , 320. v. Planètes.	
Tropiques ,	454	<i>Vernier</i> ou Nonius ,	342
Sydérales , 321 , 557		<i>Vertical</i> ,	10
Anomalistiques ,	515	<i>Vitesse</i> de la Terre , 787. De la lumière , 787. Des graves , 981 , 1024. Vitesse dans chaque Planète , p. 503.	
Synodiques ,	557	<i>Zénith</i> ,	1
<i>Rétrogradations</i> ,	463	<i>Zodiaque</i> ,	103
<i>Rotations</i> des Planètes , 930 & suiv.		<i>Zones</i> ,	141
<i>Saisons</i> , 127. Leurs causes , 414.			

Fin de la Table des Matieres.

Le Privilege se trouve à la fin de l'ASTRONOMIE , in-4°.



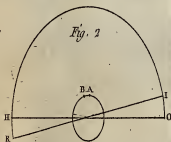


Fig. 3

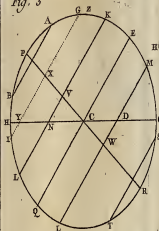


Fig. 4



Fig. 5



Fig. 6

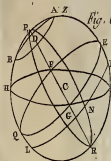


Fig. 7



Fig. 8



Fig. 9



Fig. 10





SPHERE ARMILLAIRE

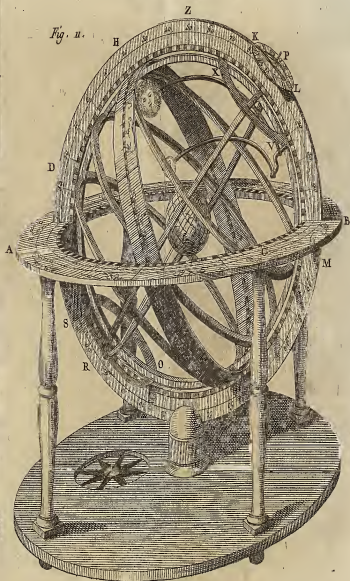
Fig. II.



Fig. 12

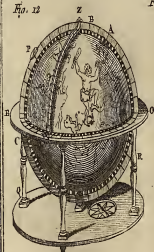


Fig. 13



Fig. 14



Fig. 16



Fig. 17

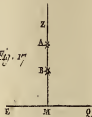


Fig. 18

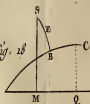


Fig. 20





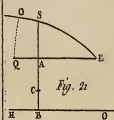


Fig. 21

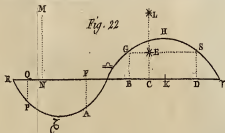


Fig. 22



Fig. 23

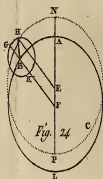


Fig. 24



Fig. 25



Fig. 26



Fig. 27



Fig. 26

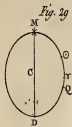


Fig. 29



Fig. 30

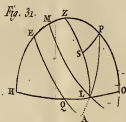


Fig. 31.

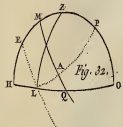


Fig. 32.



Quart de Cercle

Fig. 33

Fig. 34

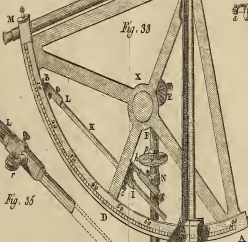


Fig. 35

Fig. 37

Fig. 36

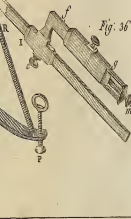




Fig. 38

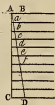


Fig. 40



Fig. 41



Fig. 39



Fig. 43

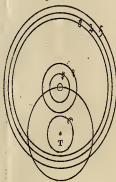


Fig. 44



Fig. 42



Fig. 47

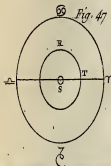


Fig. 46

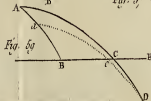
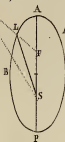
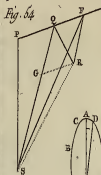
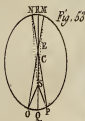
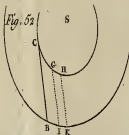
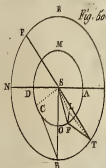
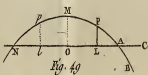


Fig. 45



Fig. 46







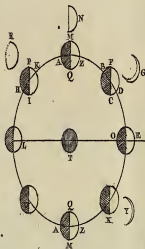
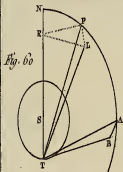


Fig. 63

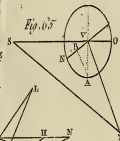


Fig. 67





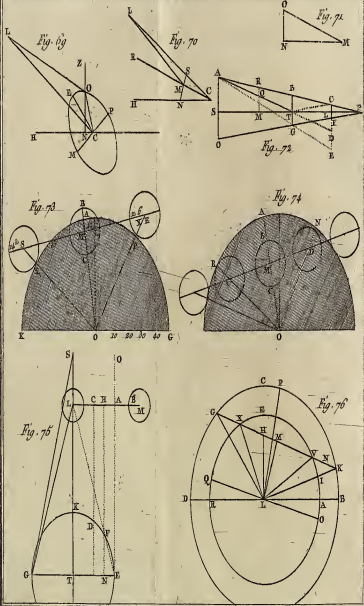




Fig. 77.

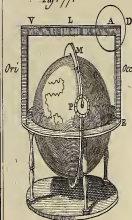


Fig. 78



Fig. 79



Fig. 80



Fig. 21

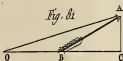


Fig. 82.



Fig. 84

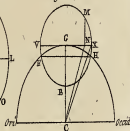


Fig. 83



Fig. 85

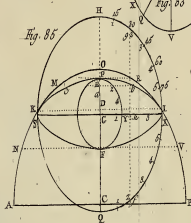
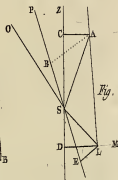
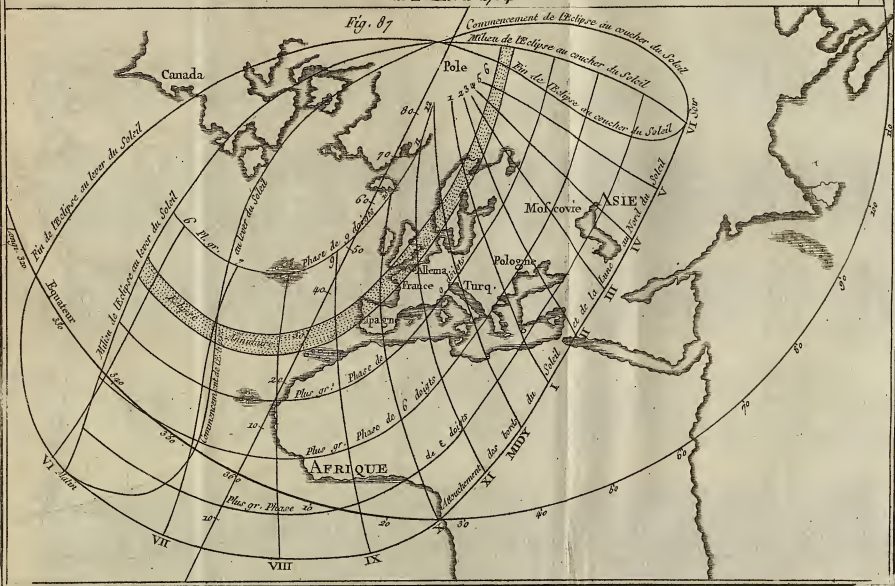


Fig. 86

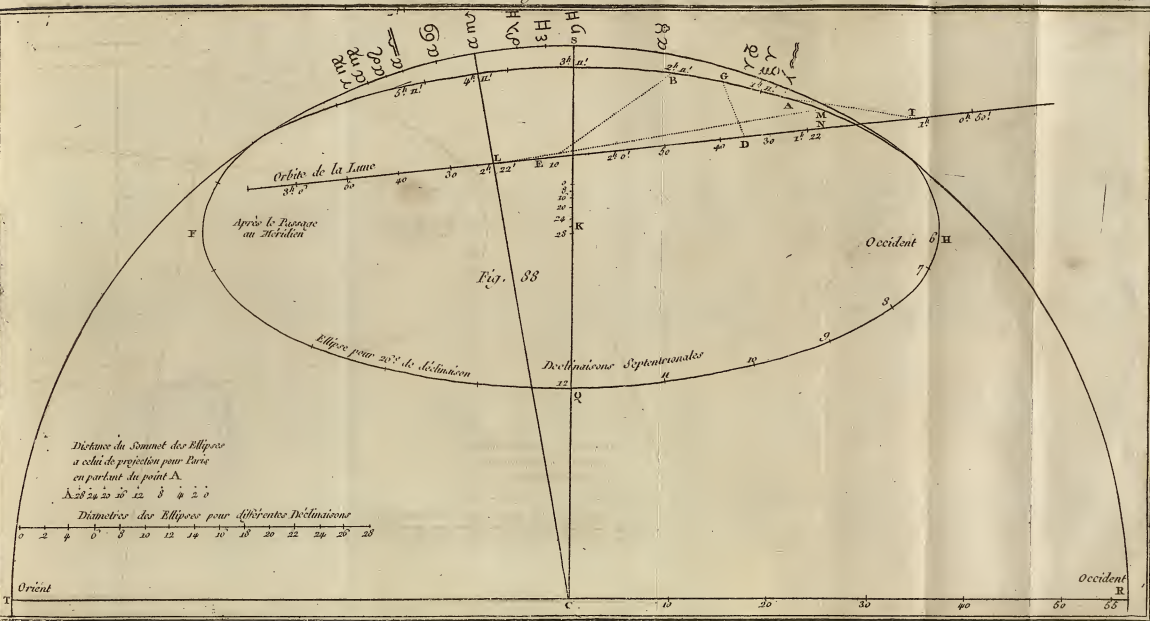




*Figure du Passage de la Penombre de la Lune sur la surface de la Terre pendant l'Eclipse de Soleil
du 1^{er} Avril 1764*

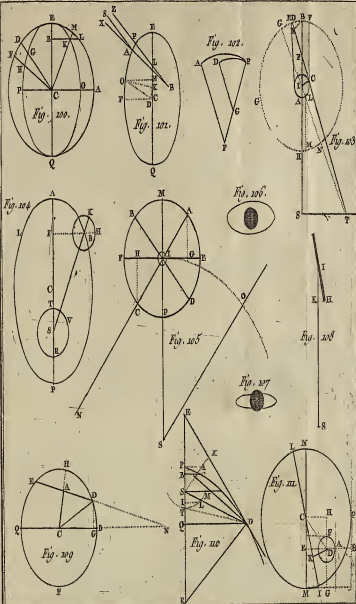














Cette figure est renversée
comme dans les lunettes
Astronomiques

Fig. 112

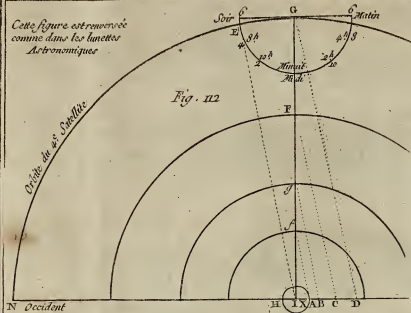


Fig. 114

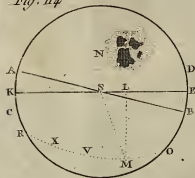


Fig. 115

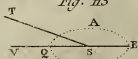


Fig. 116

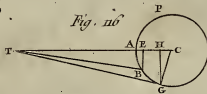


Fig. 113

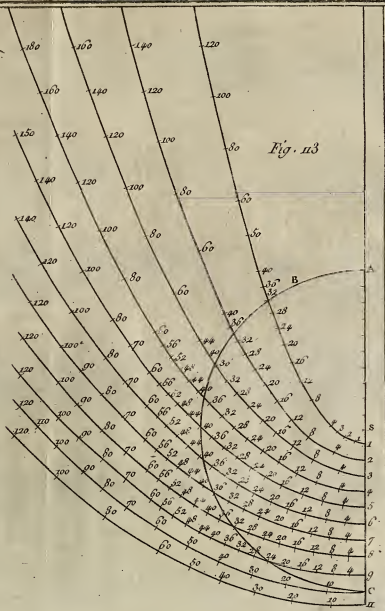




Fig. 117

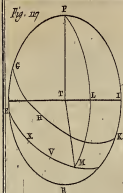


Fig. 118

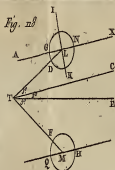


Fig. 119

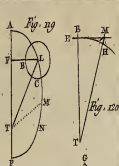


Fig. 120



Fig. 121



Fig. 122



Fig. 123



Fig. 124



Fig. 125



Fig. 126

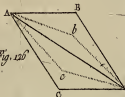


Fig. 127



Fig. 130



Fig. 131



Fig. 132





30

j#3







235

194